

**Белорусский государственный университет**

**УТВЕРЖДАЮ**

Проректор по учебной работе

  
А.Л. Толстик

12.07.2017г.  
Регистрационный № УД-4411/уч.



**ИНТЕГРАЛЬНЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ И ИХ ПРИМЕНЕНИЕ**

**Учебная программа учреждения высшего образования  
по учебной дисциплине для специальности:**

**1-31 03 03 Прикладная математика (по направлениям)  
направления специальности**

**1-31 03 03 – 01 Прикладная математика (научно-производственная  
деятельность)**

2017 г.

Учебная программа составлена на основе образовательного стандарта высшего образования ОСВО 1-31 03 03-2013 и учебных планов G31-173/уч. и G31и-190/уч.

**Составители:**

Чеб Елена Сергеевна, доцент кафедры компьютерных технологий и систем Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук.

**Рекомендована к утверждению:**

Кафедрой компьютерных технологий и систем Белорусского государственного университета (протокол № 9 от 28 апреля 2017 г.)

Методической комиссией факультета прикладной математики и информатики Белорусского государственного университета (протокол № 5 от 16 мая 2017 г.).



## ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Дисциплина «Интегральные преобразования и их применение» является дисциплиной специализации, читаемой студентам специальности «Прикладная математика». Для успешного освоения дисциплины студентам понадобятся полученные ранее знания по базовым дисциплинам «Математический анализ», «Функциональный анализ и интегральные уравнения», «Уравнения математической физики», а также навыки работы с системами компьютерной алгебры, в частности, с системой «Mathematica» .

*Целью* данной дисциплины является приобретение студентами знаний необходимых для практического использования интегральных преобразований при математическом моделировании прикладных задач: задач математической физики, задач цифровой обработки сигналов, задач сжатия изображений и навыков анализа математических моделей.

*Место учебной дисциплины* в системе подготовки специалиста с высшим образованием определено необходимостью уметь анализировать математические модели различных физических процессов, понимать процессы анализа моделей на новом качественном уровне и разрабатывать специализированное программное обеспечение. В дисциплине излагаются основные интегральные преобразования, подходы применения интегральных преобразования для решения начально-краевых задач математической физики и цифровой обработки сигналов, аппроксимации функций, а также применение базовых вейвлет-преобразований.

*Требования к академическим компетенциям специалиста.*

Специалист должен:

- АК-1. Уметь применять базовые научно-теоретические знания для решения теоретических и практических задач.
- АК-2. Владеть системным и сравнительным анализом.
- АК-3. Владеть исследовательскими навыками.
- АК-4. Уметь работать самостоятельно.
- АК-6. Владеть междисциплинарным подходом при решении проблем.
- АК-7. Иметь навыки, связанные с использованием технических устройств, управлением информацией и работой с компьютером.
- АК-9. Уметь учиться, повышать свою квалификацию в течение всей жизни.
- АК-10. Использовать основные законы естественно-научных дисциплин в профессиональной деятельности.
- АК-11. Владеть основными методами, способами и средствами получения, хранения, переработки информации с использованием компьютерной техники.
- СЛК-6. Уметь работать в команде.
- ПК-37. Пользоваться глобальными информационными ресурсами.

В результате изучения дисциплины студент должен:

**знать:**

- основные полные ортонормированные системы функций в конкретных гильбертовых пространствах,
- основные особенности аппроксимации периодических функций в различных базисах рядами Фурье и условия их сходимости,
- основные особенности аппроксимации непериодических функций интегралом Фурье,
- операции прямого и обратного непрерывного преобразования Фурье и его свойства,
- операции прямого и обратного дискретного преобразования Фурье и его свойства,
- методы быстрого преобразования Фурье,
- операции прямого и обратного преобразования Лапласа и его свойства,
- вейвлетные преобразования и базисы всплесков,
- ключевые программные средства по классическим интегральным преобразованиям.

**уметь:**

- аппроксимировать функции рядами Фурье по ортонормированным системам из тригонометрических функций, полиномов Лежандра, функций Уолша и функций Хаара;
- получать решения начально-краевых задач математической физики;
- получать спектральные характеристики периодических и непериодических функций, моделирующих сигналы;
- использовать программное обеспечение систем компьютерной алгебры для применения интегральных преобразований.

**владеть:**

- практическими навыками применения интегральных преобразований при математическом моделировании физических процессов.

Форма получения высшего образования – дневная (очная).

В соответствии с учебным планом по направлению специальности «Прикладная математика», учебная программа предусматривает для изучения дисциплины: всего – 159 часов, аудиторных – 68 часов, из них лекций – 34 часов, лабораторных занятий – 30 часов, УСП – 4 часа (3 курс, 5 семестр).

Формы текущей аттестации по учебной дисциплине – зачёт, экзамен.

## СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

### **1. Введение**

Цель и содержание курса. Основные методы аппроксимации функций.

### **2. Полные ортонормированные системы в гильбертовых пространствах.**

Гильбертово пространство. Пространство суммируемых по Лебегу функций. Ортогональные системы. Критерий полноты ортогональной системы. Экстремальное свойство отрезка ряда Фурье.

### **3. Аппроксимация в гильбертовых пространствах.**

Элемент наилучшей аппроксимации, его существование и единственность. Связь элемента наилучшей аппроксимации с проекцией.

### **4. Тригонометрические системы и тригонометрические ряды Фурье.**

Тригонометрическая система функция как полная ортонормированная система в пространстве абсолютно суммируемых функций. Ряд Фурье и его сходимости. Комплексная форма ряда Фурье. Теорема о представлении функции в точке своим рядом Фурье. Эффект Гиббса. Равномерная сходимость ряда Фурье. Применение рядов Фурье для суммирования числовых рядов.

### **5. Применение рядов Фурье в математической физике и цифровой обработке сигналов**

Решение начально-краевых задач математической физики с использованием рядов Фурье: решение задачи Дирихле для круга. Анализ спектральных свойств простейших сигналов: прямоугольный, треугольный, пилообразный импульсы.

### **6. Ряды Фурье по многочленам Лежандра, функциям Уолша и функциям Хаара.**

Полиномы Лежандра и формула Родрига. Система функций Радемахера, функций Уолша и функций Хаара как ортонормированная система из кусочно-постоянных функций. Разложение функций по функциям Уолша и Хаара. Применение рядов Фурье в сжатии изображений.

### **7. Непрерывное преобразование Фурье и его свойства.**

Интеграл Фурье как предельная форма ряда Фурье. Теорема о представлении функции в точке своим интегралом Фурье. Интеграл Фурье в комплексной форме. Непрерывное преобразования Фурье и его свойства. Синус и косинус преобразования Фурье. Теорема запаздывания. Преобразование свертки, производной, интеграла, произведения функций.

## **8. Применение непрерывного преобразование Фурье в математической физике, цифровой обработке непериодических сигналов.**

Применение непрерывного преобразования Фурье в цифровой обработке сигналов. Спектральная характеристика типовых сигналов. Применение непрерывного преобразования Фурье в математической физике: решение задачи Коши для уравнения теплопроводности.

## **9. Быстроубывающие функции и их свойства.**

Быстроубывающие функции и их преобразование Фурье. Свертка быстроубывающих функций. Формула Пуассона и теорема Котельникова. Применение теоремы Котельникова в цифровой обработке сигналов.

## **10. Дискретное преобразование Фурье и его свойства.**

Дискретное преобразование Фурье, его свойства. Быстрое преобразование Фурье как реализация дискретного преобразования Фурье. Оконное преобразование Фурье. Обратное дискретное преобразование. Спектральный анализ сигналов с помощью дискретного преобразования Фурье. Преобразование Фурье в компьютерной системе «Mathematica».

## **11. Преобразование Лапласа и его свойства.**

Оригиналы и изображения. Простейшие свойства преобразования Лапласа. Формула обращения. Преобразование Лапласа производных и интегралов. Свертка оригиналов и теорема Бореля. Применение преобразования Лапласа к решению начальных задач для обыкновенных дифференциальных уравнений.

## **12. Непрерывное вейвлет-преобразование.**

Вейвлеты. Главные признаки вейвлета. Примеры материнских вейвлетов. Непрерывное вейвлет-преобразование и его свойства. Примеры вейвлет-преобразований.

## **13. Дискретное вейвлет-преобразование.**

Дискретное вейвлет-преобразование и его свойства. Примеры дискретных вейвлет-преобразований. ДВП в системе Mathematica.

## УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

№п/п	Название раздела, темы	Количество часов				Количество часов УСР	Форма контроля знаний
		Аудиторные					
		Лекции	Практ. и сем. занятия	Лаб. Занятия	Иное		
1	Введение	2					
2	Полные ортонормированные системы в гильбертовых пространствах.	2		2			Устный опрос
3	Аппроксимация в гильбертовых пространствах.	2		2			Отчет по лабораторной работе 1
4	Тригонометрические системы и тригонометрические ряды Фурье	4		2			
5	Применение рядов Фурье в математической физике и цифровой обработке сигналов	2		2		2	Отчет по лабораторной работе 2
6	Ряды Фурье по многочленам Лежандра, функциям Уолша и функциям Хаара.	2		4			
7	Непрерывное преобразование Фурье и его свойства.	2		2			
8	Применение непрерывного преобразования Фурье в математической физике, цифровой обработке непериодических сигналов.	4		4			КОЛЛОКВИУМ

9	Быстроубывающие функции и их свойства.	2		2			Отчет по лабораторной работе 3
10	Дискретное преобразование Фурье и его свойства. Алгоритмы быстрого преобразования Фурье.	2		2			
11	Преобразование Лапласа, его свойства, и его применение	4		2			
12	Непрерывное вейвлет-преобразование и его свойства	2		2		2	Устный опрос
13	Дискретное вейвлет-преобразование	4		4			
<b>ИТОГО</b>		34		30		4	



## ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

### *Рекомендуемая литература*

#### **Основная**

1. Воробьев, В.И. Теория и практика вейвлет-преобразований/ В.И. Воробьев, В.Г. Грибунин. – С.-Пб.: ВУС, 1999.
2. Добеши, И. Десять лекций по вейвлетам/ И. Добеши. – Ижевск:НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2001.
3. Дьяконов, В.П. Вейвлеты. От теории к практике/ В.П. Дьяконов. – М.: СОЛОН-Пресс, 2010.
4. Жуков, А.И. Методы Фурье в вычислительной математике /А.И. Жуков. – М.: Наука, 1992.
5. Залманзон, Л.А. Преобразование Фурье, Уолша, Хаара /Л.А. Залманзон. – М.: Наука, 1989.
6. Колмогоров, А.Н. Элементы теории функций и функционального анализа /А.Н. Колмогоров, С.В. Фомин. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004.

#### **Дополнительная**

1. Блаттер, К. Вейвлет-анализ. Основы теории /К. Блаттер. – М.: Техносфера, 2004.
2. Короновский, А.А. Непрерывный анализ и его приложения/ А.А. Короновский, А.Е. Храмов. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003.
3. Малла, С. Вейвлеты в обработке сигналов /С. Малла. – М.: Мир, 2005.
4. Снедон, И. Преобразование Фурье / И. Снедон. – Изд-во иностр. лит.-ры, 1955.
5. Трантер, К. Интегральные преобразования в математической физике/ К. Трантер. – М.: МГТИ, 1956.
6. Толстов, Г.П. Ряды Фурье / Г.П. Толстов. М.: Наука, 1980.

## **ПЕРЕЧЕНЬ ИСПОЛЬЗУЕМЫХ СРЕДСТВ ДИАГНОСТИКИ РЕЗУЛЬТАТОВ УЧЕБНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ СТУДЕНТОВ**

*Для диагностики компетенций студентов используются следующие формы:*

1. Устная форма.
2. Письменная форма.
3. Устно-письменная форма.
4. Техническая форма.

К устной форме диагностики компетенций относятся:

1. Собеседования.
2. Устные опросы.
3. Устный зачёт.

К письменной форме диагностики компетенций относятся:

1. Контрольные опросы.
2. Индивидуальные контрольные работы.
3. Письменные отчеты по лабораторным работам.
4. Оценивание на основе модульно-рейтинговой системы.

К устно-письменной форме диагностики компетенций относятся:

1. Отчеты по лабораторным работам с их устной защитой.
2. Оценивание на основе модульно-рейтинговой системы.

К технической форме диагностики компетенций относятся:

1. Электронные отчёты по лабораторным работам.
2. Визуальные лабораторные работы.
3. Реализация алгоритма и результат выполнения программы.

## **ПЕРЕЧЕНЬ ЗАДАНИЙ УПРАВЛЯЕМОЙ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ**

Тема 5. Применение рядов Фурье в математической физике и цифровой обработке сигналов

Задание 1. Решить задачу о нахождении гармонической в круге функции, принимающей на границе круга заданное значение.

Задание 2. Изучить разложение в ряд Фурье типичных периодических сигналов: последовательности прямоугольных, треугольных, пилообразных импульсов, используя в качестве базиса тригонометрическую систему, систему функций Уолша и функций Хаара.

*Перечень используемых средств диагностики результатов управляемой самостоятельной работы студентов:*

устный опрос, выполнение согласно заданиям индивидуальной работы по решению начально-краевых задач математической физики и задач цифровой обработке периодических сигналов.

Тема 12. Непрерывное вейвлет-преобразование и его свойства.

Задание 1. Ознакомиться с простейшими материнскими вейвлетами, изучить их свойства, используя систему Mathematica, изобразить их графически.

Задание 2. Изучить непрерывное вейвлет-преобразование и его свойства.

Задание 3. Произвести анализ спектра непрерывного вейвлет-преобразования сигнала, параметры и аналитическое выражение которого заданы.

*Перечень используемых средств диагностики результатов управляемой самостоятельной работы студентов:*

устный опрос, выполнение согласно заданиям индивидуальной работы по спектральному вейвлет-анализу задач цифровой обработке сигналов.

## **КОНТРОЛЬ КАЧЕСТВА УСВОЕНИЯ ЗНАНИЙ И ПРОВЕДЕНИЕ АТТЕСТАЦИИ**

Контрольные мероприятия проводятся в соответствии с учебно-методической картой дисциплины. В случае неявки на контрольное мероприятие по уважительной причине студент вправе по согласованию с преподавателем выполнить его в дополнительное время. Для студентов, получивших неудовлетворительные оценки за контрольные мероприятия, либо не явившихся по неуважительной причине, по согласованию с преподавателем и с разрешения заведующего кафедрой мероприятие может быть проведено повторно.

Текущая аттестация предусматривает проведение зачёта и экзамена (в том числе с учётом результатов промежуточного и итогового тестирования) и проводится согласно правилам проведения аттестации студентов, курсантов, слушателей при освоении содержания образовательных программ высшего образования от 29 мая 2012 г. N 53.

Оценка текущей успеваемости рассчитывается на основе модульно-рейтинговой системы, основанной на Положении о рейтинговой системе БГУ от 18.08.2015 № 382-ОД. Рейтинговая оценка предусматривает использование весовых коэффициентов для текущего контроля знаний и текущей аттестации студентов по дисциплине. Примерные весовые коэффициенты, определяющие вклад текущего контроля знаний и текущей аттестации в рейтинговую оценку:

- коллоквиум – 0,5;
- лабораторная работа – 0,50.

Рейтинговая оценка по дисциплине рассчитывается на основе оценки текущей успеваемости и экзаменационной оценки с учетом их весовых коэффициентов. Оценка по текущей успеваемости составляет 30%, экзаменационная оценка – 70 %.

## ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ

Название учебной дисциплины, с которой требуется согласование	Название кафедры	Предложения об изменениях в содержании учебной программы учреждения высшего образования по учебной дисциплине	Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу (с указанием даты и номера протокола)
Уравнения математической физики	Кафедра компьютерных технологий и систем	нет	Оставить содержание учебной дисциплины без изменения, протокол № 9 от 28 апреля 2017 г.
Функциональный анализ и интегральные уравнения	Кафедра компьютерных технологий и систем	нет	Оставить содержание учебной дисциплины без изменения, протокол № 9 от 28 апреля 2017 г.
Математический анализ	Кафедра высшей математики	нет	Оставить содержание учебной дисциплины без изменения, протокол № 9 от 28 апреля 2017 г.

**ДОПОЛНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ К УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЕ**

на \_\_\_\_ / \_\_\_\_ учебный год

№№ Пп	Дополнения и изменения	Основание

Учебная программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры компьютерных технологий и систем (протокол № \_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ 201\_ г.)

Заведующий кафедрой

\_\_\_\_\_  
(ученая степень, звание)

\_\_\_\_\_  
(подпись)

\_\_\_\_\_  
(И.О. Фамилия)

УТВЕРЖДАЮ

Декан факультета

\_\_\_\_\_  
(ученая степень, звание)

\_\_\_\_\_  
(подпись)

\_\_\_\_\_  
(И.О.Фамилия)