

А. В. Овсянников, доц., канд. техн. наук;
О.Г. Барашко, доц., канд. техн. наук (БГТУ, г. Минск)

ОЦЕНКА ПРЕДЕЛЬНЫХ КАЧЕСТВЕННЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ИЗМЕРИТЕЛЬНОГО ЭКСПЕРИМЕНТА В УСЛОВИЯХ КОРРЕЛИРОВАННЫХ ШУМОВ НАБЛЮДЕНИЯ

Актуальной задачей любого измерительного эксперимента (ИЭ) является получение необходимой точности обработки результатов наблюдений за минимальное время. Особенную важность эта задача приобретает в случае дорогостоящих исследований, где ценным ресурсом оказывается время, отведенное на проведение измерений.

Рассматривается регулярный статистический ИЭ, ход проведения которого предполагает: последовательную или с учетом накопления (одношаговую) обработку результатов наблюдений; наличие значимой коррелированности шума измерений; существенное разнообразие вероятностных моделей шумов ИЭ, обуславливающих применение устойчивых (робастных) процедур обработке результатов ИЭ. В этих условиях желательно обеспечение высокой точности оценок (минимизации дисперсии их ошибок $D \rightarrow \min$) и минимальных затрат времени на их получение ($T \rightarrow \min$). В отличие от стандартного подхода решения указанных отдельных оптимизационных задач, с фиксацией одного из критериев на некотором уровне, предлагается решать обобщенную однокритериальную задачу в виде энергетического критерия на единичную нагрузку: $TD \rightarrow \min$. Исследуется вопрос: каково должно быть оптимальное соотношение между D и T , обеспечивающее нижнюю границу обобщенного критерия, не сводимого к тривиальному, не имеющему смысла случаю $T=0$?

Для класса распределений экспоненциально коррелированных шумов с ограниченной дисперсией в дискретном времени получено соотношение, связывающее нижнюю границу дисперсий ошибок оценок неизвестных параметров с параметром корреляции шума r по результатам n регулярных ИЭ:

$$D \geq \frac{\delta^2(1+r)}{n(1-r) + 2r}. \quad (1)$$

где δ^2 – отношение, обратное условной величине сигнал-шум.

В этом случае, энергетический критерий на единичную нагруз-

ку, отражающий изменения во времени энергии ошибки оценки, зависящий также от интервала между двумя временными отсчетами Δ :

$$TD \geq \frac{\Delta \delta^2 (1+r)}{(1-r) + 2r\Delta / T} \rightarrow \min, \quad (2)$$

с гарантированной верхней границей правой части неравенства в наихудшем случае

$$TD \geq \Delta \delta^2 (1+r) / (1-r) \quad (3)$$

и приведенной ошибкой $\gamma = [1 + (1-r)T / 2r\Delta]^{-1}$. В форме взаимосвязи характеристик точность – время на ее достижение, из (2) получаем соотношение:

$$D \geq \frac{\Delta \delta^2 (1+r)}{T(1-r) + 2r\Delta}, \quad T \geq \left[\frac{(1+r)\delta^2}{(1-r)D} - \frac{2r}{(1-r)} \right] \Delta. \quad (4)$$

Полученные прикладные неравенства (2)-(4), показывают: нельзя одновременно уменьшать время проведения измерений не ухудшая точности оценок, причем в данном случае существенную роль играет коэффициент $(1+r)/(1-r)$, обусловленный соответствующим характером корреляционной функции шума.

В непрерывном времени формула энергетического критерия на единичную нагрузку (2) преобразуется к виду

$$TD \geq 2\delta^2 \tau_e. \quad (5)$$

где τ_e – постоянная времени экспоненциально коррелированного шума наблюдения.

Показывается, что полученный результат (2)-(5) может быть распространен на более общий случай шумов наблюдений с приближенно экспоненциальной корреляционной функцией. Энергетический критерий позволяет не только дать оценку потенциального качества ИЭ в виде обобщенного критерия, но и определить его характеристики для соответствующего реальной ситуации класса распределений коррелированных шумов. Однако, при применении неравенств (1)-(5) следует учитывать особенности реальных средств измерений, а именно наличие некоторой доли систематических ошибок, присутствие которых не позволяет достигнуть потенциального качества. Отчасти, уменьшить влияние этих ошибок можно путем введения автоматической коррекции средств измерений после каждого измерения или небольшой серии измерений. Полученные соотношения могут быть использованы в теоретических и прикладных расчетах, когда корреляционная функция шума наблюдения имеет экспоненциальный или близкий к экспоненциальному виду характер.