

Белорусский государственный университет

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной работе

А.Л. Толстик

“ 30 ”

06

2017 г.

Регистрационный № УД- 4632 /уч.



БАЗИСЫ ГРЕБНЕРА

**Учебная программа учреждения высшего образования
по учебной дисциплине специализации для специальности
1-31 03 01 Математика (по направлениям)
направление специальности
1-31 03 01-01 Математика (научно-производственная деятельность)**

2017 г.

Учебная программа составлена на основе ОСВО 1-31 03 01-2013 (30.08.2013) и учебного плана № G31-140/уч. 2013 г. (30.05.2013) по специальности 1-31 03 01 Математика (по направлениям).

СОСТАВИТЕЛИ:

Беняш-Кривец Валерий Вацлавович – заведующий кафедрой высшей алгебры и защиты информации механико-математического факультета Белорусского государственного университета, доктор физико-математических наук, профессор.

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:

Кафедрой высшей алгебры и защиты информации
(протокол № 9 от 26.04.2017)

Учебно-методической комиссией механико-математического факультета
Белорусского государственного университета
(протокол № 7 от 16.05.2017)

Зав.кафедрой ВАиЗИ  /В.В. Беняш-Кривец/

1325

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

В последние десятилетия базис Гребнера идеала стал играть важную роль во многих исследованиях по абстрактной алгебре, компьютерной алгебре, алгебраической геометрии, теории выпуклых многогранников, дискретной геометрии и других областях математики, и поэтому изложение первоначальных сведений по этому вопросу в рамках университетской дисциплины представляется вполне уместным.

Дисциплина специализации тесно связана с дисциплиной «Алгебра и теория чисел».

Цель дисциплины специализации «Базисы Гребнера»: ввести понятие базиса Гребнера идеала и алгоритм его построения и показать, насколько сильные алгоритмические методы это понятие предоставляет как для решения общих систем алгебраических уравнений, так и для решения различных вопросов, связанных с идеалами в кольцах полиномов.

Образовательная цель: изучение теоретических основ базисов Гребнера, знакомство с базовыми алгоритмами, использующихся при решении систем алгебраических уравнений, а также при решении различных проблем, связанных с идеалами в кольцах полиномов.

Развивающая цель: формирование у студентов алгоритмического мышления и общей математической культуры, привитие студентам умения самостоятельно изучать учебную и научную литературу в области математики.

Основные задачи, решаемые в рамках изучения дисциплины «Базисы Гребнера»:

- ознакомить студентов с понятиями идеала, аффинного многообразия, базиса Гребнера;
- изучить ряд важнейших свойств идеалов и многообразий, в частности познакомиться с теоремами Гильберта о базисе и о нулях;
- познакомиться с приложениями полученных результатов как к решению систем алгебраических уравнений, так и к решению различных вопросов, связанных с идеалами в кольцах полиномов;
- развить у студентов аналитическое мышление и общую математическую культуру;
- привить студентам умение самостоятельно изучать учебную и научную литературу в области математики.

В результате изучения учебной дисциплины студент должен

знать:

- основные понятия и результаты теории базисов Гребнера
- методы доказательств важнейших результатов, изучаемых в рамках учебной дисциплины «Базисы Гребнера»;
- алгоритмы решения основных задач, связанных с системами алгебраических

уравнений и с идеалами в кольцах полиномов;

уметь:

- строить базис Гребнера идеала;
- применять критерий Бухбергера S -пар;
- строить базис пересечения идеалов;
- решать задачу о принадлежности идеалу и о принадлежности радикалу идеала;
- решать задачу о совместности системы и о конечности числа решений системы;
- уметь решать алгоритмические задачи по курсу «Базисы Гребнера»;

владеть:

- основными навыками решения задач теории базисов Гребнера;
- методами доказательств основных теорем, встречающихся в курсе «Базисы Гребнера»;
- навыками самообразования и способами использования аппарата теории базисов Гребнера для проведения математических и междисциплинарных исследований.

Требования к академическим компетенциям специалиста

Специалист должен:

АК-1. Уметь применять базовые научно-теоретические знания для решения теоретических и практических задач.

АК-3. Владеть исследовательскими навыками.

АК-4. Уметь работать самостоятельно.

АК-7. Иметь навыки, связанные с использованием технических устройств, управлением информацией и работой с компьютером.

АК-8. Обладать навыками устной и письменной коммуникаций.

АК-9. Уметь учиться, повышать свою квалификацию в течение всей жизни.

Требования к социально-личностным компетенциям специалиста

Специалист должен:

СЛК-3. Обладать способностью к межличностным коммуникациям.

СЛК-6. Уметь работать в команде.

Требования к профессиональным компетенциям специалиста

Специалист должен быть способен:

Научно-производственная деятельность

ПК-3. Применять методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности и в областях знаний, непосредственно не связанных со сферой деятельности.

Научно-исследовательская деятельность:

ПК-5. Заниматься аналитической и научно-исследовательской деятельностью в области математики и информационных технологий.

ПК-8. Работать с научной, нормативно-справочной и специальной литературой; Самостоятельно приобретать с помощью информационных технологий и использовать в практической деятельности новые знания и умения, в том числе в новых областях знаний, непосредственно не связанных со сферой деятельности.

Организационно-управленческая деятельность:

ПК-14. Взаимодействовать со специалистами смежных профилей.

ПК-18. Готовить доклады, материалы к презентациям.

Инновационная деятельность:

ПК-24. Работать с научной, технической и патентной литературой.

Учебная программа предназначена для студентов 4 курса (8 семестр) очной формы получения образования.

В соответствии с учебным планом специальности на изучение дисциплины отводится 100 часов, в том числе 36 часов аудиторных занятий. Распределение аудиторных часов по видам занятий: лекции – 32 часа, УСР – 4 часа. Текущая аттестация – экзамен.

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

Тема 1. Идеалы и аффинные многообразия.

Полиномы и аффинное пространство. Аффинные многообразия. Идеалы и их связь с аффинными многообразиями. Системы алгебраических уравнений и их связь с идеалами.

Тема 2. Базисы Гребнера.

Мономиальные порядки. Алгоритм деления с остатком в кольце многочленов от нескольких переменных. Мономиальные идеалы и лемма Диксона. Теорема Гильберта о базисе и базисы Гребнера. Свойства базисов Гребнера. S -полиномы, критерий Бухбергера S -пар. Алгоритм Бухбергера. Минимальный и редуцированный базис Гребнера.

Тема 3. Теория исключения.

Исключающие идеалы. Теорема об исключении. Теорема о продолжении. Результант и его свойства. Исключающие порядки.

Тема 4. Теорема Гильберта о нулях.

Слабая и сильная теоремы Гильберта о нулях. Радикал идеала. Радикальные идеалы и соответствие идеал – многообразие. Суммы, произведения и пересечения идеалов.

Тема 5. Применения базисов Гребнера.

Критерий принадлежности идеалу. Критерий равенства идеалов. Нормальная форма полиномов в факторкольце, операции в факторкольце. Базис пересечения идеалов. Критерий принадлежности радикалу идеала. Критерий равенства радикалов двух идеалов. Замыкание Зарисского и частные идеалов, базис частного идеалов. Критерий совместности системы алгебраических уравнений. Критерий конечности числа решений системы алгебраических уравнений. НОК и НОД многочленов.

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА

Номер раздела, темы	Название раздела, темы	Количество ауд. ч.		Количество часов VCP	Форма контроля знаний
		Лекции	Иное		
1	2	3	4	5	6
1.	Идеалы и аффинные многообразия.	2			
1.1	Полиномы и аффинное пространство. Аффинные многообразия. Идеалы и их связь с аффинными многообразиями. Системы алгебраических уравнений и их связь с идеалами.	2			Экспресс-опрос
2.	Базисы Гребнера.	10			
2.1	Мономиальные порядки.	2			Экспресс-опрос
2.2	Алгоритм деления с остатком в кольце многочленов от нескольких переменных.	2			Экспресс-опрос
2.3	Мономиальные идеалы и лемма Диксона. Теорема Гильберта о базисе и базисы Гребнера.	2			Экспресс-опрос
2.4	Свойства базисов Гребнера. S-полиномы, критерий Бухбергера S-пар.	2			Экспресс-опрос
2.5	Алгоритм Бухбергера. Минимальный и редуцированный базис Гребнера.	2			Экспресс-опрос
3.	Теория исключения.	2		2	

3.1	Исключающие идеалы. Теорема об исключении. Теорема о продолжении. Результат и его свойства.	2		2	Контрольная работа
4.	Теорема Гильберта о нулях.	2			
4.1	Слабая и сильная теоремы Гильберта о нулях. Радикал идеала. Радикальные идеалы и соответствие идеал – многообразие. Суммы, произведения и пересечения идеалов.	2			Экспресс-опрос
5.	Применения базисов Гребнера.	6		2	
5.1	Критерий принадлежности идеалу. Критерий равенства идеалов. Нормальная форма полиномов в факторкольце, операции в факторкольце. Базис пересечения идеалов. Критерий принадлежности радикалу идеала. Критерий равенства радикалов двух идеалов.	2			Экспресс-опрос
5.2	Замыкание Зарисского и частные идеалов, базис частного идеалов. Критерий совместности системы алгебраических уравнений.	2			Экспресс-опрос
5.3	Критерий конечности числа решений системы алгебраических уравнений. НОК и НОД многочленов.	2		2	Контрольная работа
Итого		32		4	

ИНФОРМАЦИОННАЯ ЧАСТЬ

Основная литература:

1. Кокс Д., Литтл Дж., О'Ши Д. Идеалы, многообразия и алгоритмы. М.: Мир, 2000.
2. Аржанцев И. Лекции о базисах Гребнера. М., 2002.
3. Прасолов В.В. Многочлены. М.: МЦНМО, 2000.

Дополнительная литература:

1. W.W. Adams, P. Lounstaunau. An introduction to Gröbner bases. AMS, 1994.
2. J. von zur Gathen, J. Gerhard. Modern computer algebra. Cambridge University Press, 1999.
3. T. Becker, V. Weispfenning. Gröbner bases. A computational approach to commutative algebra. Springer-Verlag, 1993.