Физика электромагнитных явлений

Physics of electromagnetic phenomena

УДК 533.723:577.352.4(086.48)

ДИФФУЗИЯ БРОУНОВСКИХ ЧАСТИЦ В ПРОСТРАНСТВЕННО-ПЕРИОДИЧЕСКОМ ПОТЕНЦИАЛЕ С КОНЕЧНЫМ ВРЕМЕНЕМ ЖИЗНИ

В. А. ВЫСОЦКАЯ [1)]***, И. В. ШАПОЧКИНА*** [1)]***,***
В. М. РОЗЕНБАУМ [2)]***, Л. И. ТРАХТЕНБЕРГ*** [3), 4)]

[1)]*Белорусский государственный университет, пр. Независимости, 4, 220030, г. Минск, Беларусь*
[2)]*Институт химии поверхности им. А. А. Чуйко НАН Украины, ул. Генерала Наумова, 17, 03164, г. Киев, Украина*
[3)]*Институт химической физики им. Н. Н. Семенова РАН, ул. Косыгина, 4, 119991, г. Москва, Россия*
[4)]*ГНЦ «Научно-исследовательский физико-химический институт им. Л. Я. Карпова», пер. Обуха, 3, 105064, г. Москва, Россия*

Описывается движение броуновских частиц в периодическом асимметричном потенциале, имеющем конечное время жизни. Предполагается, что в начальный момент времени на каждом периоде потенциала и в определенной его точке находится по одной частице. Затем происходит диффузионное движение частиц в этом потенциале.

Образец цитирования:
Высоцкая В. А., Шапочкина И. В., Розенбаум В. М., Трахтенберг Л. И. Диффузия броуновских частиц в пространственно-периодическом потенциале с конечным временем жизни // Журн. Белорус. гос. ун-та. Физика. 2017. № 3. С. 33–40.

For citation:
Vysotskaya U. A., Shapochkina I. V., Rozenbaum V. M., Trakhtenberg L. I. Diffusion of Brownian particles in a spatially periodic potential with a finite life-time. *J. Belarus. State Univ. Phys.* 2017. No. 3. P. 33–40 (in Russ.).

Авторы:
Влада Александровна Высоцкая – студентка физического факультета.
Ирина Викторовна Шапочкина – кандидат физико-математических наук, доцент; доцент кафедры компьютерного моделирования физического факультета.
Виктор Михайлович Розенбаум – доктор физико-математических наук, профессор; заведующий отделом теоретической и экспериментальной физики наносистем.
Леонид Израйлевич Трахтенберг – доктор физико-математических наук, профессор; заведующий лабораторией функциональных нанокомпозитов[3)]; главный научный сотрудник лаборатории теории физико-химических процессов[4)].

Authors:
Ulada Vysotskaya, student at the faculty of physics.
Irina Shapochkina, PhD (physics and mathematics), docent; associate professor at the department of computer simulation, faculty of physics.
shapoch@mail.ru
Viktor Rozenbaum, doctor of science (physics and mathematics), full professor; head of the department of theoretical and experimental physics of nanosystems.
vik-roz@mail.ru
Leonid Trakhtenberg, doctor of science (physics and mathematics), full professor; head of the laboratory of functional nanocomposites[c]; chief researcher at the laboratory of theory of physical and chemical processes[d].
litrakh@gmail.com

Ставится задача вычислить плотности вероятности нахождения частицы в рассматриваемом потенциальном профиле с заданным временем жизни. Показано, что искомая плотность вероятности является преобразованием Лапласа от функции Грина уравнения Смолуховского с периодическими граничными условиями. Поставленная задача решается аналитически для пилообразного потенциала, представляющего собой кусочно-линейную функцию. Получены явные выражения и дано графическое представление плотности вероятности, проанализированы ее свойства в зависимости от параметров задачи – времени жизни потенциального профиля и высоты потенциального барьера относительно тепловой энергии. Обсуждается применение полученных результатов для расчетов характеристик броуновских моторов, которыми моделируются искусственно создаваемые наноразмерные устройства, выпрямляющие неравновесные флуктуации в направленное движение частиц.

Ключевые слова: диффузионная динамика; состояния с конечным временем жизни; функции Грина; броуновские моторы.

Благодарность. Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 15-59-32405 РТ-оми).

DIFFUSION OF BROWNIAN PARTICLES IN A SPATIALLY PERIODIC POTENTIAL WITH A FINITE LIFE-TIME

***U. A. VYSOTSKAYA*[a], *I. V. SHAPOCHKINA*[a],**
***V. M. ROZENBAUM*[b], *L. I. TRAKHTENBERG*[c, d]**

[a]*Belarusian State University, Niezaliežnasci Avenue, 4, 220030, Minsk, Belarus*
[b]*Chuiko Institute of Surface Chemistry, National Academy of Sciences of Ukraine, General Naumov Street, 17, 03164, Kiev, Ukraine*
[c]*Semenov Institute of Chemical Physics, Russian Academy of Sciences, Kosygin Street, 4, 119991, Moscow, Russia*
[d]*Karpov Institute of Physical Chemistry, Obukha Lane, 3, 105064, Moscow, Russia*
Corresponding author: I. V. Shapochkina (shapoch@mail.ru)

We consider the motion of Brownian particles in a spatially periodic asymmetric potential with a finite life-time. It is assumed that, at the initial time, there is one particle for each period at a certain point. Further, the diffusion in this potential takes place. The problem definition is to calculate the probability density to find a particle in the potential profile considered, which is characterized by a finite life-time. It is shown that the desired quantity is the Laplace transformation of Green's function of the Smoluchowski equation with certain boundary conditions. The problem is solved for the sawtooth potential profile described by a piecewise-linear function. The explicit analytical expressions have been obtained and the graphic interpretation of the probability density has been presented; the influence of the model parameters (life-time duration of the potential profile and the relation of its amplitude to thermal energy) on the features of the probability density has been analyzed. We also discuss the application of the results obtained to calculations of the characteristics of Brownian motors, which model artificial nano-devices, the systems that can rectify non-equilibrium fluctuations of different nature to the directional motion of particles.

Key words: diffusion dynamics; periodic potential with a finite life-time; Green's function; Brownian motors.

Acknowledgements. This work was financially supported by Russian Foundation for Basic Research (grant No. 15-59-32405 RT-omi).

Броуновское движение лежит в основе многих физических явлений и выступает в качестве определяющего при создании наномашин с заданными свойствами [1; 2]. Для организации направленного движения как результата неравновесных флуктуаций параметров системы (для получения рэтчет-эффекта), как правило, используются состояния, характеризующиеся асимметричными периодическими профилями потенциальной энергии наночастицы и конечным временем их жизни [3–7], т. е. осуществляются детерминистические либо стохастические переключения между потенциальными профилями. В связи с этим описание движения броуновской частицы в таких состояниях (потенциальных профилях с заданным временем жизни) представляется актуальной и интересной задачей. Основной величиной, в которой заключена вся информация о характере диффузии частицы в стационарном состоянии, является переходная (условная) плотность вероятности $P\left(x, t\middle|x_0, 0\right)$. Она определяет вероятность нахождения частицы в точке x в момент времени t при условии, что в момент времени $t = 0$ частица находилась в точке x_0. Далее, будем считать, что рассматриваемое состояние может распадаться со скоростью Γ,

так что вероятность его распада в интервале времени от t до $t + dt$ равна $\Gamma\exp(-\Gamma t)dt$ ($t \geq 0$). Тогда соответствующая плотность вероятности найти частицу в таком состоянии (потенциальном профиле) с характерным временем жизни Γ^{-1} определится интегральным соотношением

$$G(x, x_0) = \Gamma\int_0^\infty dtP(x, t|x_0, 0)\exp(-\Gamma t). \tag{1}$$

Переходная плотность вероятности $P(x, t|x_0, 0)$ удовлетворяет уравнению Смолуховского

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}\hat{J}(x)\right]P(x, t|x_0, 0) = 0 \tag{2}$$

с δ-образным начальным условием $P(x, 0|x_0, 0) = \delta(x - x_0)$. Входящий в это уравнение оператор потока

$$\hat{J}(x) = -De^{-\beta V(x)}\frac{\partial}{\partial x}e^{\beta V(x)} = -D\frac{\partial}{\partial x} - \beta DV'(x) \tag{3}$$

определяется коэффициентом диффузии $D = (\beta\zeta)^{-1}$, обратной тепловой энергией $\beta = (k_B T)^{-1}$ (k_B – постоянная Больцмана, T – абсолютная температура, ζ – коэффициент трения) и потенциальной энергией $V(x)$, которая предполагается периодической (с периодом L) функцией. Умножая каждый член уравнения (2) на $\exp(-\Gamma t)$ и интегрируя по времени от нуля до бесконечности, получаем

$$-P(x, 0|x_0, 0) + \left[\Gamma + \frac{\partial}{\partial x}\hat{J}(x)\right]\int_0^\infty dtP(x, t|x_0, 0)\exp(-\Gamma t) = 0. \tag{4}$$

Используя в (4) начальное условие для $P(x, t|x_0, 0)$ и определение (1), приходим к уравнению для искомой функции $G(x, x_0)$

$$\left[1 + \Gamma^{-1}\frac{\partial}{\partial x}\hat{J}(x)\right]G(x, y) = \delta(x - y) \tag{5}$$

(здесь и далее для удобства x_0 заменено на y). Заметим, что величину $G(x, y)$ можно рассматривать как преобразование Лапласа от функции Грина уравнения Смолуховского, поэтому ниже мы будем называть ее также функцией Грина.

Поскольку нас интересуют периодические решения уравнения (5), то достаточно его решать на одном периоде потенциала $[0, L]$, дополнив граничными условиями периодичности самой функции $G(x, y)$ и ее производной:

$$G(0, y) = G(L, y),$$
$$\left.\frac{\partial G(x, y)}{\partial x}\right|_{x=0} = \left.\frac{\partial G(x, y)}{\partial x}\right|_{x=L}. \tag{6}$$

Наличие дельта-функции в правой части уравнения (5) накладывает на функцию $G(x, y)$ еще два специфических граничных условия в точке $x = y$. Первое из них – это условие непрерывности

$$G(y - \varepsilon, y) = G(y + \varepsilon, y),\ \varepsilon \to 0. \tag{7}$$

Для получения второго условия проинтегрируем уравнение (5) по x в пределах от $y - \varepsilon$ до $y + \varepsilon$ и устремим ε к нулю. Это даст граничное условие скачка потока в точке $x = y$

$$\hat{J}(x)G(x, y)\big|_{x=y+\varepsilon} - \hat{J}(x)G(x, y)\big|_{x=y-\varepsilon} \underset{\varepsilon\to 0}{\to} \Gamma. \tag{8}$$

Дифференциальное уравнение (5) удобно рассматривать по отдельности на интервалах $[0, y)$ и $(y, L]$, поскольку на каждом из них оно является однородным. Общее решение этого уравнения

(в данном случае уравнения второго порядка) на каждом из интервалов содержит по две произвольные постоянные. Таким образом, имеются всего четыре произвольные постоянные. Их конкретные значения, определяющие периодическое частное решение – функцию $G(x, y)$, – как раз и находятся из решения системы четырех уравнений (6)–(8). Таким образом, схема решения неоднородного уравнения (5) с $\hat{J}(x)$ вида (3), дополненного граничными условиями (6)–(8) периодичности, непрерывности и скачка потока, заключается в сведении данного уравнения к решению двух однородных дифференциальных уравнений с теми же граничными условиями.

Выше изложена общая идея получения выражения для основной искомой величины $G(x, y)$, «ответственной» за расчет характеристик движения броуновской частицы в условиях исследуемой модели. Несмотря на лаконичность и наглядность общего подхода, аналитическое решение уравнения (2) для конкретных потенциалов оказывается весьма громоздким. Аналитическое представление функции $G(x, y)$ возможно получить, например, для кусочно-линейных профилей потенциальной энергии $V(x)$, когда производная $V'(x)$ есть постоянная величина V' на каждом линейном участке. Данный факт упрощает задачу, поскольку уравнение (5), записанное отдельно для каждого из двух участков, является дифференциальным уравнением второго порядка с постоянными коэффициентами:

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}G(x, y) - \beta V'\frac{\partial}{\partial x}G(x, y) - \lambda^2 G(x, y) = 0, \;\; \lambda^2 = \frac{\Gamma}{D}. \tag{9}$$

Его общее решение

$$G(x, y) = \left[A(y)e^{\Lambda x} + B(y)e^{-\Lambda x}\right]e^{-fx} \tag{10}$$

будет содержать две произвольные постоянные $A(y)$ и $B(y)$, не зависящие от x и являющиеся функциями только параметра y. Величины Λ и f не зависят от x и y и определяются коэффициентами уравнения (9):

$$\Lambda = \sqrt{f^2 + \lambda^2}, \;\; f = \frac{1}{2}\beta V'. \tag{11}$$

Рассмотрим пространственно-периодический пилообразный потенциал с двумя линейными участками $[0, l]$ и $[l, L]$ и энергетическим барьером V: $V(x) = \dfrac{Vx}{l}$ для $x \in [0, l]$ и $V(x) = \dfrac{V(L-x)}{L-l}$ для $x \in [l, L]$. На этих участках из (11) имеем параметр $\Lambda = \Lambda_l = \sqrt{f_l^2 + \lambda^2}$ и $\Lambda = \Lambda_{L-l} = \sqrt{f_{L-l}^2 + \lambda^2}$ соответственно, где введены обозначения: $f_l = \dfrac{\beta V}{2l}$ и $f_{L-l} = \dfrac{-\beta V}{2(L-l)}$. Значение параметра y может принадлежать первому или второму участку. При этом дополнительно необходимо различать ситуации $x < y$ и $x > y$. Это означает, что на самом деле общее решение вида (10) записывается отдельно для трех участков, а шесть возникающих при этом произвольных постоянных должны находиться из четырех уравнений (6)–(8) и еще двух дополнительных уравнений непрерывности, записываемых по аналогии с уравнением (6), но в точке $x = l$. При $y < l$ этими тремя участками являются $[0, y]$, $[y, l]$ и $[l, L]$. Решение системы уравнений относительно искомых коэффициентов (условно обозначаемых здесь как $A_l(y)$, $B_l(y)$, $\tilde{A}_l(y)$, $\tilde{B}_l(y)$ и $A_{L-l}(y)$, $B_{L-l}(y)$, чтобы подчеркнуть их различие для каждого из фрагментов решения вида (10)) на этих участках и подстановка их в общее решение (10) приводят к следующим аналитическим выражениям для функции Грина:

$$\begin{aligned} G(x, y) \underset{0<x<y<l<L}{=} \lambda^2 \frac{e^{f_l(y-x)}}{\Delta\Lambda_l}\Big\{ & -\left(f_l - f_{L-l}\right)^2 \operatorname{sh}\Lambda_{L-l}(L-l)\operatorname{sh}\Lambda_l(l-y)\operatorname{sh}\Lambda_l x - \\ & -\left(f_l - f_{L-l}\right)\Lambda_l \operatorname{sh}\Lambda_{L-l}(L-l)\operatorname{sh}\Lambda_l(x+y-l) + \\ & + \Lambda_l\Lambda_{L-l}\left[\operatorname{ch}\Lambda_{L-l}(L-l)\operatorname{sh}\Lambda_l(x-y+l) - \operatorname{sh}\Lambda_l(x-y)\right] + \\ & + \operatorname{sh}\Lambda_{L-l}(L-l)\left[\Lambda_l^2 \operatorname{ch}\Lambda_l(l-y)\operatorname{ch}\Lambda_l x + \Lambda_{L-l}^2 \operatorname{sh}\Lambda_l(l-y)\operatorname{sh}\Lambda_l x\right]\Big\}; \end{aligned} \tag{12}$$

$$G(x,y)\underset{0<y<x<l<L}{=}\lambda^2\frac{e^{f_l(y-x)}}{\Delta\Lambda_l}\Big\{-\big(f_l-f_{L-l}\big)^2\,\mathrm{sh}\,\Lambda_{L-l}(L-l)\,\mathrm{sh}\,\Lambda_l\,y\,\mathrm{sh}\,\Lambda_l(l-x)-$$
$$-\big(f_l-f_{L-l}\big)\Lambda_l\,\mathrm{sh}\,\Lambda_{L-l}(L-l)\,\mathrm{sh}\,\Lambda_l(x+y-l)+$$
$$+\Lambda_l\Lambda_{L-l}\Big[-\mathrm{ch}\,\Lambda_{L-l}(L-l)\,\mathrm{sh}\,\Lambda_l(x-y-l)+\mathrm{sh}\,\Lambda_l(x-y)\Big]+$$
$$+\mathrm{sh}\,\Lambda_{L-l}(L-l)\Big[\Lambda_l^2\,\mathrm{ch}\,\Lambda_l\,y\,\mathrm{ch}\,\Lambda_l(x-l)+\Lambda_{L-l}^2\,\mathrm{sh}\,y\,\mathrm{sh}\,\Lambda_l(l-x)\Big]\Big\};\qquad(13)$$

$$G(x,y)\underset{0<y<l<x<L}{=}\lambda^2\frac{e^{f_l y+f_{L-l}(L-x)}}{\Delta}\Big\{\big(f_l-f_{L-l}\big)^2\Big[\mathrm{sh}\,\Lambda_l(l-y)\,\mathrm{sh}\,\Lambda_{L-l}(x-l)-$$
$$-\mathrm{sh}\,\Lambda_l\,y\,\mathrm{sh}\,\Lambda_{L-l}(L-x)\Big]+\Lambda_{L-l}\Big[\mathrm{sh}\,\Lambda_l(l-y)\,\mathrm{ch}\,\Lambda_{L-l}(x-l)+\mathrm{sh}\,\Lambda_l\,y\,\mathrm{ch}\,\Lambda_{L-l}(L-x)\Big]+$$
$$+\Lambda_l\Big[\mathrm{ch}\,\Lambda_l(l-y)\,\mathrm{sh}\,\Lambda_{L-l}(x-l)+\mathrm{ch}\,\Lambda_l\,y\,\mathrm{sh}\,\Lambda_{L-l}(L-x)\Big]\Big\},\qquad(14)$$

где

$$\Delta=2\big(\lambda^2+f_l f_{L-l}\big)\mathrm{sh}\,\Lambda_l l\,\mathrm{sh}\,\Lambda_{L-l}(L-l)+2\Lambda_l\Lambda_{L-l}\Big[\mathrm{ch}\,\Lambda_l l\,\mathrm{ch}\,\Lambda_{L-l}-1\Big].\qquad(15)$$

Для получения аналогичных формул на интервале $l<y<L$ достаточно в выражениях (12)–(15) выполнить следующие преобразования:

$$l\leftrightarrow L-l,\ x\leftrightarrow L-x,\ y\leftrightarrow L-y,\ f_l\leftrightarrow -f_{L-l}.\qquad(16)$$

Соотношения (12)–(16) являются основным результатом настоящей работы, они определяют функцию $G(x,y)$ – плотность вероятности найти частицу в состоянии, распадающемся со скоростью Γ («конечноживущем» состоянии) в точке x в момент времени t при условии, что она находилась в точке y в начальный момент времени.

Легко проверить, что при $\Gamma\to 0$ (долгоживущие состояния) величина $G(x,y)$ стремится к распределению Больцмана $\rho^{(0)}(x)=\dfrac{\exp\big[-\beta V(x)\big]}{\int\limits_0^L dx\exp\big[-\beta V(x)\big]}$ и не зависит от y, в то время как при $\Gamma\to\infty$ (короткоживущие состояния) она стремится к начальному дельтообразному распределению $\delta(x-y)$. Легко также проверить, что в случае свободной диффузии, когда $V(x)\to 0$, приведенные соотношения воспроизводят известный результат работы [8]:

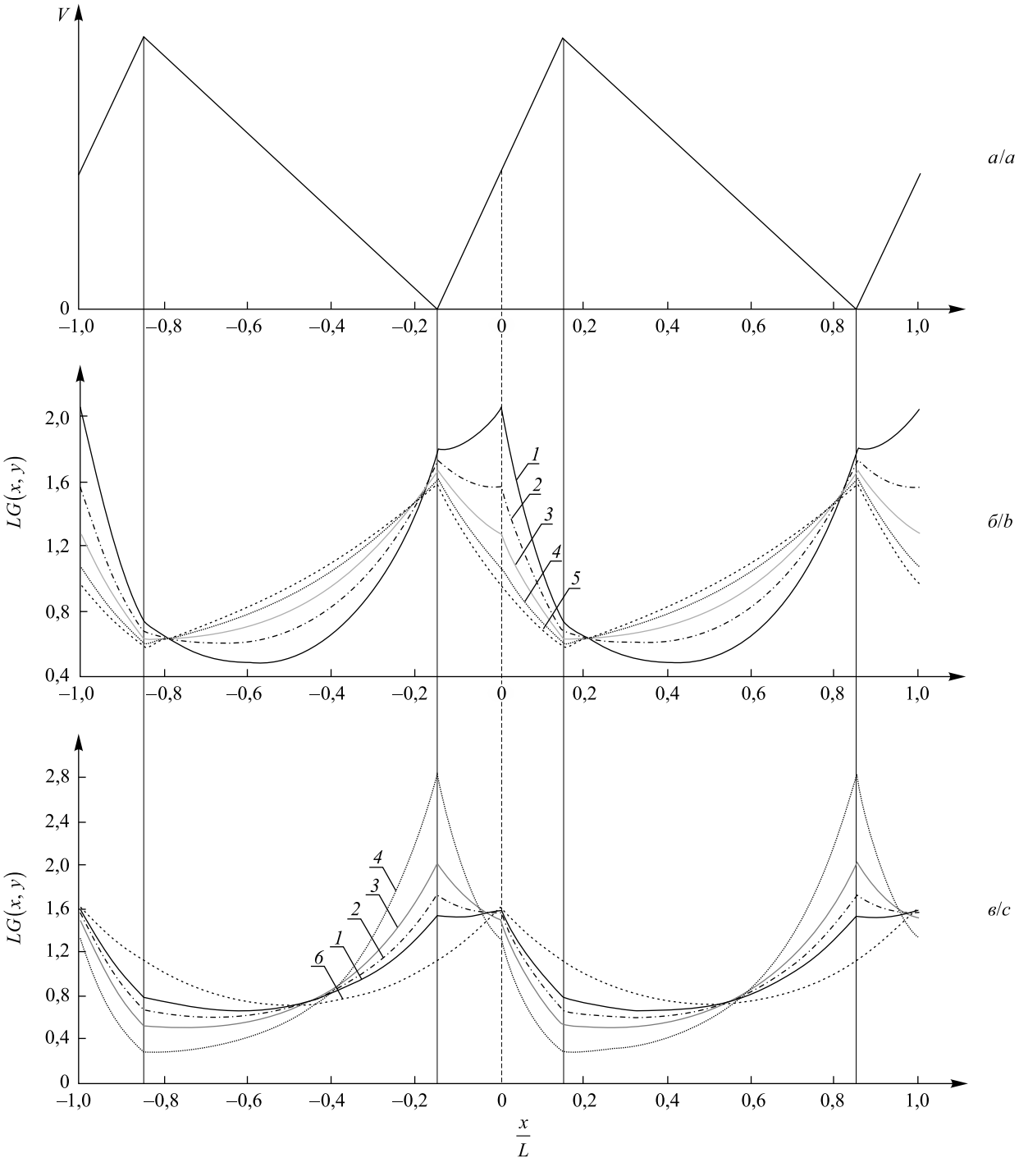
$$G(x,y)=G(x-y)=\frac{\lambda L}{\mathrm{sh}\,\lambda L}\mathrm{ch}\left[\lambda L\left(1-\frac{2|x-y|}{L}\right)\right].\qquad(17)$$

Тот факт, что $G(x,y)$ зависит только от разности аргументов $x-y$, отражает свойство однородности пространства, которое имеет место для свободной диффузии в отсутствие потенциала.

Анализ структуры выражений (12)–(15) показывает, что характер координатных зависимостей функции $G(x,y)$ определяется относительными вкладами величин f_l^2 и λ^2 в параметр $\Lambda_l=\sqrt{f_l^2+\lambda^2}$. В связи с этим целесообразно ввести безразмерный параметр

$$\nu=\frac{\lambda^2}{f_l^2}=\frac{4\Gamma l^2}{D(\beta V)^2}=\frac{4\Gamma\zeta l^2}{\beta V^2},\qquad(18)$$

величина которого характеризует вклад степени информации о начальном состоянии в рассматриваемое распределение $G(x,y)$. Очевидно, что при $\nu<1$ движение частицы в потенциальном рельефе доминирует над диффузионным движением, быстрее устанавливается равновесное распределение и информация о начальном состоянии стирается. Предельное значение $\nu=0$ соответствует распределению Больцмана, в котором информация о начальном состоянии вообще отсутствует. В случае $\nu>1$, наоборот, начальное



Плотности вероятности $G(x, y)$ в единицах L^{-1} (*б*, *в*) найти частицу в точке x в пилообразном потенциальном профиле (*а*) с пространственным периодом L и временем жизни Γ^{-1} для различных значений управляющего параметра ν (18): 6,0; 3,0; 1,5; 0,5; 0; ∞ (кривые *1–6*). Основания крутого и пологого склонов потенциала выбраны $\frac{l}{L} = 0{,}3$ и $\frac{1-l}{L} = 0{,}7$ соответственно; начальное положение частицы $y = 0$ совпадает с серединой основания крутого склона. При выбранных ν семейство кривых (*б*) соответствует фиксированному $\beta V = 1$ (так что значения $\lambda L = 4{,}1$; 2,9; 2,0; 1,2; 0 для кривых *1–5*), семейство кривых (*в*) – фиксированному значению $\lambda L = 2{,}9$ (так что значения $\beta V = 0{,}71$; 1,0; 1,4; 2,5; 0 для кривых *1–4*, *6*)

Probability densities $G(x, y)$ in L^{-1} units (*b*, *c*) to find a particle at the point x in the saw-tooth potential profile (*a*), with the spatial period L and life-time Γ^{-1}, for different values of the control parameter ν (18): 6.0; 3.0; 1.5; 0.5; 0; ∞ (curves *1–6*). The bases of the steep and gentle slopes of the potential are $\frac{l}{L} = 0.3$ and $\frac{1-l}{L} = 0.7$ respectively; the initial particle position $y = 0$ coincides with the center of the base of the steep slope. At chosen ν values, the family of curves (*b*) corresponds to the fixed βV value, $\beta V = 1$ (so that $\lambda L = 4.1$; 2.9; 2.0; 1.2; 0 for the curves *1–5*), the family of curves (*c*) corresponds to the fixed λL value, $\lambda L = 2.9$ (so that $\beta V = 0.71$; 1.0; 1.4; 2.5; 0 for the curves *1–4*, *6*)

состояние дает большой вклад в распределение $G(x, y)$, который проявляется в существовании максимума в точке $x = y$. Предельное значение $\nu = \infty$ соответствует распределению (17), имеющему место в отсутствие потенциала.

Для иллюстрации обсуждаемых закономерностей был выбран пилообразный потенциал с основаниями крутого и пологого склонов, равными $l = 0{,}3L$ и $L - l = 0{,}7L$ соответственно. Начальное положение частицы, совпадающее с началом выбранной системы координат $(y = 0)$, находилось на половине основания крутого склона (см. рисунок *а*). Рассматривались следующие значения управляющего параметра $\nu : \infty;\ 6{,}0;\ 3{,}0;\ 1{,}5;\ 0{,}5;\ 0$. Поскольку очевидно, что эти значения могут реализоваться разными наборами значений λ и βV, на рисунках *б* и *в* приведены семейства кривых по λ (при фиксированном βV) и βV (при фиксированном λ), соответствующие одному и тому же набору значений ν. Предложенный способ графического представления функции $G(x, y)$ позволил понять, какие особенности поведения функции распределения $G(x, y)$ управляются параметром ν, а какие – параметрами λ и βV.

Из рисунков *б* и *в* видно, что на интервале $-\frac{L}{2} < x < \frac{L}{2}$ максимумы функции $G(x, y)$ могут достигаться только в точках $x = 0$ и $x = -0{,}15$, соответствующих начальному положению частицы и минимуму потенциального профиля. По мере уменьшения параметра ν ослабляется влияние положения минимума потенциала и усиливается вклад начального состояния. Наряду с указанными закономерностями имеет место различие в форме распределений в зависимости от того, какой параметр является управляющим – время жизни потенциального профиля либо отношение его амплитуды к тепловой энергии.

В заключение отметим, что полученная в данной статье функция Грина $G(x, y)$ позволяет рассчитать скорость движения броуновского мотора с малыми флуктуациями потенциального профиля [9]. Задачи такого рода являются особенно актуальными при разработке теории наноразмерных устройств, использующих принцип выпрямления неравновесных флуктуаций в направленное движение; именно в них флуктуационная составляющая потенциальной энергии, как правило, значительно меньше основного вклада, формируемого молекулярными взаимодействиями. Предложенный подход допускает расчет характеристик моторов с различными пространственными профилями, охватывая не только моторы классов flashing и rocking ratchets [1], но и комбинированные модели, демонстрирующие нетривиальные свойства, как, например, наличие точек остановки [10; 11]. Полученные в настоящей работе закономерности поведения плотности распределения броуновских частиц в периодическом потенциале с конечным временем жизни также важны для анализа динамики и свойств броуновских фотомоторов, в которых время жизни потенциального профиля определяется длительностью импульсов лазерного излучения, приводящего фотомотор в движение [12].

Библиографические ссылки

1. *Reimann P.* Brownian motors: noisy transport far from equilibrium // Phys. Rep. 2002. Vol. 361. P. 57–265.

2. *Schadschneider A., Chowdhury D., Nishinari K.* Stochastic Transport in Complex Systems: From Molecules to Vehicles. Amsterdam, 2010.

3. *Magnasco M. O.* Forced thermal ratchets // Phys. Rev. Lett. 1993. Vol. 71. P. 1477–1481.

4. *Chauwin J.-F., Ajdari A., Prost J.* Force-free motion in asymmetric structures: a mechanism without diffusive steps // Europhys. Lett. 1994. Vol. 27, № 6. P. 421–426.

5. *Astumian R. D., Bier M.* Fluctuation driven ratchets: molecular motors // Phys. Rev. Lett. 1994. Vol. 72. P. 1766–1769.

6. *Sokolov I. M*. Irreversible and reversible modes of operation of deterministic ratchets // Phys. Rev. E. 2001. Vol. 63. P. 021107-1–021107-6.

7. *Hänggi P., Marchesoni F*. Artificial Brownian motors: Controlling transport on the nanoscale // Rev. Mod. Phys. 2009. Vol. 81. P. 387–442.

8. *Rozenbaum V. M., Shapochkina I. V., Sheu S.-Y., et al*. High-temperature ratchets with sawtooth potentials // Phys. Rev. E. 2016. Vol. 94. P. 052140-1–052140-8.

9. *Rozenbaum V. M., Shapochkina I. V., Lin S. H., et al.* A theory of slightly fluctuating ratchets // JETP Lett. 2017. Vol. 105, № 8. P. 542–547.

10. *Розенбаум В. М.* Броуновские моторы в низкоэнергетическом приближении: классификация и свойства // Журн. эксперим. и теорет. физики. 2010. Т. 137, вып. 4. С. 740–750.

11. *Швед Н. Ю., Шапочкина И. В., Розенбаум В. М.* Температурное обращение движения адиабатического броуновского мотора // Вестн. БГУ. Сер. 1, Физика. Математика. Информатика. 2014. № 2. С. 27–32.

12. *Rozenbaum V. M., Dekhtyar M. L., Lin S. H., et al.* Photoinduced diffusion molecular transport // J. Chem. Phys. 2016. Vol. 145. P. 064110-1–064110-12.

References

1. Reimann P. Brownian motors: noisy transport far from equilibrium. *Phys. Rep.* 2002. Vol. 361. P. 57–265.

2. Schadschneider A., Chowdhury D., Nishinari K. Stochastic Transport in Complex Systems: From Molecules to Vehicles. Amsterdam, 2010.

3. Magnasco M. O. Forced thermal ratchets. *Phys. Rev. Lett.* 1993. Vol. 71. P. 1477–1481.

4. Chauwin J.-F., Ajdari A., Prost J. Force-free motion in asymmetric structures: a mechanism without diffusive steps. *Europhys. Lett.* 1994. Vol. 27, No. 6. P. 421–426.

5. Astumian R. D., Bier M. Fluctuation driven ratchets: molecular motors. *Phys. Rev. Lett.* 1994. Vol. 72. P. 1766–1769.

6. Sokolov I. M. Irreversible and reversible modes of operation of deterministic ratchets. *Phys. Rev. E.* 2001. Vol. 63. P. 021107-1–021107-6.

7. Hänggi P., Marchesoni F. Artificial Brownian motors: Controlling transport on the nanoscale. *Rev. Mod. Phys.* 2009. Vol. 81. P. 387–442.

8. Rozenbaum V. M., Shapochkina I. V., Sheu S.-Y., et al. High-temperature ratchets with sawtooth potentials. *Phys. Rev. E.* 2016. Vol. 94. P. 052140-1–052140-8.

9. Rozenbaum V. M., Shapochkina I. V., Lin S. H., et al. A theory of slightly fluctuating ratchets. *JETP Lett.* 2017. Vol. 105, No. 8. P. 542–547.

10. Rozenbaum V. M. Brownian motors in the low-energy approximation: Classification and properties. *Zh. Éksp. Teor. Fiz.* [*J. Exp. Theoretical Phys*.]. 2010. Vol. 137, issue 4. P. 740–750 (in Russ.).

11. Shved N. Yu., Shapochkina I. V., Rozenbaum V. M. Temperature-governed motion reversal of adiabatic Brownian motor. *Vestnik BGU. Ser. 1, Fiz. Mat. Inform.* 2014. No. 2. P. 27–32 (in Russ.).

12. Rozenbaum V. M., Dekhtyar M. L., Lin S. H., et al. Photoinduced diffusion molecular transport. *J. Chem. Phys.* 2016. Vol. 145. P. 064110-1–064110-12.

Статья поступила в редколлегию 13.03.2017.
Received by editorial board 13.03.2017.