

Белорусский государственный университет



Проректор по учебной работе
А.П.Толстик

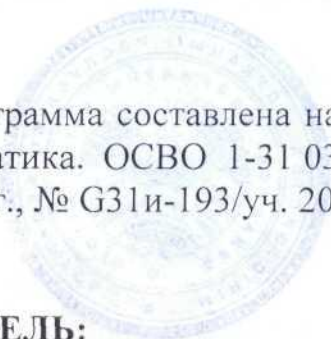
Регистрационный № УД-3857/уч.

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ФИНАНСОВОЙ ЭКОНОМИКИ

**Учебная программа учреждения высшего образования
по учебной дисциплине для специальности:**

1-31 03 05 Актуарная математика

2016 г.



Учебная программа составлена на основе образовательного стандарта Актуарная математика. ОСВО 1-31 03 05-2013 и учебного плана УВО № G31-168/уч. 2013 г., № G31и-193/уч. 2013 г.

СОСТАВИТЕЛЬ:

Г. А. Медведев, профессор кафедры теории вероятностей и математической статистики Белорусского государственного университета, доктор физико-математических наук, профессор

РЕЦЕНЗЕНТЫ:

В.И. Малюгин, доцент кафедры математического моделирования и анализа данных Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент.

С.А. Поттосина, доцент кафедры экономической информатики Белорусского государственного университета информатики и радиоэлектроники, кандидат физико-математических наук, доцент.

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:

Кафедрой теории вероятностей и математической статистики Белорусского государственного университета
(протокол № 13 от 24.05.2016 г.);

Научно-методическим Советом Белорусского государственного университета
(протокол № 6 от 31.05.2016 г.)



ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Дисциплина государственного компонента цикла специальных дисциплин «Математические основы финансовой экономики» знакомит студентов с такими фундаментальными понятиями как математические и экономические предположения в моделях непрерывного времени, нейтральные к риску показатели финансового рынка. Особое внимание уделено способам определения стоимости финансовых активов на финансовом рынке со стохастически изменяющимися условиями с помощью таких методов, как составление и решение стохастических дифференциальных уравнений. Наряду с классическим подходом определения стоимости финансовых контрактов при постоянной процентной ставке доходности рассматриваются также способы определения усредненной цены активов путем интегрирования по эквивалентной мартингальной мере. Большое внимание дисциплине уделяется современным подходам с использованием преобразования объективной вероятностной меры в нейтральную к риску меру. В программу дисциплины включены разделы, позволяющие исследовать активы, цена которых удовлетворяет различным моделям стохастической динамики с использованием различных структур данных.

Основой для изучения теории оценивания финансовых активов являются следующие дисциплины: «Финансовая математика», «Теория вероятностей и математическая статистика», «Теория случайных процессов». Методы, излагаемые в дисциплине, используются при изучении дисциплины «Теория оценивания финансовых активов», а также при изучении дисциплины специализации «Теория принятия финансовых решений».

Знания, полученные по дисциплине «Математические основы финансовой экономики», дают студентам базу, необходимую для успешного усвоения материала учебных дисциплин, а также получить знания, необходимые им в дальнейшем для успешной работы.

Цель преподавания учебной дисциплины: изложение основных сведений в следующих направлениях:

- математические и экономические предположения при получении моделей непрерывного времени;
- определение цен опционов;
- вероятностные характеристики процессов доходности ценных бумаг;
- разрывные стохастические процессы изменения цен акций;
- нейтральное к риску преобразование Эшера.

Основные задачи дисциплины: освоение материала, позволяющего

- определять стоимости опционов для разрывных стохастических процессов;
- осуществлять определение стоимости американских опционов;
- реализовывать модели процессов с «редкими событиями» и разрывными выборочными траекториями;
- решать уравнения для цены актива в общей постановке.

В результате изучения учебной дисциплины студент должен

знать:

- ценные бумаги финансового рынка;

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

Раздел I. Введение

1.1. Историческая справка о развитии математических методов финансового анализа и темпах роста финансового рынка в странах с развитой экономикой.

Раздел II. Производные ценные бумаги

2.1. Основные типы производных ценных бумаг. Основная идея расчета стоимости опционов. Формула Кокса-Росса-Рубинштейна (вывод методом обратной индукции).

2.2. Формула Кокса-Росса-Рубинштейна (вывод на основе самофинансируемого портфеля). Формула Блэка-Шоулса (вывод из формулы Кокса-Росса-Рубинштейна).

2.3. Формула Блэка-Шоулса (вывод через самофинансируемый портфель). Формула Блэка-Шоулса при наличии дивидендов.

2.4. Формула Мертона. Общая схема оценивания опционов европейского типа

Раздел III. Модель Блэка – Шоулса и ее модификации.

3.1. Финансовые производные. Опционы. Определение цен опционов: модель Блэка-Шоулса.

3.2. Модель Блэка – Шоулса: вывод Мертона.

3.3. Распространение модели Блэка – Шоулса на случай выплаты дивидендов и изменения цены исполнения.

3.4. Определение стоимости американских опционов-пут. Определение стоимости отзываемого опциона.

Раздел IV. Мартингальный подход к определению цен опционов с помощью преобразования Эшера.

4.1. Понятие о преобразовании Эшера. Нейтральное к риску преобразование Эшера.

4.2. Формулы вычисления цен опционов в случаях, когда логарифм цены акции является процессом Винера, сдвинутым процессом Пуассона, случайным блужданием, сдвинутым гамма процессом, сдвинутым обратным процессом Гаусса.

4.3. Опционы на несколько рискованных активов. Логарифмы цен акций как многомерный винеровский процесс.

4.4. Цены активов, выплачивающих дивиденды. Определение цены бессрочного американского опциона. Условие гладкого склеивания.

4.5. Логарифм цены акции как винеровский процесс. Бессрочные зависимости платежи. Русский опцион.

Раздел V. Функции полезности.

5.1. Функции полезности и их свойства. Упорядочение предпочтений инвестиций со случайными доходами.

5.2. Применение к страхованию. Обмен рисками, оптимальный по Парето.

5.3. Совместный потенциал. Рынок и равновесие. Определение цен финансовых производных.

- принципы определения стоимости ценных бумаг.

уметь:

- вычислять стоимость форвардных контрактов;
- вычислять стоимость опционов;
- вычислять стоимость фьючерсных контрактов.

владеть:

- основными методами вычисления стоимости ценных бумаг.
- методами решения уравнений для цены актива в общей постановке.

–Требования к академическим компетенциям специалиста

–Специалист должен:

–АК-1. Уметь применять базовые научно-теоретические знания для решения теоретических и практических задач.

–АК-2. Владеть системным и сравнительным анализом.

–АК-3. Владеть исследовательскими навыками.

–АК-4. Уметь работать самостоятельно.

–АК-5. Быть способным порождать новые идеи (обладать креативностью).

–АК-6. Владеть междисциплинарным подходом при решении проблем.

–АК-7. Иметь навыки, связанные с использованием технических устройств, управлением информацией и работой с компьютером.

–АК-8. Обладать навыками устной и письменной коммуникации.

–АК-9. Уметь учиться, повышать свою квалификацию в течение всей жизни.

–Требования к социально-личностным компетенциям специалиста

–Специалист должен:

–СЛК-1. Обладать качествами гражданственности.

–СЛК-2. Быть способным к социальному взаимодействию.

–СЛК-3. Обладать способностью к межличностным коммуникациям.

–СЛК-4. Владеть навыками здоровьесбережения.

–СЛК-5. Быть способным к критике и самокритике.

–СЛК-6. Уметь работать в команде.

–Требования к профессиональным компетенциям специалиста

–Специалист должен быть способен:

–Организационно-управленческая деятельность

–ПК-15. Взаимодействовать со специалистами смежных профилей.

–ПК-18. Пользоваться глобальными информационными ресурсами.

–ПК-19. Владеть современными средствами телекоммуникаций.

Учебная программа рассчитана на 158 часов, из них 68 аудиторных часов, в том числе 34 часа лекций, 30 часов практических занятий и 4 часа управляемой самостоятельной работы.

Дисциплина изучается на четвертом курсе в седьмом семестре. Рекомендуемая форма текущей аттестации – экзамен. Форма получения высшего образования – очная.

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА

Номер раздела, темы, занятия	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов				Количество часов УСП	Материальное обеспечение занятия (наглядные, методические пособия и др.)	Литература	Форма контроля знаний
		лекции	практические (семинарские) занятия	лабораторные занятия					
1	2	3	4	5	6	7	8	9	
	Введение	2	2						
	Историческая справка о развитии математических методов финансового анализа и темпах роста финансового рынка в странах с развитой экономикой.	2	2			Методические материалы на сервере факультета		Отчет по лабораторной работе	
1.	Производные ценные бумаги (финансовые деривативы)	8	6		2	Методические материалы на сервере факультета		Устный опрос	
1.1.	Основные типы производных ценных бумаг. Основная идея расчета стоимости опционов. Формула Кокса-Росса-Рубинштейна (вывод методом обратной индукции).	2	2			Методические материалы на сервере факультета	1		
1.2.	Формула Кокса-Росса-Рубинштейна (вывод на основе самофинансируемого портфеля). С	2	2			Методические материалы на сервере факультета	1	Отчет по лабораторной работе	
1.3.	Формула Блэка-Шоулса (вывод через самофинансируемый портфель). Формула Блэка-Шоулса при наличии дивидендов.	2	2			Методические материалы на сервере факультета	1	Отчет по лабораторной работе	
1.4.	Формула Мертона. Общая схема оценивания опционов европейского типа	2			2	Методические материалы на сервере факультета	1	Устный опрос	

2.	Модель Блэка – Шоулса и ее модификации	8	8			Методические материалы на сервере факультета		Отчет по лабораторной работе
2.1.	Финансовые производные. Опционы. Определение цен опционов: модель Блэка-Шоулса.	2	2			Методические материалы на сервере факультета	1	Отчет по лабораторной работе
2.2.	Модель Блэка – Шоулса: вывод Мертона.	2	2			Методические материалы на сервере факультета	1	Отчет по лабораторной работе
2.3.	Распространение модели Блэка – Шоулса на случай выплаты дивидендов и изменения цены исполнения.	2	2			Методические материалы на сервере факультета	1	Отчет по лабораторной работе
2.4.	Определение стоимости американских опционов-пут. Определение стоимости отзываемого опциона.	2	2			Методические материалы на сервере факультета	1	Отчет по лабораторной работе
3.	Мартингалльный подход к определению цен опционов с помощью преобразования Эшшера.	10	8		2	Методические материалы на сервере факультета		
3.1	Понятие о преобразовании Эшшера. Нейтральное к риску преобразование Эшшера.	2	2			Методические материалы на сервере факультета	1	Отчет по лабораторной работе
3.2.	Формулы вычисления цен опционов в случаях, когда логарифм цены акции является процессом Винера, сдвинутым процессом Пуассона, случайным блужданием, сдвинутым гамма процессом, сдвинутым обратным процессом Гаусса.	2			2	Методические материалы на сервере факультета	1	Устный опрос. Проверка практических заданий
3.3.	Опционы на несколько рискованных активов. Логарифмы цен акций как многомерный винеровский процесс.	2	2			Методические материалы на сервере факультета	1	Отчет по лабораторной работе
3.4.	Цены активов, выплачивающих дивиденды. Определение цены бессрочного американского опциона. Условие гладкого склеивания.	2	2			Методические материалы на сервере факультета	1	Отчет по лабораторной работе
3.5.	Логарифм цены акции как винеровский процесс. Бессрочные зависимые платежи. Русский опцион.	2	2			Методические материалы на сервере факультета	1	Проверка практических заданий

4.	Функции полезности	6	6			Методические материалы на сервере факультета	
4.1.	Функции полезности и их свойства. Упорядочение предпочтений инвестиций со случайными доходами.	2	2			Методические материалы на сервере факультета	2 Колоквиум
4.2.	Применение к страхованию. Обмен рисками, оптимальный по Парето.	2	2			Методические материалы на сервере факультета	2 Устный опрос
4.3.	Совместный потенциал. Рынок и равновесие. Определение цен финансовых производных.	2	2			Методические материалы на сервере факультета	2 Устный опрос

ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

ЛИТЕРАТУРА

Основная

1. Г. А. Медведев. Математические основы финансовой экономики. Учебник. Минск, БГУ. 2011. 303 с.
2. Г. А. Медведев. Математические основы финансовой экономики. Часть 2. Определение рыночной стоимости активов. Минск, БГУ. 2003. 293 с.

Дополнительная

1. Black F., Scholes M., The Pricing of Options and Corporate Liabilities // Journal of Political Economy. Vol. 81. 1973.
2. Gerber H. U., Shiu E.S. Option Pricing by Esscher Transforms // Transactions of Society of Actuaries. Vol. XLVI. 1994.
3. Merton R. Continuous-Time Finance. Oxford: Blackwell. 1990.

Примерный перечень заданий управляемой самостоятельной работы обучающихся по учебной дисциплине

УСР № 1. Тема 1.4. Формула Мертона. Общая схема оценивания опционов европейского типа.

1. Расчета стоимости опционов по формуле Мертона.
2. Расчет стоимости опционов с использованием общей схемы оценивания.
3. Сравнительный анализ результатов.

УСР № 2. Тема 13.2. Формулы вычисления цен опционов в случаях, когда логарифм цены акции является процессом Винера, сдвинутым процессом Пуассона, случайным блужданием, сдвинутым гамма процессом, сдвинутым обратным процессом Гаусса.

1. Моделирование цены акции.
2. Расчет стоимости опционов.
3. Сравнительный анализ результатов.

Перечень используемых средств диагностики результатов учебной деятельности

В перечень средств диагностики результатов учебной деятельности по дисциплине входят:

- устный опрос студентов;
- письменные отчеты по аудиторным практическим упражнениям;
- письменные отчеты по УСП;
- коллоквиум;
- экзамен по дисциплине.

Результаты проведения коллоквиума и лабораторных работ учитываются при формировании рейтинговой оценки текущей успеваемости в семестре.

Успеваемость студентов в рамках дисциплины «Математические основы финансовой экономики» оценивается в конце семестра в форме экзамена.

Методика формирования итоговой оценки

Итоговая оценка формируется на основе трех положений:

Правила проведения аттестации (постановление Министерства образования №53 от 25 мая 2012 г.);

Положение о рейтинговой системе в БГУ (редакция 2015 г.);

Критерии оценки студентов (10 баллов).

ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ
ПО ИЗУЧАЕМОЙ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ
С ДРУГИМИ ДИСЦИПЛИНАМИ СПЕЦИАЛЬНОСТИ

Название дисциплины, с которой требуется согласование	Название кафедры	Предложения об изменениях в содержании учебной программы по изучаемой учебной дисциплине	Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу (с указанием даты и номера протокола) ¹
Теория случайных процессов	Кафедра	Предложений нет	Изменений не требуется, протокол № 13 от 24.05.2016 г.

ДОПОЛНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ К УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЕ
ПО ИЗУЧАЕМОЙ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ

на ____ / ____ учебный год

№№ пп	Дополнения и изменения	Основание

Учебная программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры
(протокол № ____ от ____ 200_ г.)

Заведующий кафедрой

(степень, звание) (подпись) (И.О.Фамилия)

УТВЕРЖДАЮ
Декан факультета

(степень, звание) (подпись) (И.О.Фамилия)

ДОПОЛНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ К УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЕ
на _2017/2018 учебный год

№№ Пп	Дополнения и изменения	Основание
	Дополнений и изменений нет	

Учебная программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры теории вероятностей и математической статистики (протокол № 17 от 27.06. 2017 г.)

Заведующий кафедрой
доктор физ.-мат. наук,
профессор
(ученая степень, звание)


(подпись)

Н.Н.Труш
(И.О. Фамилия)

УТВЕРЖДАЮ
 Декан факультета
кандидат физ.-мат. наук,
доцент
(ученая степень, звание)


(подпись)

П.А.Мандрик
(И.О.Фамилия)