БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной работе
Белорусского государственного университета

__________________ А.Л. Толстик
(подпись)

__________ 2015г.
(дата утверждения)

Регистрационный № УД-1119/уч.

УРАВНЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

Учебная программа учреждения высшего образования
по учебной дисциплине для специальности

1-31 03 08 Математика и информационные технологии

2015 г.

Учебная программа составлена на основе образовательного стандарта высшего образования ОСВО 1-31 03 01-2015, 31.08.2013 и учебного плана G31-209/уч., 29.05.2015 специальности 1-31 03 08 Математика и информационные технологии.

Составитель:

Ф. Е. Ломовцев, профессор кафедры математической кибернетики БГУ, доктор физико-математических наук, профессор

Рекомендована к утверждению:

кафедрой математической кибернетики Белорусского государственного университета (протокол № 9 от 5.05.2015);

учебно-методической комиссией механико-математического факультета Белорусского государственного университета (протокол №7 от 16.05.2015).

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Математическая физика является частью общей теории дифференциальных уравнений в частных производных. Она изучает те дифференциальные уравнения, которые возникают в конкретных задачах механики, акустики, теплофизики, гидродинамики, электродинамики, электростатики, электроники и других. Поэтому представляется естественным начать дисциплину «Уравнения математической физики» кратким введением в общую теорию уравнений с частными производными. Предполагается знание студентами таких разделов общей физики, как механика, теплопроводность, гравитация и электростатика, а также некоторых разделов высшей математики. Основные уравнения математической физики относятся к одному из трех важнейших типов уравнений в частных производных: гиперболические, параболические и эллиптические уравнения. Однако, в зависимости от вкусов и точки зрения лектора, она не исключает изложение материала курса в другом порядке: эллиптические, параболические и гиперболические уравнения.

В дисциплине «Уравнения математической физики» рассматриваются задачи математической физики, приводящие в основном к линейным уравнениям с частными производными второго порядка. В результате изучения данной дисциплины студенты должны получить знания и умения математического моделирования реальных и в первую очередь физических процессов в виде краевых задач для уравнений математической физики. Расположение материала соответствует основным типам уравнений.

Широко используются основные методы математического анализа, линейной алгебры, топологии, линейных дифференциальных и интегральных уравнений и функционального анализа, которые должны быть изложены в предшествующих курсах.

От студентов требуются практические навыки вычисления определенных интегралов, дифференцирования и решения обыкновенных дифференциальных уравнений, в том числе, и краевых задач для этих уравнений. Студенты должны в полной мере владеть аппаратом матричных преобразований и теорией рядов Фурье. В теории рядов Фурье необходимо умение численного интегрирования определенных интегралов. Таким образом, студент обязан владеть основами численных методов интегрирования и дифференцирования, которые используются при численном решении обыкновенных дифференциальных уравнений, являющихся частным случаем линейных уравнений с частными производными. Знание основ линейной алгебры и умение приводить квадратичные формы к каноническому виду являются для этого курса необходимостью. Из функционального анализа желательно знание основ теории разложения по ортогональным системам и спектральной теории компактных самосопряженных операторов, действующих в гильбертовом пространстве.

Цель дисциплины «Уравнения математической физики»: научить студентов владеть основными понятиями теории дифференциальных уравнений с частными производными, методами построения математических моделей различных процессов естествознания и математическими методами исследования и решения основных краевых задач математической физики.

Образовательная цель: изложение основных принципов постановки краевых задач для гиперболических, эллиптических и параболических уравнений; овладение основными математическими методами решения краевых задач математической физики.

Развивающая цель: дальнейшее формирование у студентов навыков математического мышления, математического моделирования и умения применять его в конкретных физических задачах.

Воспитательная цель: формирование у студентов стремления к дальнейшему получению знаний в области уравнений математической физики и их использованию в решении прикладных краевых задач и актуальных социальных проблем современного общества.

Методы проведения занятий: лекции, практические и лабораторные занятия и коллоквиумы. На лекциях и практических занятиях изучаются только аналитические методы постановки, исследования и решения задач математической физики. Лабораторные занятия предполагают использование современных пакетов численного моделирования, исследования и решения задач математической физики на персональных компьютерах. Коллоквиумы служат текущему контролю знаний и умений студентов по дисциплине.

Форма отчетности – зачет и экзамен.

В зависимости от потребностей той или иной специальности в рамках этой программы курс «Уравнения математической физики» можно читать на разных уровнях сложности: в классе классических или сильных обобщенных, или слабых обобщенных или других более широких классах решений.

Основные задачи, решаемые в рамках изучения дисциплины «Уравнения математической физики»:

– освоение важнейших понятий теории дифференциальных уравнений с частными производными (классические и обобщенные решения дифференциальных уравнений с частными производными, решения и квазирешения краевых задач, корректные и условно корректные краевые задачи);

– классификация и приведение к каноническому виду дифференциальных уравнений с частными производными второго порядка;

– постановка краевых задач математической физики, моделирующих нестационарные процессы колебаний струны, мембраны и газа и нестационарные процессы теплообмена, диффузии веществ и сорбции газов;

– постановка краевых задач математической физики, моделирующих процессы электростатики;

– изучение методов решения задачи Коши для гиперболических и параболических уравнений математической физики;

– изучение методов решения смешанных задач для гиперболических и параболических уравнений математической физики;

– решение различных задач Штурма–Лиувилля на собственные функции и собственные значения, возникающих в смешанных задачах для гиперболических и параболических уравнений математической физики;

– изучение основных методов решения краевых задач для эллиптических уравнений математической физики.

В результате изучения учебной дисциплины студент должен

знать:

– основы теории дифференциальных уравнений с частными производными;

– корректную постановку краевых задач для уравнений с частными производными;

– постановку краевых задач для основных уравнений математической физики;

уметь:

– вывести основные уравнения математической физики;

– исследовать корректность основных краевых задач для уравнений математической физики;

– использовать персональный компьютер в системе Mathematica для решения основных краевых задач математической физики;

владеть:

– методом характеристик решения задачи Коши для уравнения колебаний струны;

– методом разделения переменных решения смешанных задач для уравнения колебаний струны, уравнения теплопроводности и уравнения Пуассона;

– методами обоснования корректности формальных решений смешанных задач для уравнений математической физики.

На изучение учебной дисциплины «Уравнения математической физики» по специальности 1-31 03 08 Математика и информационные технологии – 166 часов, в том числе *72* часа аудиторных занятий в 5 семестре.

Учебная дисциплина строится таким образом, чтобы обучающийся приобрел следующие компетенции специалиста:

Специалист должен уметь:

АК-1. Уметь применять базовые научно-теоретические знания для решения теоретических и практических задач.

АК-3. Владеть исследовательскими навыками.

АК-7. Иметь навыки, связанные с использованием технических устройств, управлением информацией и работой с компьютером.

Специалист должен быть способен:

ПК-1. Разрабатывать практические рекомендации по использованию научных исследований, планировать и проводить экспериментальные исследования, исследовать патентоспособность и показатели технического уровня разработок программного обеспечения информационных систем.

ПК-3. Применять методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности и в областях знаний, непосредственно не связанных со сферой деятельности.

ПК-4. Разрабатывать и тестировать информационные системы, осуществлять защиту приложений и данных.

ПК-5. Заниматься аналитической и научно-исследовательской деятельностью в области математики и информационных технологий.

ПК-9. Осуществлять выбор оптимального варианта проведения научно-исследовательских работ.

ПК-21. Принимать оптимальные управленческие решения.

ПК-22. Осваивать и реализовывать управленческие инновации в сфере высоких технологий.

ПК-26. Оценивать конкурентоспособность и экономическую эффективность разрабатываемых технологий.

ПК-27. Разрабатывать новые информационные технологии на основе математического моделирования и оптимизации.

ПК-28. Применять методы анализа и организации внедрения инноваций.

ПК-29. Реализовывать инновационные проекты в профессиональной деятельности.

Форма получения высшего образования – очная.

Содержание учебного материала

Раздел 1. Введение в уравнения математической физики

Основные понятия курса уравнений математической физики. Постановка краевых задач. Корректные и некорректные краевые задачи. Пример Адамара. Теорема Коши-Ковалевской. Классификация и приведение к каноническому виду уравнений в частных производных второго порядка. Характеристическое дифференциальное уравнение. Характеристики дифференциальных уравнений.

Раздел 2. Гиперболические уравнения математической физики

Вывод уравнения поперечных колебаний струны. Уравнения колебаний мембраны и газа. Постановка краевых задач. Решение задачи Коши для однородного уравнения колебаний струны методом характеристик. Решение задачи Коши для неоднородного уравнения колебаний струны методом Дюамеля. Формула Даламбера. Критерий корректности по Адамару задачи Коши для неоднородного уравнения колебаний струны во множестве классических решений. Обобщенная задача Коши. Формула Римана. Функция Римана. Задача Гурса. Формула Пуассона-Кирхгофа решения задачи Коши в пространстве. Формула Пуассона решения задачи Коши на плоскости. Принцип Гюйгенса. Решение смешанной задачи для неоднородного уравнения колебаний ограниченной струны при первых косых производных в граничных условиях методом вспомогательных смешанных задач для полуограниченной струны. Общая формальная схема метода разделения переменных решения смешанных задач для гиперболических уравнений. Обоснование метода разделения переменных в случае классических и обобщенных решений. Колебания прямоугольной мембраны.

Раздел 3. Параболические уравнения математической физики

Вывод уравнения теплопроводности. Постановка краевых задач. Теорема о максимальном и минимальном значениях решений уравнения теплопроводности и её следствия. Решение задачи Коши для уравнения теплопроводности методом интегральных преобразований Фурье. Формулы Пуассона. Фундаментальное решение. Корректность задачи Коши для уравнения теплопроводности. Общая формальная схема метода разделения переменных решения смешанных задач для параболических уравнений. Решение первой смешанной задачи для уравнения теплопроводности. Интегральное представление её классических решений. Функция источника. Обоснование метода разделения переменных в случае классических и обобщенных решений первой смешанной задачи для уравнения теплопроводности. Распространение тепла в прямоугольной пластине.

Раздел 4. Эллиптические уравнения математической физики

Интегральные формулы Грина. Свойства гармонических функций. О единственности решений задач Дирихле и Неймана для уравнения Пуассона. Необходимое условие разрешимости задач Неймана. Общая формальная схема метода разделения переменных решения краевых задач для уравнения Пуассона. Решение задачи Дирихле для уравнения Пуассона в круге методом разделения переменных. Обоснование метода разделения переменных в случае классических и обобщенных решений. Решение задачи Дирихле для уравнения Пуассона методом функций Грина. Метод фиктивных зарядов для построения функции Грина задачи Дирихле. Решение задачи Дирихле для уравнения Лапласа в шаре и вне шара методом функций Грина. Интегралы Пуассона. Теорема Лиувилля о постоянстве гармонических полуограниченных функций в пространстве. Поведение частных производных гармонических функций на бесконечности.

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ
для специальности 1-31 03 08 Математика и информационные технологии

Номер раздела, темы	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов					Количество часов УСР	Форма контроля знаний
		Лекции	Практические занятия	Семинарские занятия	Лабораторные занятия	Иное		
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	**Введение в уравнения математической физики**	**4**			**4**			Письменная контрольная работа, коллоквиум
1.1	Основные понятия об уравнениях с частными производными. Линейные, квазилинейные и нелинейные дифференциальные уравнения с частными производными. Постановка краевых задач для дифференциальных уравнений с частными производными. Корректность по Адамару краевых задач. Теорема Коши-Ковалевской. Пример Адамара некорректной краевой задачи. Условно корректные краевые задачи.	2						
1.2	Классификация и приведение к каноническому виду дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка с двумя независимыми переменными. Характеристическое уравнение и характеристики дифференциальных уравнений.	2			4			
2	**Гиперболические уравнения математической физики**	**10**			**10**		**2**	Письменная контрольная работа, коллоквиум
2.1	Вывод уравнения попе-	2						

	речных колебаний струны. Закон Гука. Постановка основных краевых задач для уравнения колебаний струны. Физическая интерпретация коэффициентов и исходных данных краевых задач.							
2.2	Решение задачи Коши для однородного и неоднородного уравнения колебаний струны методом характеристик и методом Дюамеля. Полная формула Даламбера (Эйлера). Критерий корректности по Адамару задачи Коши во множестве классических решений.	2			2			
2.3	Решение обобщённой задачи Коши для линейных гиперболических уравнений второго порядка с двумя переменными методом Римана. Формула Римана. Функция Римана. Задача Гурса. Формулы Пуассона и Кирхгофа решений задач Коши на плоскости и в трёхмерном пространстве. Достаточные условия корректности по Адамару задач Коши. Принцип Гюйгенса.	2			2			
2.4	Формальная схема метода разделения переменных (метода Фурье) решения смешанных задач для гиперболических уравнений второго порядка. Задача Штурма–Лиувилля. Общие свойства собственных функций и собственных значений смешанных задач. Колебания прямоугольной мембраны.	2			4			
2.5	Обоснование метода Фурье в случае первой смешанной задачи для неоднородного уравнения ко-	2			2			

	лебаний струны во множестве классических решений. Необходимые и достаточные условия её корректности по Адамару. Понятие об обобщенных решениях этой смешанной задачи.							
3	**Параболические уравнения математической физики**	**10**			**8**		**2**	Письменная контрольная работа, коллоквиум
3.1	Вывод уравнения теплопроводности в пространстве. Закон Фурье. Постановка основных краевых задач для уравнения теплопроводности.	2						
3.2	Принцип максимума и минимума решений однородного уравнения теплопроводности и следствия.	2						
3.3	Решение задачи Коши для уравнения теплопроводности методом интегральных преобразований Фурье. Формула Пуассона. Фундаментальное решение уравнения теплопроводности.	2			2			
3.4	Решение первой смешанной задачи для неоднородного уравнения теплопроводности методом разделения переменных (методом Фурье). Задача Штурма–Лиувилля. Распространение тепла в прямоугольной пластине.	2			4			
3.5	Обоснование метода Фурье в случае первой смешанной задачи для уравнения теплопроводности во множестве классических решений. Интегральное представление её классических решений. Функция влияния мгновенного точечного источника тепла. Необходимые и достаточные условия её корректности по Адамару.	2			2			

	Понятие об обобщенных решениях этой смешанной задачи.							
4	**Эллиптические уравнения математической физики**	**12**			**8**		**2**	Письменная контрольная работа, коллоквиум
4.1	Формула Остроградского – Гаусса. Три интегральных формул Грина. Интегральное представление функций из класса $C^2(\Omega)\bigcap C^1(\overline{\Omega})$.	2						
4.2	Определение и свойства гармонических функций. Сингулярные фундаментальные решения уравнения Лапласа.	2						
4.3	Постановка внутренних и внешних задач Дирихле и Неймана для уравнения Пуассона. Необходимое условие разрешимости задач Неймана. Теоремы единственности решений задач Дирихле и Неймана.	2						
4.4	Решение внутренней задачи Дирихле для уравнения Лапласа в круге методом разделения переменных (методом Фурье). Задача Штурма–Лиувилля. Обоснование метода Фурье во множестве классических решений. Интеграл Пуассона. Обобщённые решения.	2			4			
4.5	Метод функций Грина решения внутренней задачи Дирихле для уравнения Пуассона. Метод фиктивных зарядов. Решение задачи Дирихле в шаре методом функций Грина. Интеграл Пуассона. Теорема Лиувилля.	2			2			
4.6	Решение задачи Дирихле вне шара методом функций Грина. Интеграл Пуассона. Поведение частных производных гармонических функций на	2			2			

	бесконечности.							
	ИТОГО	**36**			**30**		**6**	

ИНФОРМАЦИОННО - МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Организация управляемой самостоятельной работы

Основными направлениями самостоятельной работы в овладении знаниями учебной дисциплины «Уравнения математической физики» являются:

• первоначально подробное ознакомление с программой учебной дисциплины;

• ознакомление со списком рекомендуемой литературы по дисциплине в целом и ее разделам, наличие ее в библиотеке и других доступных источниках, изучение необходимой литературы по теме, подбор дополнительной литературы;

• изучение и расширение лекционного материала преподавателя за счет специальной литературы, консультаций;

• подготовка к экзамену.

В итоге, постепенное превращение обучения в самообучение, когда студент должен получать знания главным образом за счет креативной самостоятельной работы, самостоятельно осуществляя поиск необходимой информации и созидательно прорабатывая ее с тем, чтобы произвести необходимые умозаключения и получить результаты.

Перечень используемых средств диагностики результатов учебной деятельности

С целью текущего контроля знаний студентов предусматривается проведение контрольных и самостоятельных работ и коллоквиумов. По итогам обучения проводится зачет и (или) экзамен.

Рекомендуемый перечень заданий контрольных и самостоятельных работ

1. Классификация и приведение к каноническому виду линейных уравнений с частными производными второго порядка с двумя независимыми переменными.
2. Решение линейных уравнений с частными производными второго порядка с двумя переменными.

3. Математическое моделирование процессов колебаний, акустики, распространения тепла и электростатики краевыми задачами для уравнений математической физики.
4. Решение обобщенных задач Коши для линейных уравнений с частными производными второго порядка с двумя независимыми переменными методом характеристик.
5. Решение обобщенных задач Коши для линейных уравнений с частными производными второго порядка с двумя независимыми переменными методом Римана.
6. Решение задачи Гурса для линейных гиперболических уравнений второго порядка методом характеристик.
7. Решение задачи Штурма–Лиувилля для обыкновенных дифференциальных уравнений.
8. Решение смешанных задач для линейных гиперболических уравнений второго порядка методом разделения переменных.
9. Задача Коши для линейных параболических уравнений второго порядка.
10. Решение смешанных задач для линейных параболических уравнений второго порядка методом разделения переменных.
11. Построение функций Грина для уравнения Лапласа в простейших областях.
12. Решение простейших краевых задач для уравнения Лапласа методом функций Грина.
13. Решение краевых задач для уравнений Лапласа и Пуассона методом разделения переменных.

Рекомендуемый перечень заданий лабораторных занятий

1. Решение простейших дифференциальных уравнений с использованием систем компьютерной математики.
2. Разработка алгоритмов для классификации уравнений с частными производными и их реализация в системе компьютерной математики.
3. Разработка алгоритмов для приведения к каноническому виду линейных уравнений с частными производными второго порядка с двумя независимыми переменными. Реализация алгоритмов в системе компьютерной математики.
4. Решение задачи Коши для волнового уравнения. Графическое изображение решения.
5. Смешанная задача для уравнения малых поперечных колебаний струны. Суммирование рядов в системе “*Mathematica*”.
6. Решение задачи Коши для уравнения теплопроводности. Метод конечных разностей. Реализация вычислительных алгоритмов в системе “*Mathematica*”.

7. Смешанная задача для уравнения теплопроводности. Метод конечных разностей. Реализация вычислительных алгоритмов в системе “*Mathematica*”.
8. Решение краевых задач для уравнений Лапласа и Пуассона с использованием систем компьютерной математики.
9. Гармонические функции. Визуализация принципа максимума в системе компьютерной математики.

Рекомендуемые темы учебных проектов

1. Характер гладкости решений уравнений гиперболического типа.
2. Задача Коши и задача Гурса.
3. Фундаментальные решения линейных дифференциальных операторов.
4. Функция Грина оператора Лапласа.
5. Задача Штурма – Лиувилля.
6. Метод потенциалов.
7. Вариационные методы.
8. Метод интегральных преобразований.
9. Метод конечных разностей.
10. Некоторые некорректно поставленные задачи.
11. Метод разделения переменных.
12. Метод функций Грина.
13. Цилиндрические функции.
14. Сферические функции.

Диагностика компетенций студента

С целью текущего контроля предусматривается проведение контрольных работ (как правило, по одной на тему), домашних работ и коллоквиумов. По итогам каждого семестра проводится зачет и/или экзамен.

Методические рекомендации по организации и выполнению самостоятельной работы студентов по учебной дисциплине

Самостоятельная работа студентов – это любая деятельность, связанная с воспитанием мышления будущего профессионала. В широком смысле под самостоятельной работой следует понимать совокупность всей самостоятельной деятельности студентов, как в учебной аудитории, так и вне её, в контакте с преподавателем или в его отсутствии.

Самостоятельная работа реализуется:

1. Непосредственно в процессе аудиторных занятий на лекциях, практических и семинарских занятиях, при выполнении лабораторных работ.

2. В контакте с преподавателем вне рамок расписания на консультациях по учебным вопросам, в ходе творческих контактов, при ликвидации задолженностей, при выполнении индивидуальных заданий и т.д.

3. В библиотеке, дома, в общежитии, на кафедре при выполнении студентом учебных и творческих задач.

При изучении дисциплины организация самостоятельной работы студентов должна представлять единство трех взаимосвязанных форм:

1. Внеаудиторная самостоятельная работа;
2. Аудиторная самостоятельная работа, которая осуществляется под непосредственным руководством преподавателя;
3. Творческая, в том числе научно-исследовательская работа.

Виды внеаудиторной самостоятельной работы студентов разнообразны: подготовка и написание рефератов, докладов, очерков и других письменных работ на заданные темы.

Аудиторная самостоятельная работа может реализовываться при проведении практических занятий, семинаров, выполнении лабораторного практикума и во время чтения лекций.

При чтении лекционного курса непосредственно в аудитории необходимо контролировать усвоение материала основной массой студентов путем проведения экспресс-опросов по конкретным темам.

На практических и семинарских занятиях различные виды самостоятельной работы студентов позволяют сделать процесс обучения более интересным и поднять активность значительной части студентов в группе.

На практических занятиях нужно не менее 1 часа из двух (50% времени) отводить на самостоятельное решение задач. Практические занятия целесообразно строить следующим образом: 1. Вводное слово преподавателя (цели занятия, основные вопросы, которые должны быть рассмотрены). 2. Беглый опрос. 3. Решение 1-2 типовых задач. 4. Самостоятельное решение задач. 5. Разбор типовых ошибок при решении (в конце текущего занятия или в начале следующего).

Результативность самостоятельной работы студентов во многом определяется наличием активных методов ее контроля. Существуют следующие виды контроля:

– входной контроль знаний и умений студентов при начале изучения очередной дисциплины;

– текущий контроль, то есть регулярное отслеживание уровня усвоения материала на лекциях, практических и лабораторных занятиях;

– промежуточный контроль по окончании изучения раздела или модуля курса;

– самоконтроль, осуществляемый студентом в процессе изучения дисциплины при подготовке к контрольным мероприятиям;

– итоговый контроль по дисциплине в виде зачета или экзамена;

– контроль остаточных знаний и умений спустя определенное время после завершения изучения дисциплины.

Рекомендуемый перечень вопросов к зачету за первый семестр годового курса по дисциплине

«Уравнения математической физики»

1. Понятие корректных и условно корректных краевых задач для дифференциальных уравнений в частных производных многих переменных.
2. Постановка краевых задач для основных уравнений математической физики.
3. Классификация и приведение к каноническому виду уравнений второго порядка с двумя переменными.
4. Классификация и приведение к каноническому виду уравнений второго порядка со многими переменными.
5. Алгоритм вывода уравнения колебаний струны. Постановка и физическая интерпретация основных краевых задач для уравнения колебаний струны.
6. Решение задачи Коши для уравнения колебаний струны методом характеристик. Формула Даламбера.
7. Решение обобщенной задачи Коши для гиперболических уравнений второго порядка методом характеристик и методом Римана.
8. Решение задачи Гурса для гиперболических уравнений второго порядка методом характеристик.
9. Решение обобщенной задачи Коши для гиперболических уравнений второго порядка методом Римана. Формула Римана.
10. Алгоритм решения задачи Коши для волнового уравнения на плоскости методом спуска. Физическая интерпретация формулы Пуассона. Диффузия волн.
11. Задача Штурма-Лиувилля.
12. Общая схема метода разделения переменных для решения смешанных задач для гиперболических уравнений второго порядка при однородных граничных условиях.
13. Решение смешанных задач для гиперболических уравнений второго порядка при неоднородных граничных условиях методом разделения переменных.

Рекомендуемый перечень экзаменационных вопросов по дисциплине «Уравнения математической физики»

Введение

14. Классификация и приведение к каноническому виду уравнений второго порядка с двумя переменными.
15. Классификация и приведение к каноническому виду уравнений второго порядка с n переменными.

Глава I. Гиперболические уравнения.

16. Вывод уравнения колебания струны. Постановка краевых задач.
17. Решение задачи Коши на прямой в случае однородного уравнения. Формула Даламбера.

18. Решение задачи Коши на прямой методом Дюамеля в случае неоднородного уравнения. Формула Даламбера.
19. Решение обобщенной задачи Коши для гиперболических уравнений методом Римана. Формула Римана.
20. Решение задачи Коши для волнового уравнения в пространстве методом усреднения. Формула Пуассона-Кирхгофа.
21. Решение задачи Коши для волнового уравнения на плоскости методом спуска. Формула Пуассона.
22. Физическая интерпретация формул Пуассона и Даламбера. Принцип Гюйгенса.
23. Решение задачи Гурса для гиперболических уравнений методом последовательных приближений.
24. Общая схема метода разделения переменных при решении смешанных задач для гиперболических уравнений.
25. Обоснование метода разделения переменных при решении смешанных задач для гиперболических уравнений.
26. Уравнение Бесселя. Функции Бесселя.

Глава II. Параболические уравнения.

27. Вывод уравнения теплопроводности. Постановка краевых задач.
28. Теорема о максимуме и минимуме решений уравнения теплопроводности.
29. Применение теоремы о max-min решений уравнения теплопроводности для обоснования корректности первой смешанной задачи.
30. Применение теоремы о max-min решений уравнения теплопроводности для обоснования единственности решений задачи Коши для уравнения теплопроводности.
31. Обоснование метода разделения переменных при решении смешанных задач для уравнения теплопроводности.
32. Функция точечного источника. Ее применение и физическая интерпретация.
33. Решение задачи Коши для уравнения теплопроводности. Фундаментальное решение.

Глава III. Эллиптические уравнения.

34. Интегральные формулы Грина.
35. Определение и свойства гармонических функций.
36. О единственности решений задач Дирихле и Неймана.
37. Объемный потенциал. Свойства и приложения.
38. Потенциал двойного слоя. Свойства и приложения.
39. Потенциал простого слоя. Свойства и приложения.
40. Сведение задач Дирихле и Неймана к интегральным уравнениям.
41. Разрешимость внутренних задач Дирихле и внешних задач Неймана при $n > 2$.
42. Разрешимость внутренней задачи Дирихле и внешней задачи Неймана при $n = 2$.

43. Разрешимость внешних задач Дирихле и внутренних задач Неймана при $n \geq 2$.
44. Решение задачи Дирихле методом функций Грина. Функция Грина.
45. Решение внутренней задачи Дирихле для шара методом функций Грина.
46. Теорема Лиувилля.
47. Решение внешней задачи Дирихле для шара методом функций Грина.
48. Порядок убывания частных производных гармонических функций на бесконечности.

РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

Основная

1. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. М., 2004. – 798 с.
2. Михлин С.Г. Курс математической физики. М., 1968. – с.
3. Корзюк В.И. Уравнения математической физики. Минск: БГУ, 2011. – с.
4. Сборник задач по уравнениям математической физики (под. редакцией Владимирова В.С.). М.: Наука, 1982. – 256 с.
5. Бицадзе А.В., Калиниченко Д.Ф. Сборник задач по уравнениям математической физики. М.: Наука, 1977. – с.
6. Ломовцев Ф.Е. Уравнения математической физики. Сборник задач (с решениями). Минск: БГУ, 2009. – 132 с.

Дополнительная

1. Бицадзе А.В. Уравнения математической физики. М., 1982.
2. Будак Б.Н., Самарский А.А. Сборник задач по математической физике. М., 1972.
3. Владимиров В.С. Уравнения математической физики. М., 1983.
4. Годунов С.К. Уравнения математической физики. М., 1971.
5. Кулешов А.А., Чесалин В.И., Юрчук Н.И. “Уравнения математической физики”. Лабораторный практикум для студентов механико-математического факультета БГУ. Минск: БГУ. 2005. –
6. Михайлов В.П. Дифференциальные уравнения в частных производных. М., 1983.
7. Петровский И.Г. Лекции об уравнениях с частными производными. М., 1966.
8. Соболев С.Л. Уравнения математической физики. М., 1966.

Методика формирования итоговой оценки

Итоговая оценка формируется на основе трех документов:

1. Правила проведения аттестации (Постановление №53 от 29.05.2012г.)
2. Положение о рейтинговой системе БГУ (ред. 2015г.)
3. Критерии оценки студентов (10 баллов).

ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ

Название учебной дисциплины, с которой требуется согласование	Название кафедры	Предложения об изменениях в содержании учебной программы УВО по изучаемой учебной дисциплине	Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу (с указанием даты и номера протокола)
Дифференциальные уравнения	Кафедра дифференциальных уравнений и системного анализа	Нет	Оставить содержание учебной дисциплины без изменения. Протокол заседания кафедры МК № 9 от 5.05.2015
Математический анализ	Кафедра теории функций	Нет	Оставить содержание учебной дисциплины без изменения. Протокол заседания кафедры МК № 9 от 5.05.2015

ДОПОЛНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ
К УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЕ УВО ПО ИЗУЧАЕМОЙ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ НА _____/_____ УЧЕБНЫЙ ГОД

№ п/п	Дополнения и изменения	Основание

Учебная программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры «Математической кибернетики» (протокол № от 201__ г.)

Заведующий кафедрой
д-р ф.-м. н., профессор _____________________ А.Л. Гладков

УТВЕРЖДАЮ
Декан факультета
к. ф.-м. н., доцент ____________________ Д.Г. Медведев