Белорусский государственный университет

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебной работе

_________________ А.Л. Толстик
« 31 » __июля__________________ 2015 г.

Регистрационный № УД-556/уч.

АЛГЕБРА И ТЕОРИЯ ЧИСЕЛ

Учебная программа по учебной дисциплине для специальностей:
1-31 03 01 Математика (по направлениям)
(1-31 03 01-01 Математика (научно-производственная деятельность),
1-31 03 01-02 Математика (научно-педагогическая деятельность),
1-31 03 01-03 Математика (экономическая деятельность));
1-31 03 08 Математика и информационные технологии
(по направлениям);
1-31 03 09 Компьютерная математика и системный анализ

2015г.

Учебная программа составлена на основе типовой учебной программы по дисциплине «Алгебра и теория чисел», утвержденной 07.09.2015, регистрационный № ТД G.533/тип. и УП по специальности 1-31 03 01 «Математика (по направлениям)» (направления 1-31 03 01-01 «Математика (научно-производственная деятельность)», 1-31 03 01-02 «Математика (научно-педагогическая деятельность)», 1-31 03 01-03 «Математика (экономическая деятельность)»); 1-31 03 08 «Математика и информационные технологии (по направлениям)»; 1-31 03 09 «Компьютерная математика и системный анализ» (регистрационные № G31-138/уч., № G31-139/уч., № G31-140/уч., № G31-137/уч., № G31з-183/уч., утвержденных 30.05.2013; № G31-195/уч., № G31-196/уч., № G31з-196/уч., ., № G31з-197/уч., ., № G31з-198/уч., ., № G31з-200/уч., утвержденных 30.05.2014)

СОСТАВИТЕЛИ:
Валерий Вацлавович Беняш-Кривец – заведующий кафедрой высшей алгебры и защиты информации Белорусского государственного университета, доктор физико-математических наук, профессор;
Валерий Владимирович Курсов – доцент кафедры высшей алгебры и защиты информации Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент.

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:
Кафедрой высшей алгебры и защиты информации
(протокол № 11 от 22.05.2015)

Научно-методическим советом Белорусского государственного университета
(протокол № 6 от 29.06.2015)

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Учебная дисциплина «Алгебра и теория чисел» является базовой для преподавания большинства математических курсов. Наиболее тесной является связь данной дисциплины с такими дисциплинами как «Аналитическая геометрия», «Топология», «Математический анализ», «Дифференциальные уравнения», «Теория функций комплексного переменного», «Функциональный анализ», «Уравнения математической физики».

Элементы теории векторных пространств используются при изучении дисциплин «Аналитическая геометрия», «Функциональный анализ», «Дифференциальные уравнения», свойства комплексных чисел используются при изучении дисциплин «Теория функций комплексного переменного», «Дифференциальные уравнения», «Уравнения математической физики». Базовые понятия теории групп используются при изучении дисциплины «Аналитическая геометрия». Также при изучении многих дисциплин используются методы решения систем линейных уравнений и элементы теории матриц.

Основными методами изучения дисциплины «Алгебра и теория чисел» являются освоение теоретических знаний на базе лекционного курса, а также самостоятельная проработка студентами теоретического материала.

Практические навыки использования теоретических результатов при решении различных задач и упражнений отрабатываются на практических занятиях, а также в форме самостоятельной работы студентов.

Цель дисциплины «Алгебра и теория чисел»: обучение студентов фундаментальным методам общей алгебры, линейной алгебры, теории чисел; знакомство с основными алгебраическими структурами — группами, кольцами и полями; создание базы для освоения основных понятий и методов современной математики; формирование у студентов основ математического мышления; знакомство с методами математических доказательств; изучение алгоритмов решения конкретных математических задач; привитие студентам умения самостоятельно изучать учебную и научную литературу в области математики.

Основные задачи, решаемые в рамках изучения дисциплины «Алгебра и теория чисел»:

- ознакомить студентов с фундаментальными понятиями и методами линейной алгебры. Изучить матрицы и определители, методы решения систем линейных уравнений, теорию векторных пространств и линейных операторов, теорию квадратичных и билинейных форм;
- дать введение в задачи и методы теории групп, теории колец и полей, а также теории чисел;
- изучить комплексные числа и многочлены;
- развить у студентов аналитическое мышление и общую математическую культуру;
- привить студентам умение самостоятельно изучать учебную и научную литературу в области математики.

В результате изучения учебной дисциплины студент должен

знать:

– основные понятия и результаты линейной алгебры, теории билинейных и квадратичных форм, теории групп, колец и полей;

– методы доказательств важнейших результатов, изучаемых в рамках учебной дисциплины «Алгебра и теория чисел»;

– алгоритмы решения задач по алгебре;

уметь:

– выполнять действия с комплексными числами в алгебраической и тригонометрической форме, извлекать корни из комплексных чисел, применять формулу Муавра;
– вычислять определители;
– выполнять операции над матрицами;
– решать системы линейных уравнений;
– находить базис векторного пространства, суммы и пересечения подпространств, координаты вектора в заданном базисе, находить ранг матрицы и системы векторов;
– находить собственные значения и собственные векторы матрицы и линейного оператора;
– приводить квадратичную форму к каноническому виду;
– приводить ортогональный оператор к каноническому виду;
– находить ортонормированный базис, ортогональное дополнение к подпространству;
– определять, является ли данное подмножество подгруппой в группе, подкольцом или идеалом в кольце, подполем в поле;
– производить вычисления в факторгруппе, факторкольце;

владеть:

– основными навыками решения задач, связанных с линейной алгеброй, многочленами, комплексными числами, квадратичными и билинейными формами, группами, кольцами и полями;
– методами доказательств основных теорем, встречающихся в курсе «Алгебра и теория чисел».
– навыками самообразования и способами использования аппарата алгебры и теории чисел для проведения математических и междисциплинарных исследований.

Учебная программа предназначена для студентов первого и второго курса(1,2,3 семестр), очной формы получения образования.

На изучение учебной дисциплины по специальности 1-31 03 01-01 «Математика (научно-производственная деятельность)» отводится всего 446 часов, в том числе аудиторных — 212 часов, из них лекции — 106 часов, лабораторные занятия — 90 часов и УСР – 16 часов; по специальности 1-31 03 01-02 «Математика (научно-педагогическая деятельность)» всего 456 часов, в том числе аудиторных — 212 часов, из них лекции — 106 часов, лабораторные занятия — 90 часов и УСР – 16 часов; по специальности 1-31 03 01-03 «Математика (экономическая деятельность)» всего 494 часа, в том числе аудиторных — 212 часов, из них лекции — 106 часов, лабораторные занятия — 90 часов и УСР – 16 часов; по специальности 1-31 03 08 «Математика и информационные технологии (по направлениям)» всего 472 часа, в том числе аудиторных — 212 часов, из них лекции — 106 часов, практические занятия — 90 часов и УСР – 16 часов; по специальности 1-31 03 09 «Компьютерная математика и системный анализ» всего 472 часа, в том числе аудиторных — 212 часов, из них лекции — 106 часов, практические занятия — 90 часов, УСР – 16 часов.

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

Тема 1.
Арифметика целых чисел. Сравнения
Тема 2.
Алгебраическая операция, основные алгебраические структуры.
Тема 3.
Поле комплексных чисел.
Тема 4.
Матрицы и операции над ними.
Тема 5.
Перестановки и подстановки.
Тема 6.
Определители и их применение.
Тема 7.
Многочлены от одной и нескольких переменных.
Тема 8.
Векторные пространства.
Тема 9.
Системы линейных уравнений.
Тема 10.
Линейные отображения векторных пространств.
Тема 11.
Инвариантные подпространства. Собственные векторы и собственные значения. Нормальные формы матриц.
Тема 12.
Билинейные и квадратичные формы.
Тема 13.
Евклидовы пространства.
Тема 14.
Линейные операторы евклидовых пространств.
Тема 15.
Введение в теорию групп.
Тема 16.
Введение в теорию колец и полей.

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА ДЛЯ

1-31 03 08 «Математика и информационные технологии (по направлениям)»;

1-31 03 09 «Компьютерная математика и системный анализ»

Номер раздела, темы	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов					Количество часов по УСР	Формы контроля знаний
		лекции	практические занятия	семинарские занятия	лабораторные занятия	Иное		
1	2	3	4	5	6	7	8	9
	1 семестр							
1	**Тема 1. Арифметика целых чисел. Сравнения**	**8**	**8**					
1.1	Делимость целых чисел и ее свойства. Теорема о делении с остатком. Наибольший общий делитель. Алгоритм Евклида и запись НОД в виде целочисленной линейной комбинации.	2	2					
1.2	Взаимно простые числа, критерий взаимной простоты. Наименьшее общее кратное. Простые и составные числа, бесконечность множества простых чисел. Основная теорема арифметики. Сравнения и их свойства.	2	2					Проверка индивидуальных заданий
1.3	Классы вычетов. Операции над классами вычетов.	2	2					
1.4	Теоретико-числовая функция Эйлера, ее мультипликативность. Теоремы Эйлера и Ферма. Решение линейных сравнений от одной неизвестной. Китайская теорема об остатках.	2	2					Проверка индивидуальных заданий
2	**Тема 2. Алгебраическая операция, основные алгебраические структуры**	**3**	**2**					
2.1	Алгебраическая операция. Свойства алгебраической операции: коммутативность и ассоциативность. Нейтральный элемент и симметричные элементы множества относительно алгебраической операции. Теоремы о единственности нейтрального элемента и о единственности симметричного элемента относительно ассоциативной алгебраической операции.	2	2					Проверка индивидуальных заданий
2.2	Определения группы, кольца, поля. Примеры. Кольцо классов вычетов. Обратимые классы вычетов. Конечные поля $\mathbb{Z}/p\mathbb{Z}$.	1					2	Контрольная работа
3	**Тема 3. Поле комплексных чисел**	**6**	**6**					
3.1	Определение поля комплексных чисел. Алгебраическая форма комплексных	2	2					Проверка индивиду

	чисел. Комплексное сопряжение. Комплексная плоскость. Модуль и аргумент комплексного числа, их свойства.							альных заданий
3.2	Тригонометрическая форма комплексного числа. Действия над комплексными числами в тригонометрической форме. Формула Муавра и ее применение в вещественных вычислениях.	2	2					
3.3	Геометрическая интерпретация действий с комплексными числами. Извлечение корня из комплексного числа. Корни из единицы.	2	2					Проверка индивидуальных заданий
4	**Тема 4. Матрицы и операции над ними**	**4**	**2**					
4.1	Понятие матрицы размера $m \times n$. Виды матриц: квадратная матрица, диагональная матрица, верхняя и нижняя треугольная матрица, единичная матрица, нулевая матрица, вектор-строка, вектор-столбец. Равенство матриц.	2					2	Контрольная работа
4.2	Операции над матрицами: сложение и умножение матриц, умножение матрицы на скаляр, транспонирование. Свойства операций над матрицами. Многочлен от матрицы.	2	2					Проверка индивидуальных заданий
5	**Тема 5. Перестановки и подстановки**	**3**	**2**					
5.1	Определение перестановок и подстановок, их число. Инверсии и порядки, четность перестановки. Транспозиции и циклы. Умножение подстановок и его свойства, симметрическая группа.	2	2					Проверка индивидуальных заданий
5.2	Разложение подстановки в произведение независимых циклов и транспозиций. Четность подстановки.	1						
6	**Тема 6. Определители и их применение**	**6**	**4**					
6.1	Определители второго и третьего порядков. Определитель квадратной матрицы произвольного порядка и его свойства. Определитель транспонированной матрицы.	2	2					Проверка индивидуальных заданий
6.2	Миноры и алгебраические дополнения. Теорема Лапласа. Разложение определителя по строке и столбцу. Определитель треугольной матрицы. Определитель Вандермонда. Определитель произведения квадратных матриц.	2					2	Контрольная работа
6.3	Обратная матрица: критерий существования и методы вычисления. Полная линейная группа. Теорема Крамера.	2	2					Проверка индивидуальных заданий

7	**Тема 7. Многочлены от одной и нескольких переменных**	**6**	**6**					
7.1	Кольцо многочленов от одной переменной над полем. Степень многочлена и ее свойства. Теорема о делении с остатком для многочленов. Наибольший общий делитель многочленов, алгоритм Евклида. Взаимно простые многочлены. Неприводимые многочлены. Теорема о разложении многочлена на неприводимые множители.	2	2					Проверка индивидуальных заданий
7.2	Значение многочлена в точке, корень многочлена. Теорема Безу и следствия из нее. Схема Горнера. Производная многочлена и ее свойства. Кратность корня многочлена. Основная теорема алгебры.	2	2					Проверка индивидуальных заданий
7.3	Каноническое разложение многочлена над полями комплексных и вещественных чисел. Многочлены от n переменных. Симметрические многочлены.	2	2					Проверка индивидуальных заданий
	Всего за семестр	**36**	**30**				**6**	
	2 семестр							
8	**Тема 8. Векторные пространства**	**10**	**10**					
8.1	Определение и примеры. Система образующих, конечномерные пространства.	2	2					
8.2	Линейная независимость векторов. Теорема Штейница о замене. Базис, размерность.	2	2					Проверка индивидуальных заданий
8.3	Координаты вектора, их изменение при изменении базиса. Матрица перехода, преобразование координат вектора. Подпространство, его размерность.	2	2					
8.4	Ранг системы векторов. Ранг матрицы.	2	2					
8.5	Сумма и пересечение подпространств, связь их размерностей. Прямая сумма подпространств	2	2					Проверка индивидуальных заданий
9	**Тема 9. Системы линейных уравнений**	**6**	**4**					
9.1	Матричная запись линейной системы. Метод Гаусса. Теорема Кронекера–Капелли. Однородные системы, условие существования нетривиального решения.	2					2	Контрольная работа
9.2	Фундаментальная система решений. Связь между решениями неоднородной и соответствующей однородной систем.	2	2					Проверка индивидуальных заданий
9.3	Задание подпространства векторного пространства системой линейных	2	2					Проверка индивиду

	уравнений.							альных заданий
10	**Тема 10. Дифференцируемые функции многих переменных**	**8**	**8**					
10.1	Линейное отображение, его ядро и образ. Ранг и дефект. Алгебраические действия над линейными отображениями: сумма, умножение на константу, композиция.	2	2					
10.2	Линейный оператор и его матрица. Изменение матрицы оператора при переходе к другому базису.	4	2					Проверка индивидуальных заданий
10.3	Матрица композиции и суммы линейных операторов.	2	2					Проверка индивидуальных заданий
10.4	Пространство линейных операторов и его связь с пространством матриц. Условия обратимости оператора	2	2					Проверка индивидуальных заданий
11	**Тема 11. Инвариантные подпространства. Собственные векторы и собственные значения. Нормальные формы матриц**	**10**	**8**					
11.1	Инвариантное подпространство. Сужение оператора на инвариантное подпространство.	2	2					Проверка индивидуальных заданий
11.2	Матрица оператора при наличии инвариантного подпространства, при разложении пространства в прямую сумму инвариантных подпространств.	2					2	Контрольная работа
11.3	Собственное число и собственный вектор оператора. Характеристический многочлен оператора и матрицы.	2	2					Проверка индивидуальных заданий
11.4	Теорема Гамильтона–Кэли. Оператор, имеющий диагональную матрицу в некотором базисе; признак диагонализируемости. Жорданова матрица.	2	2					
11.5	Теорема о существовании жордановой нормальной формы матрицы. Алгоритм приведения к жордановой нормальной форме. Нормальная форма Фробениуса.	2	2					Проверка индивидуальных заданий
	Всего за семестр	**34**	**30**				**4**	
	3 семестр							
12	**Тема 12. Билинейные и квадратичные формы**	**8**	**6**					
12.1	Билинейная форма на векторном пространстве, ее матрица. Изменение матрицы билинейной формы при	2	2					

	изменении базиса, ранг формы. Симметрические и кососимметрические билинейные формы, их матрицы.							
12.2	Операции над билинейными формами, пространство билинейных форм и его изоморфизм пространству квадратных матриц. Квадратичная форма и ее матрица, существование и единственность полярной билинейной формы.	2	2					Проверка индивидуальных заданий
12.3	Канонический вид билинейной и квадратичной формы. Алгоритм Лагранжа приведения квадратичной формы к каноническому виду. Нормальный вид вещественной и комплексной квадратичных форм.	2	2					Проверка индивидуальных заданий
12.4	Закон инерции вещественных квадратичных форм. Знакоопределенные квадратичные формы, критерий Сильвестра.	2					2	Контрольная работа
13	**Тема 13. Евклидовы пространства**	**6**	**6**					
13.1	Определение евклидова пространства. Длина вектора, угол между векторами. Неравенство Коши–Буняковского.	2	2					Проверка индивидуальных заданий
13.2	Ортонормированные семейства векторов, ортонормированные базисы. Процесс ортогонализации Грама–Шмидта. Ортогональное дополнение к подпространству.	2	2					Проверка индивидуальных заданий
13.3	Разложение пространства в прямую сумму подпространства и его ортогонального дополнения.	2	2					
14	**Тема 14. Линейные операторы евклидовых пространств**	**6**	**4**					
14.1	Сопряженный оператор, его существование и свойства. Инвариантные подпространства для сопряженных операторов.	2	2					Проверка индивидуальных заданий
14.2	Ортогональные операторы, канонический вид их матриц. Самосопряженный оператор.	2					2	Контрольная работа
14.3	Существование ортогонального преобразования, приводящего вещественную квадратичную форму к диагональному виду.	2	2					Проверка индивидуальных заданий
15	**Тема 15. Введение в теорию групп**	**8**	**8**					
15.1	Определение группы, подгруппы, примеры. Гомоморфизм, изоморфизм, автоморфизм. Порядок элемента группы.	2	2					Проверка индивидуальных заданий

15.2	Циклические подгруппы. Циклические группы, их классификация.	2	2					Проверка индивидуальных заданий
15.3	Смежные классы по подгруппе, индекс подгруппы. Теорема Лагранжа и следствия из нее.	2	2					Проверка индивидуальных заданий
15.4	Нормальная подгруппа. Факторгруппа. Основная теорема о гомоморфизмах групп. Прямое произведение групп.	2	2					
16	**Тема 16. Введение в теорию колец и полей**	**8**	**6**					
16.1	Определение кольца, подкольца, поля, подполя, примеры. Гомоморфизм, изоморфизм колец, ядро гомоморфизма.	2	2					
16.2	Идеалы колец. Факторкольца. Основная теорема о гомоморфизмах для колец. Прямое произведение колец.	2					2	Контрольная работа
16.3	Характеристика поля. Простые поля.	2	2					Проверка индивидуальных заданий
16.4	Степень расширения, конечные расширения. Мультипликативность степени. Алгебраические и трансцендентные элементы. Простые расширения полей. Алгебраически замкнутые поля, алгебраическое замыкание.	2	2					Проверка индивидуальных заданий
	Всего за семестр	**36**	**30**				**6**	
	Всего по курсу	**106**	**90**				**16**	

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА ДЛЯ
1-31 03 01-01 «Математика (научно-производственная деятельность)»,
1-31 03 01-02 «Математика (научно-педагогическая деятельность)»,
1-31 03 01-03 «Математика (экономическая деятельность)»);

Номер раздела, темы	**Название раздела, темы**	**Количество аудиторных часов**					**Количество часов по УСР**	**Формы контроля знаний**
		лекции	**практические занятия**	**семинарские занятия**	**лабораторные занятия**	**Иное**		
1	2	3	4	5	6	7	8	9
	1 семестр							
1	**Тема 1. Арифметика целых чисел. Сравнения**	**8**			**8**			
1.1	Делимость целых чисел и ее свойства. Теорема о делении с остатком. Наибольший общий делитель. Алгоритм Евклида и запись НОД в виде целочисленной линейной комбинации.	2			2			
1.2	Взаимно простые числа, критерий взаимной простоты. Наименьшее общее кратное. Простые и составные числа, бесконечность множества простых чисел. Основная теорема арифметики. Сравнения и их свойства.	2			2			Проверка индивидуальных заданий
1.3	Классы вычетов. Операции над классами вычетов.	2			2			
1.4	Теоретико-числовая функция Эйлера, ее мультипликативность. Теоремы Эйлера и Ферма. Решение линейных сравнений от одной неизвестной. Китайская теорема об остатках.	2			2			Проверка индивидуальных заданий
2	**Тема 2. Алгебраическая операция, основные алгебраические структуры**	**3**			**2**			
2.1	Алгебраическая операция. Свойства алгебраической операции: коммутативность и ассоциативность. Нейтральный элемент и симметричные элементы множества относительно алгебраической операции. Теоремы о единственности нейтрального элемента и о единственности симметричного элемента относительно ассоциативной алгебраической операции.	2			2			Проверка индивидуальных заданий
2.2	Определения группы, кольца, поля. Примеры. Кольцо классов вычетов. Обратимые классы вычетов. Конечные поля $\mathbb{Z}/p\mathbb{Z}$.	1					2	Контрольная работа
3	**Тема 3. Поле комплексных чисел**	**6**			**6**			
3.1	Определение поля комплексных чисел. Алгебраическая форма комплексных чисел. Комплексное сопряжение.	2			2			Проверка индивиду альных

	Комплексная плоскость. Модуль и аргумент комплексного числа, их свойства.							заданий
3.2	Тригонометрическая форма комплексного числа. Действия над комплексными числами в тригонометрической форме. Формула Муавра и ее применение в вещественных вычислениях.	2			2			
3.3	Геометрическая интерпретация действий с комплексными числами. Извлечение корня из комплексного числа. Корни из единицы.	2			2			Проверка индивидуальных заданий
4	**Тема 4. Матрицы и операции над ними**	**4**			**2**			
4.1	Понятие матрицы размера $m \times n$. Виды матриц: квадратная матрица, диагональная матрица, верхняя и нижняя треугольная матрица, единичная матрица, нулевая матрица, вектор-строка, вектор-столбец. Равенство матриц.	2					2	Контрольная работа
4.2	Операции над матрицами: сложение и умножение матриц, умножение матрицы на скаляр, транспонирование. Свойства операций над матрицами. Многочлен от матрицы.	2			2			Проверка индивидуальных заданий
5	**Тема 5. Перестановки и подстановки**	**3**			**2**			
5.1	Определение перестановок и подстановок, их число. Инверсии и порядки, четность перестановки. Транспозиции и циклы. Умножение подстановок и его свойства, симметрическая группа.	2			2			Проверка индивидуальных заданий
5.2	Разложение подстановки в произведение независимых циклов и транспозиций. Четность подстановки.	1						
6	**Тема 6. Определители и их применение**	**6**			**4**			
6.1	Определители второго и третьего порядков. Определитель квадратной матрицы произвольного порядка и его свойства. Определитель транспонированной матрицы.	2			2			Проверка индивидуальных заданий
6.2	Миноры и алгебраические дополнения. Теорема Лапласа. Разложение определителя по строке и столбцу. Определитель треугольной матрицы. Определитель Вандермонда. Определитель произведения квадратных матриц.	2					2	Контрольная работа
6.3	Обратная матрица: критерий существования и методы вычисления. Полная линейная группа. Теорема Крамера.	2			2			Проверка индивидуальных заданий
7	**Тема 7. Многочлены от одной и**	**6**			**6**			

	нескольких переменных							
7.1	Кольцо многочленов от одной переменной над полем. Степень многочлена и ее свойства. Теорема о делении с остатком для многочленов. Наибольший общий делитель многочленов, алгоритм Евклида. Взаимно простые многочлены. Неприводимые многочлены. Теорема о разложении многочлена на неприводимые множители.	2			2			Проверка индивидуальных заданий
7.2	Значение многочлена в точке, корень многочлена. Теорема Безу и следствия из нее. Схема Горнера. Производная многочлена и ее свойства. Кратность корня многочлена. Основная теорема алгебры.	2			2			Проверка индивидуальных заданий
7.3	Каноническое разложение многочлена над полями комплексных и вещественных чисел. Многочлены от n переменных. Симметрические многочлены.	2			2			Проверка индивидуальных заданий
	Всего за семестр	**36**			**30**		**6**	
	2 семестр							
8	**Тема 8. Векторные пространства**	**10**			**10**			
8.1	Определение и примеры. Система образующих, конечномерные пространства.	2			2			
8.2	Линейная независимость векторов. Теорема Штейница о замене. Базис, размерность.	2			2			Проверка индивидуальных заданий
8.3	Координаты вектора, их изменение при изменении базиса. Матрица перехода, преобразование координат вектора. Подпространство, его размерность.	2			2			
8.4	Ранг системы векторов. Ранг матрицы.	2			2			
8.5	Сумма и пересечение подпространств, связь их размерностей. Прямая сумма подпространств	2			2			Проверка индивидуальных заданий
9	**Тема 9. Системы линейных уравнений**	**6**			**4**			
9.1	Матричная запись линейной системы. Метод Гаусса. Теорема Кронекера–Капелли. Однородные системы, условие существования нетривиального решения.	2					2	Контрольная работа
9.2	Фундаментальная система решений. Связь между решениями неоднородной и соответствующей однородной систем.	2			2			Проверка индивидуальных заданий
9.3	Задание подпространства векторного пространства системой линейных уравнений.	2			2			Проверка индивидуальных

								заданий
10	**Тема 10. Дифференцируемые функции многих переменных**	**8**			**8**			
10.1	Линейное отображение, его ядро и образ. Ранг и дефект. Алгебраические действия над линейными отображениями: сумма, умножение на константу, композиция.	2			2			
10.2	Линейный оператор и его матрица. Изменение матрицы оператора при переходе к другому базису.	4			2			Проверка индивидуальных заданий
10.3	Матрица композиции и суммы линейных операторов.	2			2			Проверка индивидуальных заданий
10.4	Пространство линейных операторов и его связь с пространством матриц. Условия обратимости оператора	2			2			Проверка индивидуальных заданий
11	**Тема 11. Инвариантные подпространства. Собственные векторы и собственные значения. Нормальные формы матриц**	**10**			**8**			
11.1	Инвариантное подпространство. Сужение оператора на инвариантное подпространство.	2			2			Проверка индивидуальных заданий
11.2	Матрица оператора при наличии инвариантного подпространства, при разложении пространства в прямую сумму инвариантных подпространств.	2					2	Контрольная работа
11.3	Собственное число и собственный вектор оператора. Характеристический многочлен оператора и матрицы.	2			2			Проверка индивидуальных заданий
11.4	Теорема Гамильтона–Кэли. Оператор, имеющий диагональную матрицу в некотором базисе; признак диагонализируемости. Жорданова матрица.	2			2			
11.5	Теорема о существовании жордановой нормальной формы матрицы. Алгоритм приведения к жордановой нормальной форме. Нормальная форма Фробениуса.	2			2			Проверка индивидуальных заданий
	Всего за семестр	**34**			**30**		**4**	
	3 семестр							
12	**Тема 12. Билинейные и квадратичные формы**	**8**			**6**			
12.1	Билинейная форма на векторном пространстве, ее матрица. Изменение матрицы билинейной формы при изменении базиса, ранг формы.	2			2			

	Симметрические и кососимметрические билинейные формы, их матрицы.							
12.2	Операции над билинейными формами, пространство билинейных форм и его изоморфизм пространству квадратных матриц. Квадратичная форма и ее матрица, существование и единственность полярной билинейной формы.	2			2			Проверка индивидуальных заданий
12.3	Канонический вид билинейной и квадратичной формы. Алгоритм Лагранжа приведения квадратичной формы к каноническому виду. Нормальный вид вещественной и комплексной квадратичных форм.	2			2			Проверка индивидуальных заданий
12.4	Закон инерции вещественных квадратичных форм. Знакоопределенные квадратичные формы, критерий Сильвестра.	2					2	Контрольная работа
13	**Тема 13. Евклидовы пространства**	**6**			**6**			
13.1	Определение евклидова пространства. Длина вектора, угол между векторами. Неравенство Коши–Буняковского.	2			2			Проверка индивидуальных заданий
13.2	Ортонормированные семейства векторов, ортонормированные базисы. Процесс ортогонализации Грама–Шмидта. Ортогональное дополнение к подпространству.	2			2			Проверка индивидуальных заданий
13.3	Разложение пространства в прямую сумму подпространства и его ортогонального дополнения.	2			2			
14	**Тема 14. Линейные операторы евклидовых пространств**	**6**			**4**			
14.1	Сопряженный оператор, его существование и свойства. Инвариантные подпространства для сопряженных операторов.	2			2			Проверка индивидуальных заданий
14.2	Ортогональные операторы, канонический вид их матриц. Самосопряженный оператор.	2					2	Контрольная работа
14.3	Существование ортогонального преобразования, приводящего вещественную квадратичную форму к диагональному виду.	2			2			Проверка индивидуальных заданий
15	**Тема 15. Введение в теорию групп**	**8**			**8**			
15.1	Определение группы, подгруппы, примеры. Гомоморфизм, изоморфизм, автоморфизм. Порядок элемента группы.	2			2			Проверка индивидуальных заданий
15.2	Циклические подгруппы. Циклические группы, их классификация.	2			2			Проверка индивидуальных заданий

15.3	Смежные классы по подгруппе, индекс подгруппы. Теорема Лагранжа и следствия из нее.	2			2			Проверка индивидуальных заданий
15.4	Нормальная подгруппа. Факторгруппа. Основная теорема о гомоморфизмах групп. Прямое произведение групп.	2			2			
16	**Тема 16. Введение в теорию колец и полей**	**8**			**6**			
16.1	Определение кольца, подкольца, поля, подполя, примеры. Гомоморфизм, изоморфизм колец, ядро гомоморфизма.	2			2			
16.2	Идеалы колец. Факторкольца. Основная теорема о гомоморфизмах для колец. Прямое произведение колец.	2					2	Контрольная работа
16.3	Характеристика поля. Простые поля.	2			2			Проверка индивидуальных заданий
16.4	Степень расширения, конечные расширения. Мультипликативность степени. Алгебраические и трансцендентные элементы. Простые расширения полей. Алгебраически замкнутые поля, алгебраическое замыкание.	2			2			Проверка индивидуальных заданий
	Всего за семестр	**36**			**30**		**6**	
	Всего по курсу	**106**			**90**		**16**	

ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Основная литература

1 Милованов М.В., Тышкевич Р.И., Феденко А.С. Алгебра и аналитическая геометрия. Т. 1. Мн.: Амалфея, 2001.

2 Милованов М.В., Толкачев М.М., Тышкевич Р.И., Феденко А.С. Алгебра и аналитическая геометрия. Т. 2. Мн.: Амалфея, 2001.

3 Бурдун А.А., Мурашко Е.А., Толкачев М.М., Феденко А.С. Сборник задач по алгебре и аналитической геометрии. Мн.: Университетское, 1999.

4 Монахов В.С., Бузланов А.В. Алгебра и теория чисел: практикум. Минск: Изд. центр БГУ, 2007.

5 Проскуряков И. В. Сборник задач по линейной алгебре. М.: Наука, 1974.

6 Фаддеев Д. К., Соминский И. С. Сборник задач по высшей алгебре. М.: Наука, 1977.

7 Баркович О.А. Алгебра: задания для практических занятий и самостоятельной работы. В 2 ч. Ч. 1. Введение в алгебру. Минск: БГПУ, 2005.

8 Баркович О.А. Алгебра: задания для практических занятий и самостоятельной работы. В 2 ч. Ч. 2. Линейная алгебра. Минск: БГПУ, 2006.

9 Кострикин А.И. Введение в алгебру. Т. 1—3. М.: Физ.—мат. литература, 2000-2001.

10 Гельфанд И.М. Лекции по линейной алгебре. М.: МЦНМО, 1998.

11 Курош А.Г. Курс высшей алгебры. М.: Наука, 1965 (и более поздние издания).

12 Мальцев И.М. Основы линейной алгебры. М.: Наука, 1970.

13 Фаддеев Д.К. Лекции по алгебре. М.: Наука, 1984.

14 Винберг Э.Б. Курс алгебры. М.: Факториал—пресс, 2001.

15 Виноградов И.М. Основы теории чисел. М.: Наука, 1976.

Дополнительная литература

16 Айерлэнд К., Роузен М. Классическое введение в современную теорию чисел. М.: Мир, 1987.

17 Ван дер Варден Алгебра. М.: Наука, 1976.

18 Кострикин А.И., Манин Ю.И. Линейная алгебра и геометрия. М.: Наука, 1983.

19 Каргаполов М.И., Мерзляков Ю.И. Основы теории групп. М.: Наука, 1972.

20 Ленг С. Алгебра. М.: Мир, 1968.

21 Сборник задач по алгебре. Под ред. А. И. Кострикина. М.: Наука, 1987.

ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ
ПО ИЗУЧАЕМОЙ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ
С ДРУГИМИ ДИСЦИПЛИНАМИ СПЕЦИАЛЬНОСТИ

Название дисциплины, с которой требуется согласование	Название кафедры	Предложения об изменениях в содержании учебной программы по изучаемой учебной дисциплине	Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу (с указанием даты и номера протокола)
Аналитическая геометрия.Топология	Кафедра геометрии и методики преподавания математики	нет	Вносить изменения не требуется (прот. № 11 от 22.05.2015)
Теория функций комплексного переменного. Математический анализ	Кафедра теории функций	нет	Вносить изменения не требуется (прот. № 11 от 22.05.2015)
Функциональный анализ	Кафедра функционального анализа	нет	Вносить изменения не требуется (прот. № 11 от 22.05.2015)
Уравнения математической физики	Кафедра математической кибернетики	нет	Вносить изменения не требуется (прот. № 11 от 22.05.2015)
Дифференциальные уравнения	Кафедра дифференциальных уравнений и системного анализа	нет	Вносить изменения не требуется (прот. № 11 от 22.05.2015)