БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

ЦЕНТР ПРОБЛЕМ РАЗВИТИЯ ОБРАЗОВАНИЯ

НАУЧНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ УНИВЕРСИТЕТСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ

ИСТОРИЯ И ПЕРСПЕКТИВЫ РАЗВИТИЯ

Материалы
Международной научно-практической
интернет-конференции

Минск, 26–27 октября 2017 г.

Минск
Издательский центр БГУ
2017

УДК 378(06)
ББК 74.48я431
Н34

Рецензенты:
доктор психологических наук профессор *Я. Л. Коломинский*;
кандидат социологических наук доцент *М. Г. Волнистая*;
кандидат педагогических наук *М. В. Кудейко*

Научно-методическое обеспечение университетского образования:
Н34 история и перспективы развития : материалы Междунар. науч.-практ. интернет-конф., Минск, 26–27 окт. 2017 г. / Белорус. гос. ун-т, Центр проблем развития образования ; редкол. : В. В. Самохвал (отв. ред.) [и др.]. — Минск : Изд. центр БГУ, 2017. — 219 с.

ISBN 978-985-553-477-9.

Представлены тексты, отражающие многообразие точек зрения по актуальным вопросам, связанным с научно-методическим обеспечением высшего образования.

Предназначено для менеджеров образования, преподавателей, методологов, аспирантов.

УДК 378(06)
ББК 74.48я431

ISBN 978-985-553-477-9

ГЕНЕЗИС КОНЦЕПТУАЛЬНОГО ПРАГМАТИЗМА ОБОСНОВАНИЯ И ФИЛОСОФИЯ СОВРЕМЕННОГО МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ

Михайлова Н. В.
Белорусский национальный технический университет, Минск

В статье рассмотрена роль генезиса обоснования современной математики с точки зрения концептуального прагматизма и его роль в философии математического образования. История генезиса обоснования математики по-разному оценивается философами математики, поэтому в статье анализируется, как в исторической ретроспективе соотносятся представления современных математиков и философов на методологию математического познания.

Ключевые слова: философия математики, генезис обоснования математики, концептуальный прагматизм, математическое образование.

GENESIS OF CONCEPTUAL PRAGMATISM OF SUBSTANTIATION AND PHILOSOPY OF MODERN MATHEMATICAL EDUCATION

Michailova N. V.
Belarusian National Technical University, Minsk

The article considers a role of the modern mathematics justification genesis from the point of view of the conceptual pragmatism and its role in philosophy of mathematical education. Philosophers mathematicians estimate differently even all history of the mathematics justification genesis. Article analyzes the relation of ideas of modern mathematicians and philosophers on the mathematical knowledge methodology in a historical retrospective.

Keywords: mathematics philosophy, mathematics justification genesis, conceptual pragmatism, mathematical education.

Выяснение и объяснение генезиса обоснования математики способствует более глубокому философскому пониманию природы процессов, происходящих в современном математическом образовании, когда философско-методологический анализ стал преобладающим в системе обоснования теоретической математики. Под методологией часто понимают такие философские рассуждения, которые отражают оценочные расхождения разных методов исследования, анализируя математические утверждения, имеющие профессиональный характер и оказывающие влияние на адекватный выбор методов исследования конкретной задачи. А значительное количество различающихся точек зрения на философию математического образования свидетельствует об актуальности проблемы генезиса обоснования всей математики.

Специфика философии математики определяется тем, что как часть философии науки она занимается вопросами обоснования математики. Несмотря на все усилия, предпринятые математиками и философами XX века, проблема обоснования современной математики все еще далека от своего окончательного решения. Даже единой системы допущений, имеющих онтологический и гносеологический характер и лежащих в основе любой программы обоснования математики, пока еще нет. Это также определяет необходимость использования принципиально новых концептуальных подходов к общей концепции обоснования современной математики. Проблема обоснования состоит еще в нахождении условий ее признания в математическом сообществе, так как о философских направлениях, не углубляющихся в особенности развития математики, можно сказать, что они часто выбирают только некоторую значимую методологическую характеристику или даже единственный характерный аспект, раскрывающий особенности генезиса обоснования математики.

В философии математики следующим образом оценивается генезис обоснования математики. Во-первых, активные философские споры о методологических проблемах математики и ее основаниях привели к уточнению позиций участников дискуссии. Во-вторых, если раньше философы математики думали, что всякое разногласие обусловлено либо недостаточностью сведений, либо плохой постановкой вопросов, то сейчас выявилось также существенное различие во взглядах на проблему обоснования математики. Если, по мнению Л. Э. Я. Брауэра, цель формалистов базируется на «непреложной вере в волшебный характер языка», то интуиционизм «выдвигает на первый план существование чистой математики, независимой от языка, и на этой основе пытается доказать истинность математики, построенной до сих пор» [1, с. 257]. Поэтому столь необходимо продвижение в прояснении допущений, имеющих специфически гносеологический характер.

Насколько существенна, с точки зрения методологической функции философии математического образования, для современной математики проблема ее философского обоснования? Можно смело утверждать, что в общеметодологическом плане такое обоснование необходимо для того, чтобы найти средства, гарантирующие надежность, как ставших уже классическими, так и сравнительно новых сильно переусложненных современных математических рассуждений и доказательств. Последние включают в себя три аспекта современной математической практики.

Во-первых, несмотря на устойчивость математических теорем, математика оказалась не такой строгой наукой, как это ранее представлялось подавляющему большинству, поскольку в ней до сих пор существуют предрассудки. Во-вторых, методологически значимым для современной математики является вопрос о правомерности применения компьютерных методов, используемых как для доказательства новых результатов, так и для проверки проведенных вычислений. В-третьих, новая проблема обозримости математических доказательств с необходимостью связывается с их проверяемостью и убедительностью, то есть возможностью их мысленной репрезентации.

Заметим, что в разные периоды истории развития математики надежными представлялись математические теории, соответствующие различным уровням теоретической строгости, формирующиеся под влиянием общей критической познавательной установки. Используемый для этого системно-методологический подход не требует выделения какой-то части математики как более надежной или абсолютно надежной. Философская суть такого подхода к обоснованию математики состоит в переводе проблемы обоснования с логического уровня на методологический. С точки зрения философии математического образования оценку системы обоснования математики целесообразнее проводить по критерию полезности, а не по произвольному истолкованию на основе метафизических предпочтений [2, с. 45].

С одной стороны, формализация математики, активно наводнившая разные уровни математического образования, привела к более ясному осознанию природы самой математики, способствуя тем самым ее применению к нечисловым и непространственным объектам, например, прежде всего к естественным и искусственным языкам и программам для вычислительных машин.

С другой стороны, следует особо отметить, что любая хорошая формализация неизбежно обедняет сам исследуемый объект и ради успешной работы игнорирует его многочисленные несущественные черты, хотя, с точки зрения эффективного аксиоматического мышления повышение теоретического уровня строгости в формализованной математике было в свое время необходимым.

Существенную роль при обосновании математических новых понятий и теорий играют также идеи онтологического порядка. Проблемно-ориентированный синтез направлений обоснования зависит от онтологических представлений о том, каким существованием обладают абстрактные математические объекты, а также от гносеологических представлений, которые касаются смыслов и роли концептуального прагматизма обоснования математики. Концептуальное развитие актуальной проблемы обоснования математики на основе философско-методологического подхода связано с пониманием доминирующего статуса разных математических теорий.

Философию математики – необходимую и важнейшую часть теории познания – можно разделить на две части: «теоретическая философия математики», проистекающая из развития философии, и «прикладная философия математики», которая имеет своим источником развитие математики. В Новосибирской философско-математической школе такое направление философских исследований назвали «проблемно-ориентированное развитие математики», когда «предполагается развернутая постановка проблемной (задачной) ситуации в качестве определяющего обстоятельства в трактовке соотношения различных концепций философии математики (непротиворечивость, полнота, самоотносимость, интуиция, значение математических утверждений, строгость, алгоритм, конечное и бесконечное, существование, истина)» [3, с. 5]. Соответствующую философию проблемно-ориентированного математического образования можно интерпретировать как концептуальный прагматизм. Если вопросы о природе математики или онтологии ее важнейших абстракций являются чисто философскими, то вопрос о практическом осмыслении новых математических объектов имеет уже сугубо методологическую направленность, поскольку возросшая абстрактность всей математики породила серьезную проблему о внутренне непротиворечивой системе аксиом, облегчающей оперирование с математическими абстракциями.

Сложность адекватной философской оценки реконструкции всего математического знания (точнее, оценка прошлого в терминах настоящего) тесно связана с генезисом методологической концепции абстрактной математической структуры. Ее можно интерпретировать как список операций, отношений и их свойств, которые обычно выражены аксиомами и сформулированы так, что представляются как свойства, которым в целом удовлетворяет некоторый класс очень специфических математических объектов, возможно, даже различных между собой. Наиболее важной чертой математических структур является также то, что, пользуясь аксиоматическим методом, они репрезентируют, образно говоря, особую философскую «экологию мысли». Внутренняя эволюция математики упрочила единство своих направлений и создала своего рода фундаментальное ядро, что не всегда заметно в ее философских проявлениях.

В широком мировоззренческом аспекте практическое приложение математического формализма оказалось чрезвычайно эффективным, так как анализ генезиса единства математического знания являлся одновременно и аргументацией системного единства направлений обоснования математики.

В процессе взаимодействия математики и других наук создаются и исследуются новые классы моделей современной науки, зачастую описываемые сложным абстрактным языком, который затрудняет восприятие математики недостаточно подготовленными специалистами и возводит своеобразный барьер между математиками и нематематиками. Заметим, что когда речь идет о математических понятиях, то их философских глубин сразу не видно и объяснение их релевантности переносится на математические результаты, где уже «кое-что происходит» [4, с. 157]. А существенный недостаток дедуктивистского стиля мышления, принятого сейчас в математике, с точки зрения практических проблем философии математического образования состоит в том, что он скрывает борьбу мнений и генезис истории получения математического результата.

Но, если о степени обоснованности математической теории судить по ее приложениям, то сразу же возникает вопрос: насколько эффективна математика в общем контексте методологической функции философии математического образования? Даже генезис обоснования математики показывает, что известную характеристику математики как «науки о бесконечном» целесообразно было бы заменить другим определением, которое более точно отражало бы ее методологическую сущность – «науки о соотношениях конечного и бесконечного». В этой связи первостепенно важными становятся не только объекты математических приложений, но и разные философские интерпретации аспектов развития эвристически полезных математических теорий. Эффективность многих разделов математики проявляется еще и в том, что математические теории имеют более широкое смысловое содержание, чем это изначально закладывалось в их аксиоматику. Может быть, актуальный вопрос о философии прикладной математики имеет смысл только в контексте взаимодействия математики и физики? От ответа на этот вопрос зависит также общее понимание прогностической роли современной математики, определяющей также ее междисциплинарное взаимодействие.

В философии математики предпринимаются попытки найти соответствующее направление внешнего обоснования математических теорий, которое сводится к ответу на философский вопрос: как можно охарактеризовать математическую истину? Понятие истины еще предполагает наличие некоторой оценки, происхождение которой не ясно. Но насколько нам необходимо знать все истины? Ведь истинность теоремы – это лишь часть знания, раскрывающегося в доказательстве. Даже философское несоответствие естественной и формальной логик отражено в несоответствии между понятием «истинность» и понятием «доказуемость». Тем не менее, следуя принятой математической практике, следует согласиться с заключением математика Ю. И. Янова, что «мы можем определить понятие истинности предложений в математике как формальную доказуемость в непротиворечивой теории» [5, с. 26]. При этом следует особо подчеркнуть, что речь идет о формальных теориях, так как содержательные теории не столь уязвимы с точки зрения противоречивости, поскольку их можно рассматривать не целиком, а в виде фрагмента, локальная непротиворечивость которого обеспечивается в процессе его построения. А методологический вопрос об онтологической истинности математических утверждений зависит как от философского взгляда на природу самой математики, так и от интерпретации понятия математического доказательства.

Утверждение признается математически истинным, если оно, будучи включенным в строго определенный методологический контекст математической теории, не приводит к противоречиям, а непротиворечивость конкретной математической теории – не идеальная цель, а фактически реализуемое состояние. Напомним, что обоснование математических доказательств с самого начала возникло на стыке двух гносеологически противостоящих известных концепций – интуиционизма и формализма, каждая из которых пользовалась своей логикой в связи с их методологическим подходом к проблеме выбора логических средств, допустимых в математических рассуждениях. Могло так оказаться, что высказывание, истинное в рамках разных логических систем, и доказывается в них по-разному. Даже если математическая теория не формализована, она все же ограничивает средства, допустимые для решения своих проблем, хотя все математические структуры имеют определенную произвольность. Возможно, ошибка классических программ обоснования математики состояла в том, что они стремились абсолютизировать какую-то одну систему достоверных положений обоснования, не учитывая их дополнительный характер взаимодействия, то есть в них не выдерживался принцип «логического консенсуса», одинаково приемлемый и для формалиста, и для интуициониста.

Но это, по существу, уже философские вопросы, которые, учитывая специфику философии математики, требуют существенно иных подходов для аргументированного объяснения. Следует помнить о том, что анализ логики генезиса обоснования математического знания показывает, что противоречия в нем будут систематически возникать до тех пор, пока не будут реально устранены порождающие их различные «неадекватные» определения, что ставит под сомнение образ математики как хорошо обоснованной науки. Даже без конкретного прогноза о том, какие общезначимые представления будут привнесены в текущем столетии в обоснование математики, можно предположить, что изменения в философии математики совершенно неизбежны.

Список использованной литературы

1. Брауэр, Л. Э. Я. Математика, наука и язык / Л. Э. Я. Брауэр // Вестник Российского государственного гуманитарного университета. Серия «Философия. Социология». – 2010. – № 13. – С. 249–258.

2. Михайлова, Н. В. Математическое знание и его экспликация в философии образования / Н. В. Михайлова // Вестник Московского университета. Серия 20: Педагогическое образование. – 2014. – № 2. – С. 45–55.
3. Проблемно-ориентированный подход к науке: Философия математики как концептуальный прагматизм / Отв. ред. В. В. Целищев. – Новосибирск : Наука, 2001. – 154 с.
4. Михайлова, Н. В. Философская интерпретация практической эффективности современной математики / Н. В. Михайлова // Вестник Томского государственного университета. Философия. Социология. Политология. – 2016. – № 2. – С. 157–163.
5. Янов, Ю. И. Математика, метаматематика и истина / Ю. И. Янов // Препринты Института прикладной математики имени М. В. Келдыша. – 2006. – № 77. – 32 с.