X

БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебной работе

_______________ А.Л. Толстик
(подпись) (И.О.Фамилия)

29. июля. 2015
(дата утверждения)

Регистрационный № УД-1498/уч.

ДИСКРЕТНАЯ МАТЕМАТИКА И ТЕОРИЯ ГРАФОВ

Учебная программа учреждения высшего образования
по учебной дисциплине для специальности:

1-31 03 08 **Математика и информационные технологии (по направлениям)**

Направление специальности

1-31 03 08-01 **Веб-программирование и интернет-технологии**

2015 г.

Учебная программа составлена на основе образовательного стандарта высшего образования ОСВО 1-31 03 08-2013 и учебных планов G31з-198/уч., G31з-200/уч. от 30.05.2013 специальности 1-31 03 08 Математика и информационные технологии (по направлениям), направление 1-31 03 08-01 Веб-программирование и интернет технологии.

СОСТАВИТЕЛЬ:

К.Г. Кузьмин, доцент кафедры математической кибернетики Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент.

РЕЦЕНЗЕНТЫ:

Кафедра информатики учреждения образования «Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники»;

Ю.Н. Сотсков, главный научный сотрудник государственного научного учреждения «Объединенный институт проблем информатики Национальной академии наук Беларуси», доктор физико-математических наук, профессор.

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:

Кафедрой математической кибернетики Белорусского государственного университета
(протокол № 9 от 25.05.2015);

Научно-методическим советом Белорусского государственного университета
(протокол № 6 от 29.06.2015).

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Дискретная математика – часть математики, которая зародилась в глубокой древности. Главной ее спецификой является дискретность – антипод непрерывности. В широком смысле дискретная математика включает в себя и такие давно сложившиеся разделы математики, как теория чисел, алгебра, математическая логика и ряд сравнительно новых разделов, которые интенсивно стали развиваться с середины прошлого века в связи с изобретением и постепенным внедрением во все сферы жизни ЭВМ и цифровых технологий. К таким разделам можно отнести теорию функциональных систем, теорию графов и сетей, комбинаторный анализ, теорию кодирования, теорию синтеза управляющих систем и др. Значение дискретной математики в настоящее время определяется многими факторами. Так, ее можно рассматривать в качестве теоретической основы компьютерной математики. Кроме того, модели и методы дискретной математики являются хорошим средством и языком для построения и анализа моделей в различных науках, включая химию, биологию, генетику, физику, социологию, психологию, экологию и др. Наконец, дискретная математика является важным звеном общего математического образования.

В учебной дисциплине «Дискретная математика и теория графов» представлены такие разделы как «Основы комбинаторного анализа», «Булевы функции», «Графы». При этом значительное количество часов отводится на изучение теории графов, что вызвано следующими обстоятельствами. Теория графов является одним из наиболее бурно развивающихся разделов дискретной математики, что в значительной степени обусловлено запросами стремительно расширяющейся области приложений. В теоретико-графовых терминах формулируется большое число задач, связанных с дискретными объектами. Такие задачи возникают при проектировании интегральных схем, схем управления и различного рода сетей, при исследовании автоматов, логических цепей, блок-схем программ, в экономике и статистике, теории расписаний и дискретной оптимизации. Фактически, теория графов стала существенной частью математического аппарата кибернетики, языком дискретной математики. В значительной степени через теорию графов происходит ныне проникновение математических методов в науку и технику.

Основной целью учебной дисциплины «Дискретная математика и теория графов» является обучение студентов базовым разделам дискретной математики. Вместе с тем большое внимание уделяется вопросам применения дискретной математики к решению прикладных задач.

Развивающей целью учебной дисциплины является дальнейшее формирование у студентов навыков дискретного математического мышления и умения применять его в конкретных задачах.

Основными задачами, решаемыми в рамках изучения дисциплины «Дискретная математика и теория графов», являются изучение терминологии, основных утверждений и методов их доказательства, освоение методов решения типовых задач, а также ознакомление со способами моделирования практических задач в терминах задач из рассматриваемых разделов дискретной математики.

В результате изучения дисциплины студент должен:

***знать*:** основные понятия и утверждения из рассматриваемых разделов дискретной математики;

***уметь*:** доказывать основные утверждения и применять их для решения типовых задач;

***владеть*:** основными методами решения типовых задач из рассматриваемых разделов дискретной математики.

Для понимания дисциплины студенту требуется минимум предварительных математических знаний и навыков. В частности, нужно иметь представление об общей теории отображений, начальных сведениях из теории множеств и линейной алгебры.

Учебная программа предназначена для студентов заочной формы получения образования.

В соответствии с образовательным стандартом специальности 1-31 03 08 Математика и информационные технологии, направление 1-31 03 08-01 Веб-программирование и интернет технологии, учебная программа предусматривает для изучения дисциплины студентами заочной (полной) формы обучения и заочной (на основе среднего специального образования) 286 учебных часов, из которых 36 аудиторных, в том числе:

– *для студентов полной заочной формы обучения:*

в 4-м семестре 120 учебных часов, из которых 20 аудиторных часов, в том числе лекций – 10 часов, практических занятий – 10 часов;

в 5-м и 6-м семестре 166 учебных часов, из которых 16 аудиторных часов, в том числе лекций – 8 часов, лабораторных занятий – 8 часов;

Текущая аттестация по учебной дисциплине проводится в 5-м и 6-м семестре в форме экзамена и зачета по контрольной работе в 5-м семестре.

– *для студентов заочной формы обучения на основе среднего специального образования*:

в 2-м семестре 120 учебных часов, из которых 20 аудиторных часов, в том числе лекций – 10 часов, практических занятий – 10 часов;

в 3-м и 4-м семестре 166 учебных часов, из которых 16 аудиторных часов, в том числе лекций – 8 часов, лабораторных занятий – 8 часов

Текущая аттестация по учебной дисциплине проводится в 3-м и 4-м семестре в форме экзамена и зачета по контрольной работе в 3-м семестре.

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

Раздел 1. Основы комбинаторного анализа

Тема 1.1. Аксиоматика Пеано. Метод математической индукции

Аксиомы Пеано множества натуральных чисел. Примеры множеств натуральных чисел. Метод математической индукции. Его различные формулировки и доказательство их эквивалентности. Операции сложения и умножения на множестве натуральных чисел, свойства этих операций. Операция сравнения на множестве натуральных чисел, ее свойства. Введение нуля. Свойства нуля.

Тема 1.2. Основные комбинаторные конфигурации

Предмет комбинаторики. Логические правила комбинаторики. Размещения, перестановки и сочетания без повторений и с повторениями. Доказательство формул для их нахождения.

Тема 1.3. Подсчеты в элементарной комбинаторике

Биномиальная и полиномиальная теоремы. Основные свойства биномиальных коэффициентов. Треугольник Паскаля, его свойства. Метод включения и исключения.

Раздел 2. Булевы функции

Тема 2.1. Элементарные булевы функции. ДНФ и КНФ

Булевы функции. Способы задания. Элементарные булевы функции. Связь булевых функций с алгеброй логики. Основные тождества алгебры логики. Дизъюнктивная нормальная форма (ДНФ) и конъюнктивная нормальная форма (КНФ) булевой функции. Совершенные ДНФ и КНФ булевой функции, метод их построения по таблице истинности, доказательство его корректности.

Задача минимизации булевой функции в классе ДНФ. Кратчайшая и минимальная ДНФ булевой функции. Минимизация булевых функций с помощью карт Карно. Импликанты. Простые импликанты. Алгоритм построения всех простых импликант булевой функции. Сокращенная ДНФ булевой функции и способ ее построения. Кратчайшее покрытие булевых матриц. Метод Квайна минимизации булевых функций.

Тема 2.2. Замкнутые классы булевых функций

Замкнутые классы булевых функций. Свойства замыкания. Классы булевых функций, сохраняющих константу нуль и один. Линейные булевы функции. Метод распознавания линейной булевой функции. Самодвойственные булевы функции. Метод распознавания самодвойственности булевой функции. Монотонные булевы функции. Метод распознавания монотонности булевой функции. Доказательство замкнутости классов функций. Критерий Поста функциональной полноты системы булевых функций. Теорема о максимальном числе функций в базисе алгебры логики. Теорема о предполных классах.

Раздел 3. Графы

Тема 3.1. Основные понятия теории графов

Понятие графа, мультиграфа, псевдографа, ориентированного графа. Способы задания графов. Изоморфизм графов. Помеченный граф. Степени вершин графа. Лемма о рукопожатиях и следствие из нее. Операции над графами. Подграфы.
Маршруты, цепи, циклы графа, их основные свойства. Представление графа в виде дизъюнктного объединения связных компонент. Оценки числа ребер в графе с фиксированными числами вершин и связных компонент. Матрицы инцидентности, смежности графа и Кирхгофа. Связь между матрицами изоморфных графов. Теорема о зависимости матрицы Кирхгофа и матрицы инцидентности. Двудольные графы. Критерий двудольности Кенига. Алгоритмы поиска в ширину и в глубину и задачи, ими решаемые. Метрические характеристики графа. Радиус и диаметр графа. Минимаксные задачи размещения.

Тема 3.2. Деревья

Деревья. Теорема о пяти эквивалентных определениях дерева. Остов графа, его свойства. Теорема Кирхгофа о числе помеченных остовных деревьев. Задача об остове минимального веса. Алгоритм Краскала. Алгоритм Прима.
Доказательство их корректности.

Тема 3.3. Эйлеровы и гамильтоновы графы

Эйлеровы графы. Критерий эйлеровости. Алгоритм Флери. Теорема о минимальном числе реберно-непересекающихся цепей, покрывающих граф. Гамильтоновы графы. Необходимые условия гамильтоновости. Достаточные условия гамильтоновости: теоремы Хватала, Оре и Дирака. Задача коммивояжера и ее приложения.

Тема 3.4. Вершинная и реберная связность

Вершинная и реберная связность графа. Связь между числами вершинной и реберной связностей. Двусвязные графы и их свойства. Теорема о шести эквивалентных определениях двусвязности. Блоки и точки сочленения, их свойства и взаимное расположение. Граф блоков и точек сочленения.

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Номер раздела, темы	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов					Количество часов УСР	Форма контроля знаний
		Лекции	Практические занятия	Семинарские занятия	Лабораторные занятия	Иное		
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	**Основы комбинаторного анализа**	**6**	**6**					
1.1	Аксиоматика Пеано. Метод математической индукции	2	2					Экспресс-опрос
1.2	Основные комбинаторные конфигурации	2	2					Устный опрос
1.3	Подсчеты в элементарной комбинаторике	2	2					Устный опрос
2	**Булевы функции**	**4**	**4**					
2.1	Элементарные булевы функции. ДНФ и КНФ	2	2					Экспресс-опрос
2.2	Замкнутые классы булевых функций	2	2					Устный опрос
3	**Графы**	**8**			**8**			
3.1	Основные понятия теории графов	2			2			Экспресс-опрос
3.2	Деревья	2			2			Устный опрос
3.3	Эйлеровы и гамильтоновы графы	2			2			Экспресс-опрос
3.4	Вершинная и реберная связность	2			2			Устный опрос
	ИТОГО	**18**	**10**		**8**			

ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Литература

Основная

1. Виленкин, Н.Я. Комбинаторика / Н.Я. Виленкин. – М.: Физматгиз, 1969. – 328 с.
2. Емеличев, В.А. Лекции по теории графов / В.А. Емеличев, О.И. Мельников, В.И. Сарванов, Р.И. Тышкевич. – М.: Наука, 1990. – 384 с.
3. Ерусалимский, Я.М. Дискретная математика – теория, задачи, приложения / Я.М. Ерусалимский. – М.: Вузовская книга, 2000. – 280 с.

Дополнительная

4. Берж, К. Теория графов и ее применение / К. Берж. – М.: Изд. иностранной литературы, 1962. – 320 с.
5. Оре, О. Теория графов / О. Оре. – М.: Наука, 1980. – 335 с.
6. Яблонский, С.В. Введение в дискретную математику / С.В. Яблонский. – М.: Высшая школа, 2001. – 384 с.

Перечень используемых средств диагностики результатов учебной деятельности

Диагностика учебной деятельности студентов проводится в виде устных опросов и экспресс-опросов.

С целью текущего контроля студентов полной заочной формы обучения предусматривается написание контрольной работы в 5-м семестре. По итогам 5-го и 6-го семестров проводится экзамен. Студенты заочной формы обучения на основе среднего специального образования пишут контрольную работу в 3-м семестре и сдают экзамен по итогам 3-го и 4-го семестров.

Рекомендуемые темы для контрольной работы

1. Комбинаторика: подсчет числа перестановок и сочетаний с повторениями и без повторений; метод включения и исключения; комбинаторика разбиений. Булевы функции: равносильность логических формул; дизъюнктивные и конъюнктивные нормальные формы; алгоритм Квайна нахождения минимальной ДНФ; распознавание булевых функций из пяти основных замкнутых классов; распознавание полноты системы булевых функций.

Организация самостоятельной работы студентов

Самостоятельная работа реализуется:

1) непосредственно в процессе аудиторных занятий на лекциях и лабораторных занятиях;

2) в контакте с преподавателем на консультациях по учебным вопросам, при выполнении индивидуальных заданий, при ликвидации задолженностей;

3) при выполнении студентом учебных заданий.

При чтении лекционного курса усвоение материала основной массой студентов контролируется путем проведения экспресс-опросов по конкретным темам.

На лабораторных и практических занятиях значительная часть времени отводится на разбор типовых задач, самостоятельное решение задач, а также анализ типовых ошибок при решении.

Результативность самостоятельной работы студентов проверяется при помощи следующих методов ее контроля:

1) текущий контроль, то есть регулярное отслеживание уровня усвоения материала на лекциях, лабораторных и практических занятиях;

2) промежуточный контроль в виде контрольной работы;

3) итоговый контроль по дисциплине в виде экзамена.

ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ УВО

Название учебной дисциплины, с которой требуется согласование	Название кафедры	Предложения об изменениях в содержании учебной программы учреждения высшего образования по учебной дисциплине	Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу (с указанием даты и номера протокола)
Построение и анализ алгоритмов	Веб-технологий и компьютерного моделирования	Нет	Оставить содержание учебной дисциплины без изменения. Протокол заседания кафедры математической кибернетики № 9 от 25.05.2015

ДОПОЛНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ К УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЕ УВО

на 2016/2017 учебный год

№ п/п	Дополнения и изменения	Основание
1.	Обновление списка литературы. Добавить к списку основной литературы следующие издания: 1) Алексеев В. Б., Поспелов А. Д. Дискретная математика. – М.: МГУ, 2002. 2) Виленкин Н. Я., Виленкин А. Н., Виленкин П. А. Комбинаторика. – М.: ФИМА, МЦНМО, 2006. 3) Виноградова М. С., Ткачев С. Б. Булевы функции. – М.: МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2007. 4) Шень А. Математическая индукция. – М.: МЦНМО, 2007. 5) http://www.mi.ras.ru/~podolskii/files/book.pdf	Решение кафедры математической кибернетики механико-математического факультета Белорусского государственного университета

Учебная программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры математической кибернетики (протокол № ___ от ________ 201_ г.)

Заведующий кафедрой,
доктор физ.-мат. наук, профессор ________________ А.Л. Гладков

УТВЕРЖДАЮ
Декан факультета,
кандидат физ.-мат. наук, доцент ________________ Д.Г. Медведев

ДОПОЛНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ К УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЕ УВО

на 2017/2018 учебный год

№ п/п	Дополнения и изменения	Основание
1.	Расширить тему «3.3. Эйлеровы и гамильтоновы графы», изложив ее в следующей редакции. Эйлеровы графы. Критерий эйлеровости. Алгоритм Флери. Теорема о минимальном числе реберно-непересекающихся цепей, покрывающих граф. Гамильтоновы графы. Необходимые условия гамильтоновости. Достаточные условия гамильтоновости: теоремы Хватала, Оре и Дирака. Задача коммивояжера и ее приложения. Классы сложности *P* и *NP*. Понятие *NP*-полноты и *NP*-трудности.	Решение учебно-методической комиссии механико-математического факультета Белорусского государственного университета (протокол № 7 от 16.05.2017).

Учебная программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры математической кибернетики (протокол № ___ от ________ 201_ г.)

Заведующий кафедрой,
доктор физ.-мат. наук, профессор ________________ А.Л. Гладков

УТВЕРЖДАЮ
Декан факультета,
кандидат физ.-мат. наук, доцент ________________ Д.Г. Медведев