

Белорусский государственный университет

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной работе

А.Л. Толстик

“ 23 ”

2017 г.

Регистрационный № УД-

4886 /уч.



СОВРЕМЕННЫЕ АСПЕКТЫ ТЕОРИИ ФУНКЦИЙ И МНОЖЕСТВ

**Учебная программа учреждения высшего образования
по учебной дисциплине для специальности**

1-31 03 01 Математика (по направлениям)

Направление специальности

1-31 03 01-01 Математика (научно-производственная деятельность)

2017 г.

Учебная программа составлена на основе образовательного стандарта высшего образования 1-31 03 01-2013 (30.08.2013 г.) и учебного плана № G31-140/уч. (30.05.2013 г.) для специальности 1-31 03 01 Математика (по направлениям) (направление специальности 1-31 03 01-01 Математика (научно-производственная деятельность)).

СОСТАВИТЕЛИ:

Антоневич Анатолий Борисович – профессор кафедры функционального анализа механико-математического факультета Белорусского государственного университета, доктор физико-математических наук, профессор

Радыно Евгений Мефодьевич – доцент кафедры функционального анализа механико-математического факультета Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:

Кафедрой функционального анализа
(протокол № 11 от 27.04.2017)

Учебно-методической комиссией механико-математического факультета
Белорусского государственного университета
(протокол № 7 от 16.05.2017)

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Теория множеств в 20 веке легла в основу всех разделов математики, включая анализ, топологию, геометрию, алгебру и теорию чисел.

Данная дисциплина посвящена изучению теории множеств в её современной форме. Обсуждаются понятия функции, мощности множеств, вычислимости числа. Показывается, как понятие действия группы на множестве может быть положено в основу геометрии (так называемая Эрлангенская программа Ф. Клейна).

Также рассматриваются понятия аксиоматической теории и моделей ее реализующих. В качестве модели для теории поля приводится поле p -адических чисел, строятся модели неевклидовой геометрии.

Предполагается, что к моменту изучения дисциплины цикла дисциплин специализаций «Современные аспекты теории функций и множеств» изучены следующие дисциплины: Алгебра и теория чисел, Математический анализ.

Основной целью учебной дисциплины специализации «Современные аспекты теории функций и множеств»: изучение понятийного аппарата современной теории множеств и формирования навыков применения теории множеств в основании анализа, алгебры и геометрии.

Дисциплина «Современные аспекты теории функций и множеств» входит в цикл дисциплин специализаций.

Образовательная цель изучения дисциплины цикла дисциплин специализаций «Современные аспекты теории функций и множеств»: ознакомление студентов с основными принципами теории множеств и примерами их применения.

Развивающая цель: дальнейшее формирование у студентов навыков абстрактного математического мышления и умения применять его в конкретных задачах, повышение их математической культуры.

Основные задачи, решаемые в рамках изучения дисциплины специализации «Современные аспекты теории функций и множеств»:

- формирование у студентов устойчивого понимания основных понятий теории множеств;

- изучение действий группы на множестве и освоение этого понятия с целью практического использования при решении различных задач математики;

- усвоение понятия аксиоматической теории и модели ее реализующей.

В результате изучения дисциплины студент должен:

знать:

- основные понятия теории множеств;
- теорию действия групп на множествах;
- понятия аксиоматической теории и модели;

уметь:

- использовать основные свойства множеств;
- применять методы теории групп при изучении множеств;

владеть:

- вычислительными методами теории множеств.

В результате изучения учебной дисциплины студент должен обладать следующими компетенциями:

- АК-1. Уметь применять базовые научно-теоретические знания для решения теоретических и практических задач.

- АК-2. Владеть системным и сравнительным анализом.
- АК-3. Владеть исследовательскими навыками.
- АК-4. Уметь работать самостоятельно.
- АК-5. Быть способным порождать новые идеи (обладать креативностью),
- АК-6. Владеть междисциплинарным подходом при решении проблем.
- АК-7. Иметь навыки, связанные с использованием технических устройств, управлением информацией и работой с компьютером.
- АК-8. Обладать навыками устной и письменной коммуникации.
- АК-9. Уметь учиться, повышать свою квалификацию в течение всей жизни.
- СЛК-2. Быть способным к социальному взаимодействию.
- СЛК-3. Обладать способностью к межличностным коммуникациям.
- СЛК-5. Быть способным к критике и самокритике.
- СЛК-6. Уметь работать в команде.
- ПК-1. Разрабатывать практические рекомендации по использованию научных исследований, планировать и проводить экспериментальные исследования, исследовать патентоспособность и показатели технического уровня разработок программного обеспечения информационных систем.
- ПК-2. Владеть основными методами, способами и средствами получения, хранения, переработки информации. Применять современные методы проектирования информационных систем, использовать веб-сервисы, оформлять техническую документацию.
- ПК-3. Применять методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности и в областях знаний, непосредственно не связанных со сферой профессиональной деятельности.
- ПК-4. Разрабатывать и тестировать информационные системы, осуществлять защиту приложений и данных.
- ПК-5. Заниматься аналитической и научно-исследовательской деятельностью в области математики и информационных технологий.
- ПК-6. Использовать и развивать современные информационные технологии и средства автоматизации управленческой деятельности.
- ПК-7. Проводить исследования в области эффективности решения производственных задач.
- ПК-8. Работать с научной, нормативно-справочной и специальной литературой.
- ПК-9. Осуществлять выбор оптимального варианта проведения научно-исследовательских работ.
- ПК-13. Взаимодействовать со специалистами смежных профилей.
- ПК-16. Готовить доклады, материалы к презентациям.
- ПК-22. Работать с научной, технической и патентной литературой.
- ПК-27. Реализовывать инновационные проекты в профессиональной деятельности.

Учебная программа предназначена для студентов 2 курса (4 семестр) и 3 курса (5 семестр) очной формы получения образования специальности 1-31 03 01 Математика (по направлениям) (направление специальности 1-31 03 01-01 Математика (научно-производственная деятельность)).

В соответствии с учебным планом специальности на изучение дисциплины специализации:

2 курс 4 семестр отводится 28 часов, в том числе 18 часов аудиторных занятий, из них лекции – 16 часов, УСР – 2 часа;

3 курс 5 семестр отводится 72 часа, в том числе 36 часов аудиторных занятий: из них 28 часов лекции, 8 часов – УСР. Текущая форма аттестации – зачет.

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

Тема 1. Аксиоматика теории множеств

Элементы наивной теории множеств по Кантору. Парадоксы теории множеств. Аксиоматика Цермело-Френкеля теории множеств. Булеан множества. Системы подмножеств: кольца, полукольца, алгебры, сигма-алгебры, топологии. Бинарные отношения, отношения порядка, отношения эквивалентности, функциональные отношения.

Тема 2. Аксиома выбора и ее следствие.

Декартово произведение конечного числа множеств, бесконечные декартовы произведения. Отображения и их графики. Биъективные, сюръективные и инъективные отображения. Сравнение множеств при помощи функций, мощность. Теорема Кантора-Бернштейна.

Тема 3. Вполне упорядоченные множества.

Отношения полного порядка. Теорема Цермело. Арифметика порядковых чисел. Трансфинитная индукция.

Тема 4. Действие групп на множествах

Действие группы на множестве. Орбиты, стабилизаторы и нормализаторы. Формула Бернсайда для подсчета количества орбит. Эрлангенская программа Клейна.

Тема 5. Аксиоматические теории и модели

Понятие аксиоматической теории и модели ее реализующей. Примеры аксиоматических теорий: теория поля, аксиоматика неевклидовой геометрии. Модели поля, модели неевклидовой геометрии.

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА

Номер раздела, темы, занятия	Название раздела, темы, занятия; перечень изучаемых вопросов	Количество аудиторных часов					Количество часов по УСП	Форма контроля знаний
		лекции	практические занятия	Семинарские занятия	лабораторные занятия	иное		
1	2	3	4	5	6	7	8	9
	2 курс 4 семестр	16					2	
1	Тема 1. Аксиоматика теории множеств	10						
1.1	Элементы наивной теории множеств по Кантору	2						
1.2	Парадоксы теории множеств	2						Экспресс-опросы
1.3	Аксиоматика Цермело-Френкеля теории множеств	2						Экспресс-опросы
1.4	Булеан множества. Системы подмножеств: кольца, полукольца, алгебры, сигма-алгебры, топологии.	2						Экспресс-опросы
1.5	Бинарные отношения, отношения порядка, отношения эквивалентности, функциональные отношения	2						Отчёты по домашним практическим упражнениям с их устной защитой
2.	Тема 2. Аксиома выбора и ее следствие	6					2	
2.1	Декартово произведение конечного числа множеств, бесконечные декартовы произведения. Отображения и их графики.	2						Экспресс-опросы
2.2	Биективные, сюръективные и инъективные отображения.	2						Экспресс-опросы
2.3	Сравнение множеств при помощи функций, мощность. Теорема Кантора-Бернштейна.	2					2	Контрольная работа

	3 курс 5 семестр	28					8	
3.	Тема 3. Вполне упорядоченные множества	8	0	0	0	0	2	Отчёты по домашним практическим упражнениям с их устной защитой
3.1	Отношения полного порядка	2						Экспресс-опросы
3.2	Теорема Цермело	2						Экспресс-опросы
3.3	Арифметика порядковых чисел	2						Экспресс-опросы
3.4	Трансфинитная индукция	2					2	Отчёты по домашним практическим упражнениям с их устной защитой.
4	Тема 4. Действие групп на множествах	8					2	
4.1	Действие группы на множестве..	2						Экспресс-опросы
4.2	Орбиты, стабилизаторы и нормализаторы	2						Экспресс-опросы
4.3	Формула Бернсайда для подсчета количества орбит	2						Экспресс-опросы
4.4	Эрлангенская программа Клейна	2					2	Отчёты по домашним практическим упражнениям с их устной защитой
5	Тема 5. Аксиоматические теории и модели	12					4	
5.1	Понятие аксиоматической теории	2						Экспресс-опросы
5.2	Модели реализующие аксиоматическую теорию	2						Экспресс-опросы
5.3	Примеры аксиоматических теорий: теория поля	2						Экспресс-опросы
5.4	Примеры аксиоматических теорий: аксиоматика неевклидовой геометрии.	2						Экспресс-опросы
5.5	Модели поля	2					2	Отчёты по аудиторным практическим упражнениям с их устной защитой.
5.6	Модели неевклидовой геометрии	2					2	Контрольная работа
	ВСЕГО по дисциплине	44	0	0	0	0	10	

ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Основная литература

1. Серпинский, В. О теории множеств. М., Просвещение, 1966. – 63 с.
2. Хенл, Дж. Введение в теорию множеств. М., Радио и связь, 1993. – 105 с.

Дополнительная литература

3. Колмогоров, А.Н., Драгалин, А.Г. Введение в математическую логику. М., 1982.

ОРГАНИЗАЦИЯ УПРАВЛЯЕМОЙ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

Управляемая самостоятельная работа по дисциплине «Современные аспекты теории функций и множеств» проводится преподавателем, как правило, во время аудиторных занятий. Контроль осуществляется в виде отчётов по аудиторным и домашним практическим упражнениям с их устной защитой и контрольных работ. Полученные студентом количественные результаты УСР учитываются как составная часть итоговой оценки по дисциплине в рамках рейтинговой системы.

ПРИМЕРНЫЙ ПЕРЕЧЕНЬ ЗАДАНИЙ ДЛЯ УПРАВЛЯЕМОЙ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

Тема 1. Аксиоматика теории множеств

Построение примеров систем подмножеств колец, полуколец, алгебр, сигма-алгебр, топологий. Сравнение систем подмножеств. Примеры множеств со сложной структурой: множество Кантора, неизмеримые множества, множества типа G-дельта.

Построение примеров отношений порядка и отношений эквивалентности.

Проверка функциональности конкретных отношений.

Тема 2. Аксиома выбора и ее следствие

Применение аксиомы выбора в анализе и алгебре. Примеры бесконечных Декартовых произведений. Построение примеров биективных, сюръективных и инъективных отображений. Нахождение мощности конкретных множеств.

Тема 3. Вполне упорядоченные множества

I. Доказать по определению, что

$$1) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x-1}{3x+2} = \frac{2}{3}$$

$$2) \lim_{x \rightarrow 2} \sqrt[3]{x+25} = 3$$

Тема 4. Действие групп на множествах

II. Установить, существуют ли пределы

$$1) \lim_{x \rightarrow 3} 2 \arctg \frac{\pi}{6-2x}$$

$$2) \lim_{x \rightarrow +\infty} \cos \pi x$$

Ответ обосновать.

Тема 5. Аксиоматические теории и модели

III. Вычислить

$$1) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(2x+4)^2(3x-6)^2}{(x^2-2x+4)(x+1)^3}$$

$$2) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(2x+4)^2(3x-6)^2}{(x^2-2x+4)(x+1)^3}$$

$$3) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^3 + 2x + 1}{x^3 - 2x} \right)^{2x^2}$$

$$4) \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^4 + 2x^2 - 1} - \sqrt{x^4 - 2x^2 - 1})$$

IV. Использовать для вычисления эквивалентные:

$$1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+2x-4x^2) \sin^2(\sqrt{5x})}{(9^{3x^3} - 1) \operatorname{sh} x}$$

$$2) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arcsin}^2 x^2 \cos x}{\operatorname{sh} x}$$

ПРИМЕРНЫЙ ПЕРЕЧЕНЬ ИСПОЛЬЗУЕМЫХ СРЕДСТВ ДИАГНОСТИКИ РЕЗУЛЬТАТОВ УЧЕБНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ

Контроль освоения практических навыков осуществляется в форме отчётов по аудиторным практическим упражнениям с их устной защитой и контрольных работ. По итогам двух семестров проводится зачет.

**ПРОТОКОЛ
СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ ПО ИЗУЧАЕМОЙ
УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ
С ДРУГИМИ ДИСЦИПЛИНАМИ СПЕЦИАЛЬНОСТИ**

Название дисциплины, с которой требуется согласование	Название кафедры	Предложения об изменениях в содержании учебной программы учреждения высшего образования по учебной дисциплине	Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу (с указанием даты и номера протокола)
Алгебра и теория чисел	Кафедра высшей алгебры и защиты информации	нет	Вносить изменения не требуется (протокол № 11 от 27.04.2017)
Математический анализ	Кафедра теории функций	нет	Вносить изменения не требуется (протокол № 11 от 27.04.2017)
Дифференциальные уравнения	Кафедра дифференциальных уравнений и системного анализа	нет	Вносить изменения не требуется (протокол № 11 от 27.04.2017)
Дискретная математика	Кафедра математической кибернетики	нет	Вносить изменения не требуется (протокол № 11 от 27.04.2017)
Аналитическая геометрия	Кафедра геометрии, топологии и методики преподавания математики	нет	Вносить изменения не требуется (протокол № 11 от 27.04.2017)
Теория вероятностей	Кафедра функционального анализа	нет	Вносить изменения не требуется (протокол № 11 от 27.04.2017)
Математическая статистика	Кафедра функционального анализа	нет	Вносить изменения не требуется (протокол № 11 от 27.04.2017)
Уравнения математической физики	Кафедра математической кибернетики	нет	Вносить изменения не требуется (протокол № 11 от 27.04.2017)
Экстремальные задачи и вариационное исчисление	Кафедра нелинейного анализа и аналитической экономики	нет	Вносить изменения не требуется (протокол № 11 от 27.04.2017)

ДОПОЛНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ К УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЕ
на ____ / ____ учебный год

№№ пп	Дополнения и изменения	Основание

Учебная программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры
(протокол № ____ от _____ 20__ г.)

Заведующий кафедрой

(степень, звание)

(подпись)

(И.О.Фамилия)

УТВЕРЖДАЮ
Декан факультета

(степень, звание)

(подпись)

(И.О.Фамилия)