

БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной работе



А.Л. Толстик

(И.О.Фамилия)

(подпись)

(дата утверждения)

Регистрационный № УД- 1498 /уч.

ДИСКРЕТНАЯ МАТЕМАТИКА И ТЕОРИЯ ГРАФОВ

Учебная программа учреждения высшего образования
по учебной дисциплине для специальности:

1-31 03 08

Математика и информационные технологии
(по направлениям)

Направление специальности

1-31 03 08-01

Веб-программирование и интернет-технологии

2015 г.

Учебная программа составлена на основе образовательного стандарта высшего образования ОСВО 1-31 03 08-2013, 30.08.2013 и учебного плана G31-134/уч., 30.05.2013 специальности 1-31 03 08 Математика и информационные технологии (по направлениям), направление 1-31 03 08-01 Веб-программирование и интернет-технологии.

СОСТАВИТЕЛЬ:

Ю.М. Метельский, доцент кафедры математической кибернетики Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент.

РЕЦЕНЗЕНТЫ:

Кафедра экономической информатики учреждения образования «Белорусский государственный экономический университет»;

В.В. Лепин, ученый секретарь Института математики Национальной академии наук Беларуси, кандидат физико-математических наук, доцент.

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:

Кафедрой математической кибернетики Белорусского государственного университета
(протокол № 9 от 25.05.2015);

Научно-методическим советом Белорусского государственного университета
(протокол № 6 от 29.06.2015).

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Термин «дискретная математика» происходит от латинского слова «discretus», что в переводе означает «отдельный, разъединенный, разорванный, сложенный из отдельных частей, прерывный».

Фактически математика как наука с самого своего рождения делится на континуальную и дискретную. К первой традиционно относят все то, что явно или неявно содержит идеи теории пределов и непрерывности. Ко второй – все остальное. Таким образом, в широком смысле к дискретной математике можно отнести арифметику, алгебру, теорию множеств, общую теорию отображений, комбинаторный анализ, теорию графов, математическую логику, теорию алгоритмов, теорию кодирования, теорию функциональных систем и многое другое.

Значение дискретной математики в настоящее время определяется многими факторами. Так, ее можно рассматривать в качестве теоретической основы компьютерной математики. Кроме того, модели и методы дискретной математики являются хорошим средством и языком для построения и анализа моделей в различных науках, включая химию, биологию, генетику, физику, социологию, психологию, экологию и др. Наконец, дискретная математика является важным звеном общего математического образования.

В учебной дисциплине «Дискретная математика и теория графов» представлены такие разделы дискретной математики как «Комбинаторика», «Булевы функции», «Теория графов», «Теория кодирования». При этом большее количество часов отводится на изучение теории графов, что вызвано следующими обстоятельствами. Теория графов является одним из наиболее бурно развивающихся разделов дискретной математики, что в значительной степени обусловлено запросами стремительно расширяющейся области приложений. В теоретико-графовых терминах формулируется большое число задач, связанных с дискретными объектами. Такие задачи возникают при проектировании интегральных схем, схем управления и различного рода сетей, при исследовании автоматов, логических цепей, блок-схем программ, в экономике и статистике, теории расписаний и дискретной оптимизации. Фактически, теория графов стала существенной частью математического аппарата кибернетики, языком дискретной математики. В значительной степени через теорию графов происходит ныне проникновение математических методов в науку и технику.

Основной целью учебной дисциплины «Дискретная математика и теория графов» является обучение студентов базовым разделам дискретной математики. Вместе с тем большое внимание уделяется вопросам применения дискретной математики к решению прикладных задач.

Развивающей целью учебной дисциплины является дальнейшее формирование у студентов навыков дискретного математического мышления и умения применять его в конкретных задачах.

Основными задачами, решаемыми в рамках изучения дисциплины «Дискретная математика и теория графов», являются изучение терминологии, основных утверждений и методов их доказательства, освоение методов решения типовых задач, а также ознакомление со способами моделирования практических задач в терминах задач из рассматриваемых разделов дискретной математики.

В результате изучения дисциплины студент должен:

знать: основные понятия и утверждения из рассматриваемых разделов дискретной математики;

уметь: доказывать основные утверждения и применять их для решения типовых задач;

владеть: основными методами решения типовых задач из рассматриваемых разделов дискретной математики.

Для понимания дисциплины студенту требуется минимум предварительных математических знаний и навыков. В частности, нужно иметь представление об общей теории отображений, начальных сведениях из теории множеств и линейной алгебры.

Учебная программа предназначена для студентов очной формы получения образования.

В соответствии с образовательным стандартом специальности 1-31 03 08 Математика и информационные технологии (по направлениям), направление 1-31 03 08-01 Веб-программирование и интернет-технологии, учебная программа предусматривает для изучения дисциплины

в 3-м семестре 146 учебных часов, из которых 72 аудиторных часа, в том числе лекций – 36 часов, практических занятий – 28 часов, УСП – 8 часов;

в 4-м семестре 140 учебных часов, из которых 68 аудиторных часов, в том числе лекций – 34 часа, практических занятий – 26 часов, УСП – 8 часов.

Текущая аттестация по учебной дисциплине проводится в 3-м и 4-м семестрах в форме экзамена.

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

1. Комбинаторика. Предмет комбинаторики. Комбинаторная конфигурация. Подсчет числа комбинаторных конфигураций. Логические правила комбинаторики (суммы, произведения и равенства). Перестановки и сочетания. Число r -перестановок из n элементов. Число r -перестановок с повторениями из n элементов. Число подмножеств конечного множества. Число r -сочетаний из n элементов. Биномиальная теорема и следствия из нее. Свойства биномиальных коэффициентов. Треугольник Паскаля. Число упорядоченных $(r_1, r_2, \dots, r_k)$ -разбиений конечного множества. Две комбинаторные интерпретации этого числа. Полиномиальная теорема. Число r -сочетаний с повторениями из n элементов.

Метод включения и исключения, его применение.

Понятие рекуррентного соотношения. Рекуррентное соотношение k -го порядка для функции одной переменной, и его решение. Понятие общего решения рекуррентного соотношения k -го порядка для функции одной переменной. Общее решение линейного однородного рекуррентного соотношения с постоянными коэффициентами. Числа Фибоначчи. Вывод формулы n -го числа Фибоначчи решением линейного однородного рекуррентного соотношения 2-го порядка. Общее решение линейного неоднородного рекуррентного соотношения с постоянными коэффициентами.

Метод производящих функций. Производящие функции и рекуррентные соотношения.

Циклический тип подстановки. Число n -подстановок предписанного циклического типа. Число Стирлинга 1-го рода, рекуррентное соотношение. Разбиение конечного множества на фиксированное число непустых подмножеств. Число Стирлинга 2-го рода, рекуррентное соотношение. Число Белла, рекуррентное соотношение. Разбиения чисел.

2. Булевы функции. Понятие булевой функции. Задание булевой функции с помощью таблицы истинности. Число булевых функций от n переменных. Элементарные булевы функции. Задание булевых функций с помощью логических формул. Основные логические равносильности.

Дизъюнктивные нормальные формы (ДНФ) и конъюнктивные нормальные формы (КНФ). Разложение Шеннона. Принцип двойственности. Минимизация булевых функций в классе ДНФ. Алгоритм Квайна нахождения минимальной ДНФ булевой функции.

Полиномиальные нормальные формы. Полином Жегалкина. Теорема о единственности представления булевой функции посредством полинома Жегалкина.

Замкнутые классы булевых функций. Полнота системы булевых функций. Теорема Поста о полноте системы булевых функций.

3. Графы. Понятие графа. Элементы графа. Способы задания графов. Лемма о рукопожатиях. Изоморфизм графов. Связь между матрицами смежностей изоморфных графов. Помеченный граф. Операции над графами. Подграфы, их типы. Маршруты, их типы и основные свойства. Связные компоненты. Представление графа в виде дизъюнктного объединения связных компонент. Число ребер в графе с фиксированными числами вершин и связных компонент. Волновой алгоритм и его применение. Двудольные графы. Критерий двудольности Кёнига.

Деревья, эквивалентные определения. Остов графа, его свойства.

Независимое множество вершин. Оценки числа независимости. Вершинные и реберные покрытия. Паросочетания. Соотношения между параметрами независимости и покрытия в произвольном графе. Теорема Галлаи. Теорема Холла о существовании паросочетания, покрывающего долю двудольного графа. Соотношения между параметрами независимости и покрытия в двудольном графе.

Связь между числами вершинной и реберной связностей. k -Связная компонента. 2-Связные графы, свойства и эквивалентные определения. Блоки и точки сочленения, их свойства и взаимное расположение. Граф блоков и точек сочленения. Сепараторы. Теорема Менгера о минимальном сепараторе. Критерий k -связности графа.

Эйлеровы графы. Критерий эйлеровости. Минимальное число реберно непересекающихся цепей, покрывающих граф. Гамильтоновы графы. Достаточные условия гамильтоновости.

Вершинная раскраска, хроматическое число графа. Применение вершинной раскраски. Алгоритм последовательной раскраски. Оценки хроматического числа через плотность и число независимости графа. Теорема Зыкова. Оценки хроматического числа через максимальную степень вершин графа, а также через минимальные степени вершин его порожденных подграфов. Теорема Брукса. Реберная раскраска, хроматический индекс графа. Теорема Визинга. Хроматический индекс полного графа и двудольного графа.

4. Кодирование. Понятие кодирования. Общая схема. Алфавитное кодирование. Теорема Маркова о взаимной однозначности алфавитного кодирования.

Самокорректирующиеся коды.

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Номер раздела, темы	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов					Количество часов УСР	Форма контроля знаний
		Лекции	Практические занятия	Семинарские занятия	Лабораторные занятия	Иное		
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	Комбинаторика	20	18				4	
1.1	Предмет комбинаторики. Комбинаторная конфигурация. Подсчет числа комбинаторных конфигураций. Логические правила комбинаторики.	2	1					
1.2	Перестановки и сочетания. Число r -перестановок из n элементов. Число r -перестановок с повторениями из n элементов. Число подмножеств конечного множества.	2	2					
1.3	Число r -сочетаний из n элементов. Биномиальная теорема и следствия из нее. Свойства биномиальных коэффициентов. Треугольник Паскаля.	2	2				1	Самостоят. работа
1.4	Число упорядоченных $(r_1, r_2, \dots, r_k)$ -разбиений конечного множества. Две комбинаторные интерпретации этого числа. Полиномиальная теорема. Число r -сочетаний с повторениями из n элементов.	2	3					
1.5	Метод включения и исключения, его применение.	2	3					
1.6	Понятие рекуррентного соотношения. Рекуррентное соотношение k -го порядка для функции одной переменной, и его решение. Понятие общего решения рекуррентного соотношения k -го порядка для функции одной переменной. Общее решение	2	2				1	Устный опрос

	линейного однородного рекуррентного соотношения с постоянными коэффициентами.							
1.7	Числа Фибоначчи. Вывод формулы n -го числа Фибоначчи решением линейного однородного рекуррентного соотношения 2-го порядка. Общее решение линейного неоднородного рекуррентного соотношения с постоянными коэффициентами.	2	2				1	Самостоят. работа
1.8	Метод производящих функций. Производящие функции и рекуррентные соотношения.	2	1					
1.9	Циклический тип подстановки. Число n -подстановок предписанного циклического типа. Число Стирлинга 1-го рода, рекуррентное соотношение.	2	1					
1.10	Разбиение конечного множества на фиксированное число непустых подмножеств. Число Стирлинга 2-го рода, рекуррентное соотношение. Число Белла, рекуррентное соотношение. Разбиения чисел.	2	1				1	Контрольная работа
2	Булевы функции	16	12				4	
2.1	Понятие булевой функции. Задание булевой функции с помощью таблицы истинности. Число булевых функций от n переменных. Элементарные булевы функции.	2	1					
2.2	Задание булевых функций с помощью логических формул. Основные логические равносильности.	2	2				1	Самостоят. работа
2.3	Дизъюнктивные нормальные формы (ДНФ) и конъюнктивные нормальные формы (КНФ). Разложение Шеннона.	2	2				1	Устный опрос
2.4	Принцип двойственности.	2	1					
2.5	Минимизация булевых функций в классе ДНФ. Алгоритм Квайна нахождения минимальной ДНФ булевой функции.	2	2				1	Самостоят. работа
2.6	Полиномиальные нормальные формы. Полином Жегалкина.	2	1					

	Теорема о единственности представления булевой функции посредством полинома Жегалкина.							
2.7	Замкнутые классы булевых функций.	2	1					
2.8	Полнота системы булевых функций. Теорема Поста о полноте системы булевых функций.	2	2				1	Контрольная работа
3	Графы	30	23				7	
3.1	Понятие графа. Элементы графа. Способы задания графов. Лемма о рукопожатиях. Изоморфизм графов. Связь между матрицами смежностей изоморфных графов. Помеченный граф.	2	2					
3.2	Операции над графами. Подграфы, их типы. Маршруты, их типы и основные свойства. Связные компоненты. Представление графа в виде дизъюнктного объединения связных компонент.	2	2				1	Самостоят. работа
3.3	Число ребер в графе с фиксированными числами вершин и связных компонент. Волновой алгоритм и его применение. Двудольные графы. Критерий двудольности Кёнига.	2	3					
3.4	Деревья, эквивалентные определения. Остов графа, его свойства.	2	2				1	Устный опрос
3.5	Независимое множество вершин. Оценки числа независимости. Вершинные и реберные покрытия. Паросочетания.	2	1					
3.6	Соотношения между параметрами независимости и покрытия в произвольном графе. Теорема Галлаи.	2	1				1	Самостоят. работа
3.7	Теорема Холла о существовании паросочетания, покрывающего долю двудольного графа. Соотношения между параметрами независимости и покрытия в двудольном графе.	2	1				1	Контрольная работа
3.8	Связь между числами вершинной и реберной связностей. k -Связная компонента.	2	1					

3.9	2-Связные графы, свойства и эквивалентные определения. Блоки и точки сочленения, их свойства и взаимное расположение. Граф блоков и точек сочленения.	2	3				1	Самостоят. работа
3.10	Сепараторы. Теорема Менгера о минимальном сепараторе. Критерий k -связности графа.	2	1					
3.11	Эйлеровы графы. Критерий эйлеровости. Минимальное число реберно непересекающихся цепей, покрывающих граф.	2	1				1	Устный опрос
3.12	Гамильтоновы графы. Достаточные условия гамильтоновости.	2	1					
3.13	Вершинная раскраска, хроматическое число графа. Применение вершинной раскраски. Алгоритм последовательной раскраски. Оценки хроматического числа через плотность и число независимости графа. Теорема Зыкова.	2	2					
3.14	Оценки хроматического числа через максимальную степень вершин графа, а также через минимальные степени вершин его порожденных подграфов. Теорема Брукса.	2	1				1	Самостоят. работа
3.15	Реберная раскраска, хроматический индекс графа. Теорема Визинга. Хроматический индекс полного графа и двудольного графа.	2	1					
4	Кодирование	4	1				1	
4.1	Понятие кодирования. Общая схема. Алфавитное кодирование. Теорема Маркова о взаимной однозначности алфавитного кодирования.	2	1					
4.2	Самокорректирующиеся коды.	2					1	Контрольная работа
	ИТОГО	70	54				16	

ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Литература

1. Андерсон Дж. Дискретная математика и комбинаторика. М.: «Вильямс», 2006.
2. Берж К. Теория графов и ее применение. М.: ИЛ, 1962.
3. Дистель Р. Теория графов. Новосибирск: Изд-во Института математики, 2002.
4. Зыков А.А. Основы теории графов. М.: Наука, 1987.
5. Комбинаторный анализ. Задачи и упражнения. Под ред. К.А. Рыбникова. М.: Наука, 1982.
6. Оре О. Теория графов. М.: Наука, 1980.
7. Райзер Г.Дж. Комбинаторная математика. М.: Мир, 1966.
8. Свами М., Тхуласираман К. Графы, сети и алгоритмы. М.: Мир, 1984.
9. Татт У. Теория графов. М.: Мир, 1988.
10. Холл М. Комбинаторика. М.: Мир, 1970.

Диагностика компетенций студента

С целью текущего контроля предусматривается проведение контрольных и самостоятельных работ, устные опросы. По итогам 3-го и 4-го семестров проводится экзамен.

Рекомендуемые темы контрольных работ

1. Комбинаторика: подсчет числа перестановок и сочетаний с повторениями и без повторений; метод включения и исключения; решение рекуррентных соотношений; комбинаторика разбиений.
2. Булевы функции: равносильность логических формул; дизъюнктивные и конъюнктивные нормальные формы; алгоритм Квайна нахождения минимальной ДНФ булевой функции; распознавание функций из пяти основных замкнутых классов; распознавание полноты системы булевых функций.
3. Графы, часть 1: начальные понятия и утверждения теории графов (изоморфизм, помеченный граф, лемма о рукопожатиях, связная компонента, оценка числа ребер графа с фиксированными числами вершин и связных компонент, волновой алгоритм, двудольные графы); деревья и остовы; независимость и покрытия в графах.
4. Графы, часть 2: числа вершинной и реберной связностей графа, k -связная компонента, 2-связные графы, блоки и точки сочленения; обходы в графах; раскраски графов. Элементы теории кодирования.

Организация самостоятельной работы студентов

Самостоятельная работа студентов – это любая деятельность, связанная с воспитанием мышления будущего профессионала. В широком смысле под самостоятельной работой следует понимать совокупность всей самостоятельной деятельности студентов, как в учебной аудитории, так и вне её, в контакте с преподавателем или в его отсутствии.

Самостоятельная работа реализуется:

1. Непосредственно в процессе аудиторных занятий на лекциях и практических занятиях.
2. В контакте с преподавателем вне рамок расписания на консультациях по учебным вопросам, в ходе творческих контактов, при ликвидации задолженностей, при выполнении индивидуальных заданий и т.д.

3. В библиотеке, дома, в общежитии, на кафедре при выполнении студентом учебных и творческих задач.

При изучении дисциплины организация самостоятельной работы студентов должна представлять единство трех взаимосвязанных форм:

1. Внеаудиторная самостоятельная работа;
2. Аудиторная самостоятельная работа, которая осуществляется под непосредственным руководством преподавателя;
3. Творческая, в том числе научно-исследовательская работа.

Виды внеаудиторной самостоятельной работы студентов могут принимать разнообразные формы: изучение рекомендуемой литературы по дисциплине, подготовка и написание рефератов, докладов, очерков и других письменных работ на заданные темы.

Аудиторная самостоятельная работа может реализовываться при проведении практических занятий, а также во время чтения лекций.

При чтении лекционного курса непосредственно в аудитории иногда возникает необходимость проконтролировать усвоение материала основной массой студентов путем проведения экспресс-опросов по конкретным темам.

На практических занятиях нужно значительную часть времени отводить на самостоятельное решение задач. Типичное практическое занятие целесообразно строить следующим образом:

1. Вводное слово преподавателя (цели занятия, основные вопросы, которые должны быть рассмотрены).
2. Беглый опрос.
3. Решение 1-2 типовых задач (с вызовом студента к доске).
4. Самостоятельное решение задач.
5. Разбор типовых ошибок при решении (в конце текущего занятия или в начале следующего).

Результативность самостоятельной работы студентов во многом определяется наличием активных методов ее контроля. В рамках дисциплины существуют следующие виды контроля:

- входной контроль знаний и умений студентов в начале изучения дисциплины;
- текущий контроль, то есть регулярное отслеживание уровня усвоения материала на лекциях и практических занятиях;
- промежуточный контроль по окончании изучения раздела курса;
- самоконтроль, осуществляемый студентом в процессе изучения дисциплины при подготовке к контрольным мероприятиям;
- итоговый контроль по дисциплине в виде экзамена.

ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ УВО

[illegible]

ДОПОЛНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ К УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЕ УВО

на ____/____ учебный год

№ п/п	Дополнения и изменения	Основание

Учебная программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры математической кибернетики (протокол № ____ от _____ 201_ г.)

Заведующий кафедрой,
доктор физ.-мат. наук, профессор

А.Л. Гладков

УТВЕРЖДАЮ

Декан факультета,
кандидат физ.-мат. наук, доцент

Д.Г. Медведев