# УПРАВЛЕНИЕ РИСКОМ ПОРТФЕЛЯ АКТИВОВ

**Д. Минина, И. Карачун**

Целью данной работы является анализ различных мер риска и сравнение методик оптимизации портфеля ценных бумаг с использованием наиболее популярных из них на реальных данных финансового рынка. Любой рационально действующий инвестор предпочитает максимизировать свою прибыль при минимально возможном риске. Но как измерить риск? Выбор наиболее адекватной для отдельно взятого участника рынка меры риска инвестиций является чрезвычайно актуальной темой в финансах, интересующей ученых на протяжении более пятисот лет.

*Эволюция мер риска*

Эволюция мер риска во времени отражает развитие математики, статистических методик и экономики в целом. Первые меры риска были созданы не для инвестиций, а для азартных игр, и были напрямую связаны с развитием теории вероятности. Впервые к проблеме измерения риска привлек внимание итальянский монах Лука Пачоли в своей книге 1494 г. «Summa de Arithmetica». Помимо открытия метода двойной записи и освещения основ бухгалтерского учета, он также задал в своей книге загадку, над которой бились знаменитые ученые несколько веков. Она была сформулирована следующим образом: «Предположим, два игрока должны пять раз подбросить кубики. Их прервали после 3-го раза, и первый игрок лидирует со счетом 2:1. Какой способ раздела выигрыша будет самым справедливым?». Первые шаги на пути к решению «загадки Пачоли» сделал итальянский врач и игрок Джироламо Гардано [1] в XVI в. Определением вероятности выпадения определенного числа на кубике занимался также Галилей, но «загадка Пачоли» была полностью решена лишь в 1654 г. Блезом Паскалем и Пьером де Ферма.

Следующим шагом к созданию меры риска было открытие «закона больших чисел» Джекобом Бернулли. Его суть заключается в том, что с увеличением числа опытов частота появления события приближается к его вероятности. Другим важным этапом было открытие нормального распределения Абрамом де Муавром в 1738 г. [2]. Колоколообразная кривая (рис. 1), характеризующая нормальное распределение, изучалась и усовершенствовалась такими известными математиками, как К.Ф. Гаусс и П.С. Лаплас [3]. До сих пор нормальное распределение называют гауссовским. Одним из преимуществ нормального распределения является то, что оно может быть описано только двумя параметрами – средним значением и стандартным отклонением. В нормальном распределении примерно 68% значений случайной величины лежат в пределах одного стандартного отклонения от среднего и 95% – в двух.

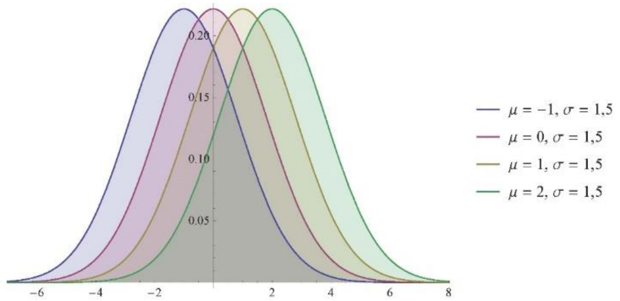


**Рисунок 1 – График плотности нормального распределения**

В 1763 г. была опубликована известная работа Томаса Байеса об обновлении существующего представления о величинах при появлении новой информации. В Байесовской статистике существующие правила называются априорными вероятностями. Они пересматриваются при появлении новой информации. Байес предоставил исследователям мощный инструмент для оценки вероятности наступления негативного события и переоценки этой вероятности при появлении новой информации.

Развитие мирового рынка акций и облигаций в XIX в. создало необходимость поиска подходящих мер риска для активного инвестирования в финансовые активы, причем риск стал рассматриваться не только как источник убытков, но и как возможность получения дополнительной прибыли. Ситуация осложнялась тем, что в XVIII–XIX вв. доступ к данным был крайне ограничен, поэтому используемые тогда меры риска были широкими и качественными, а не количественными. Инвесторы на финансовых рынках в то время определяли риск в терминах стабильности дохода в долгосрочной перспективе и сохранения капитала. Вследствие этого, например, бессрочные британские облигации с фиксированным купоном считались практически безрисковыми, а долгосрочные облигации с фиксированным купоном – более предпочтительными, чем краткосрочные облигации с высоким процентом. В иерархии риска того времени долгосрочные государственные облигации считались наименее рисковыми, затем следовали корпоративные облигации, акции, приносящие дивиденды, а внизу находились не приносящие дивидендов акции. Стоит отметить, что с тех пор данная иерархия риска не претерпела существенных изменений.

Как же инвесторы измеряли риск и управляли им при наличии лишь ограниченного количества количественных мер? Одним из способов было присвоение целой группе инвестиций одинаковой степени риска. Например, акции классифицировались как рискованные и считались неприемлемыми для инвесторов, не склонных к риску, невзирая на величину дивидендов. Другой способ классификации инвестиций – на основе количества доступной информации о компании-эмитенте. Ценные бумаги стабильной компании с хорошей репутацией считались более безопасными, чем ценные бумаги неизвестной компании. В ответ на это компании начали предоставлять больше данных о своих операциях.

В начале XX в. данные о ценах и доходности ценных бумаг уже начали собираться. На их основе рассчитывались такие показатели как ожидаемая доходность и стандартное отклонение доходности. В 1909 г. британский журнал «The Financial Review of Reviews» измерял волатильность ценных бумаг в портфеле из 10 активов, включающем облигации, привилегированные и обычные акции на базе их курсов за последние 10 лет [3].

Примерно в то же время доступность и достоверность финансовых отчетов корпораций существенно улучшилась и аналитики начали создавать меры риска на основе бухгалтерских данных. Показатели рентабельности (такие как маржа и доходность капитала) и финансовый леверидж (отношение заемного капитала к собственному) использовались в качестве мер риска. С 1915 г. рейтинговые агентства (Fitch, Moody’s и предшественник Standard and Poor’s) анализируют бухгалтерскую информацию для присвоения облигациям рейтинга как меры кредитного риска компании. Подобные меры риска стали появляться также и для акций. Тем не менее, единой меры риска в то время разработано не было – для оценки степени риска использовалась волатильность цены/доходности, бухгалтерская информация фирмы и другие источники.

Не все считали волатильность цены подходящей мерой риска. В первом издании «Анализа ценных бумаг» в 1934 г. Бэн Грэхем [4] полемизировал на тему мер риска, основанных на исторических данных о ценах. Он считал, что снижение цены может быть временным и зачастую не отражает реальную стоимость компании. По его мнению, риск появляется, когда за актив платят слишком высокую цену по отношению к его реальной стоимости. В таком случае инвесторы должны поддерживать определенный «запас прочности» и покупать другие ценные бумаги по цене ниже их реальной стоимости. Некоторые инвесторы и по сей день придерживаются такого мнения, наиболее ярким примером является Уоррен Баффет. Великая депрессия оказала значительное влияние на финансовые рынки: инвесторы стали обращать особое внимание на показатели ликвидности и платежеспособности компаний. Таким образом, до 1950-х гг. инвесторы на финансовых рынках использовали меры риска, основанные на данных о прошлых ценах активов и на бухгалтерской информации, а также комбинированные меры риска, основанные на типе ценной бумаги и репутации эмитента.

Важнейшим этапом в эволюции мер риска и в портфельной теории в целом стало появление теории Гарри Марковица [5] в 1952 г. Мнение, что диверсификация прибыльна для инвесторов, появилось задолго до теории Г. Марковица, но именно он её систематизировал и произвел настоящую революцию в управлении портфелем ценных бумаг. Он изменил представление о том как связаны риск портфеля и корреляция активов. Стоит отметить, что родоначальником современной портфельной теории наравне с Марковицем можно считать британского экономиста Эндрю Роя. В 1952 г. у него также вышла статья «Надежность – прежде всего при хранении активов» [6].

Таблица 1 – Эволюция мер риска

| Ключевое событие | Период | Мера риска |
|---|---|---|
| Риск считали либо предопределенными (тогда ничего нельзя изменить), либо божественным провидением (тогда помогали молитвы и жертвоприношения) | До 1494 | Нет |
| Лука Пачоли впервые поднял вопрос о нахождении вероятности | 1494 | |
| Паскаль и Ферма решили «загадку Пачоли» и заложили основы теории вероятности | 1654 | Вероятность |
| Грант создает таблицу рожденных и умерших в Лондоне | 1662 | |
| Бернулли открывает «закон больших чисел», закладывая основу выборки данных из генеральной совокупности | 1711 | Вероятность на основе выборки |
| Де Муавр выводит нормальное распределение как аппроксимацию биномиального; Гаусс и Лаплас улучшают его | 1738 | |
| Байес публикует трактат об уточнении прежних суждений при появлении новой информации | 1763 | |
| Развивается страховой бизнес, появляются актуарные меры риска, основанные на исторических данных | 1800-е | Ожидаемые убытки |
| Башелье исследует цены акций и опционов на Парижской фондовой бирже и делает вывод, что цены подчиняются «случайному блужданию» | 1900 | Вариация цены |
| Статистическое бюро, Moody’s и Fitch начинают ранжировать корпоративные облигации на основе бухгалтерской информации | 1909–1915 | Рейтинг облигаций и акций |
| Марковиц закладывает основы современной портфельной теории | 1952 | Дисперсия портфеля |
| Шарп и Линтнер ввели понятие «безрисковый актив» и разработали модель оценки финансовых активов (CAPM) | 1964 | Рыночная бета |
| Модели риска и доходности, основанные на распределениях, отличных от нормального | С 1960 | - |
| Росс разрабатывает модель арбитражного ценообразования | 1976 | Факторная бета |
| Макроэкономические переменные исследуются как потенциальные факторы рыночного риска | 1986 | Макроэко-номическая бета |
| Введена новая мера риска VaR | 1980-е | VaR |
| Фама и Френч приходят к выводу, что рыночная капитализация и отношение «цена/балансовая стоимость» – лучшие меры риска, чем бета | 1992 | Прокси |
| Введено понятие «когерентных мер риска» | 1998 | CVaR |

Источник: составлено по [3]

Г. Марковиц отметил, что инвесторы диверсифицируют портфель, потому что хотят получить более высокую доходность при такой же степени риска. Ключевая идея состояла в том, что дисперсия портфеля может быть записана в виде функции не только от объема инвестиций в каждую ценную бумагу и вариаций этих активов, но и от корреляции активов портфеля между собой. Явно задав зависимость дисперсии портфеля от ковариации активов, Марковиц формализовал интуитивное мнение о прибыльности диверсификации и разработал механизм выбора оптимально диверсифицированного портфеля.

Мера риска «вариация» определяется следующим образом:

$$\mathrm{var}[r(x)] = E[(r(x) - E[r(x)])^2] \qquad (1)$$

где $x$ – актив, $r(x)$ – доходность, $E[r(x)]$ – ожидаемая доходность.

Подход Марковица предполагает, что весь риск портфеля заключается в дисперсии доходности активов в рамках нормального распределения. При этом функция полезности инвесторов ограничена двумя параметрами – ожидаемой доходностью и риском.

Формализованная модель Марковица выглядит следующим образом:

$$\begin{cases} E[R_p] = \sum_{i=1}^{m} \omega_i E[r_i] \to \max \\ \sigma_p \le \sigma_{req} \\ \sum_{i=1}^{m} \omega_i = 1, \ \ \omega_i \ge 0 \end{cases} \qquad (2)$$

где $E[R_p]$ – ожидаемая доходность портфеля; $E[r_i]$ – доходность актива $i$; $\sigma_p$ – стандартное отклонение доходности портфеля; $\sigma_{req}$ – максимальный приемлемый уровень риска портфеля; $\omega_i$ – вес актива $i$ в портфеле.

Набор оптимальных портфелей для различных уровней риска называется «границей эффективности» – портфели с максимальной ожидаемой доходностью для заданного уровня риска или портфели с минимальным уровнем риска для одной и той же доходности.

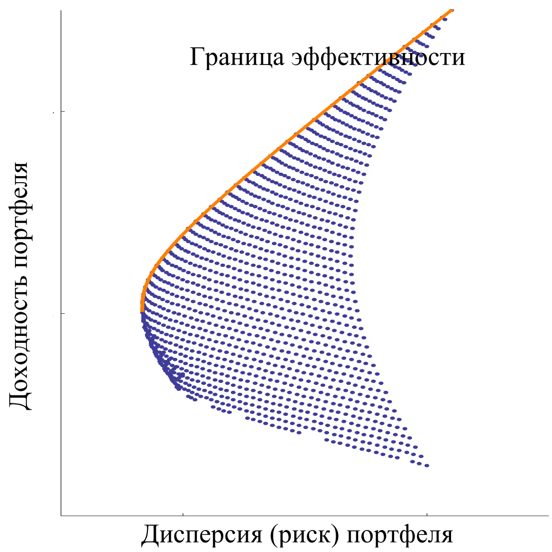


**Рисунок 2 – Граница эффективности портфеля активов**

Использование среднедисперсионной модели (MV) имеет следующие последствия для управления риском портфеля:

• при правильном подборе портфель активов может иметь более высокую доходность, чем индивидуальные активы (не превышая максимальной по активам);

• ковариация активов в портфеле становится более важным параметром для уровня риска, чем вариация;

• другие параметры инвестиций не важны.

Однако применение стандартного отклонения в качестве меры риска имеет ряд недостатков, в частности, симметричность – положительное отклонение имеет такой же вес, как и отрицательное. В реальности инвестора больше интересует вероятность убытков, в связи с чем многие исследователи начали поиск односторонней меры риска.

Ответом Г. Марковица на критику была мера риска «полувариация» (semi-variance) [7], которая основывается на доходности ниже средней величины и измеряется следующим образом:

$$SV = \frac{1}{T}\sum_{t:\, r_t < \bar{r}}^{T} (\bar{r} - r_t)^2 \qquad (3)$$

где $\bar{r}$ – выборочная средняя доходность актива; $r_t$ – доходность актива в момент времени *t*.

Следует отметить, что оптимизация портфеля на базе этой меры риска с технической точки зрения представляла собой большие трудности, т.к. данных требовалось в два раза больше, что побудило поиск новых мер в данном направлении. Революция, начатая Г. Марковицем, нашла свое логическое продолжение в модели оценки финансовых активов (CAPM), разработанной Джоном Линтнером, Джеком Трейнором и Уильямом Шарпом [8–9]. Модель CAPM выглядела следующим образом:

$$E[r_a] = r_f + \beta(E[r_m] - r_f), \qquad (4)$$

где $E[r_a]$ – ожидаемая доходность актива; $r_f$ – доходность безрискового актива; $E[r_m]$ – ожидаемая рыночная доходность; $\beta$ – индекс систематического риска. При этом:

$$\beta = \frac{Ковариация\,актива\,с\,рыночным\,портфелем}{Вариация\,рыночного\,портфеля}.$$

В данной модели риск подразделяется на систематический (рыночный) и несистематический (специфический). Систематический риск присущ всем компаниям и его нельзя диверсифицировать, а несистематический риск, напротив, подлежит диверсификации. Классическая модель CAPM, как и модель Марковица, работает для случая нормального распределения доходностей, хотя на практике это не всегда справедливо.

Основные аргументы противников среднедисперсионной оптимизации следующие:

- «тяжелые хвосты» распределения доходностей реальных данных;
- асимметрия распределения доходностей реальных данных;
- возможность резких скачков в реальности, не предусматриваемых нормальным распределением.

На практике плотность распределения доходностей выглядит приблизительно как на рисунке 3.

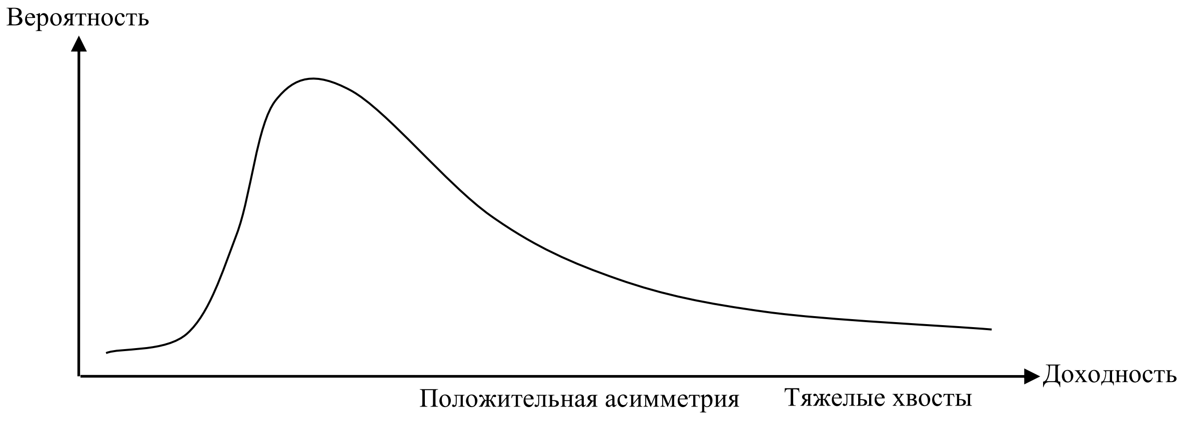


**Рисунок 3 – Плотность распределения доходности на реальных данных**

Одной из мер риска, предназначенных для портфелей и активов, доходность которых не подчиняется нормальному закону распределения, является коэффициент Шарпа [10]. Он служит для сравнения различных инвестиционных активов (а чаще всего портфелей) между собой по критерию «риск-доходность». Коэффициент показывает, какую доходность приносит актив на единицу риска. Формула для расчета коэффициента Шарпа выглядит следующим образом:

$$SR = \frac{E[r_p] - r_f}{\sigma_p}, \tag{5}$$

где $E[r_p]$ – ожидаемая доходность портфеля; $r_f$ – доходность безрискового актива; $\sigma_p$ – стандартное отклонение доходности портфеля.

Модификацией коэффициента Шарпа является коэффициент Сортино [11], который учитывает только риск убытков и использует в знаменателе полувариацию вместо стандартного отклонения. Еще одна вариация коэффициента Шарпа – коэффициент Трейнора [12], где в знаменателе используется бета портфеля ($\beta$).

Свое решение проблемы среднедисперсионной оптимизации предложили Х. Конно и Х. Ямазаки в своей статье 1991 г. [13], взяв в качестве меры риска абсолютное отклонение доходности портфеля (MAD):

$$\begin{cases} E[R_p] = \sum_{i=1}^{m} E[r_i]\omega_i \to \max, \\ E\left[\left|\sum_{i=1}^{m} r_i\omega_i - E[\sum_{i=1}^{m} r_i\omega_i]\right|\right] \le L, \\ \sum_{i=1}^{n} \omega_i = 1,\ 0 \le \omega_i \le u_i,\ i = \overline{1,n}, \end{cases} \tag{6}$$

где $\omega_i$ – вес актива $i$ в портфеле; $E[r_i]$ – ожидаемая доходность актива $i$; $u_i$ – торговое ограничение для актива $i$; $L$ – минимальный приемлемый уровень риска.

В 80-е годы XX в. была предложена новая мера риска – VaR (Value-at-Risk), которая позволила оценить возможные будущие убытки по истечении заданного периода времени с заданной вероятностью. Другими словами, эта мера описывает максимальные возможные убытки при заданной вероятности. Для расчета VaR на практике используются несколько способов: метод исторического моделирования, параметрическая модель, метод Монте-Карло. VaR может быть найдена с использованием как распределения убытков, так и распределения доходностей. Первый вариант используется чаще, т.к. удобно рассматривать прибыль как отрицательный убыток. Она является не чем иным как α-квантилем распределения убытков: пусть функция распределения случайной величины $g(x)$ – дохода – $G(x,\eta)=\mathbb{P}\{\omega\in\Omega : g(x,\omega)\le 0\}$. Для заданной вероятности $0<\alpha<1$ значение $VaR_\alpha$ определяется по формуле:

$$VaR_\alpha = \min\{\eta : G(x,\eta)\ge\alpha\} \quad (7)$$

где $\alpha$ – заданная вероятность; $\eta$ – значение дохода; $G(x,\eta)$ – функция распределения потерь инвестора. Величина VaR зависит от двух факторов: распределения убытков и величины $\alpha$. В теории величина $\alpha$ выбирается инвестором в зависимости от его целей, но на практике она часто устанавливается законодательно. Чаще всего используются значения 0.95 и 0.99.

Мера риска VaR играет чрезвычайно важную роль при оценке кредитного риска в рамках Базельского соглашения [14], но имеет и ряд недостатков. В частности, она не когерентна. Понятие когерентных мер риска было введено сравнительно недавно – в 1998 г. [15]. Обозначим через $X$ случайную величину, выражающую размер возможных потерь к некоторому моменту $T$ в будущем. Когерентной называется мера риска $r$, обладающая следующими четырьмя свойствами:

- если $X \le Y$, тогда $r(X) \le r(Y)$ *монотонность*;
- $r(X + Y) \le r(X) + r(Y)$ *субаддитивность*;
- $\forall l \ge 0 : r(l*X) = l*r(X)$ *положительная гомогенность (однородность)*;
- $\forall A \in R : r(X + A) = r(X) - A$ *инвариантность относительно переноса (сдвига)*.

Субаддитивность гарантирует возможность снижения уровня риска посредством диверсификации – риск портфеля не должен превышать сумму собственных рисков его активов. Аксиома положительной однородности также является естественной для меры риска: если у инвестора есть, например, две единицы бумаги $X$ и риск потерь по каждой из них равен $r(X)$, то будет вполне логично зарезервировать для покрытия риска обеих ценных бумаг капитал, равный $2r(X)$. Две эти аксиомы обеспечивают выпуклость меры риска как математической функции, что важно при решении задач оптимизации. Аксиома инвариантности означает, что добавление (изъятие) в портфель некоторой суммы денег или безрискового актива снижает (соответственно, повышает) уровень риска на ту же сумму. Аксиома монотонности подразумевает, что чем больше вероятные потери по активу, тем выше размер резервного капитала для его покрытия.

Относительно меры риска VaR не выполняется условие субаддитивности. В финансовой терминологии субаддитивность означает, что диверсификация инвестиций снижает риск. Еще один недостаток меры VaR заключается в том, что функцию $\mathrm{VaR}_{\alpha}(x)$ трудно использовать в оптимизации без применения компьютерной техники.

Одной из наиболее важных модификаций меры риска VaR является CVaR [16]. Она рассчитывается по следующей формуле:

$$CVaR_{\alpha}\left(x\right)=\eta+\frac{1}{1-\alpha}\int max\left\{g\left(x,\omega\right)-\eta,0\right\}\mathbb{P}\left(d\omega\right) \qquad (8)$$

где $\alpha$ – заданная вероятность; $\eta$ – значение VaR; $g\left(x,\omega\right)$ – потери инвестора.

CVaR (или Expected Shortfall) – одна из наиболее адекватных мер риска для портфеля. В отличие от VaR она является когерентной. В случае нормального распределения риски по Expected Shortfall и VaR очень близки, но при рассмотрении распределений с «тяжелыми хвостами» CVaR оказывается более консервативной мерой риска, чем VaR (для одного и того же уровня он требует резервировать больший капитал).

$$\begin{cases} E[R_p]=\sum\limits_{i=1}^{m}\omega_i E[r_i]\rightarrow max, \\ CVaR_{\alpha}\leq L, \\ \sum\limits_{i=1}^{m}\omega_i=1,\ \omega_i\geq 0, \end{cases} \qquad (9)$$

где $E[R_p]$ – ожидаемая доходность портфеля; $E[r_i]$ – ожидаемая доходность актива $i$; $\sigma_p$ – стандартное отклонение доходности портфеля; $\omega_i$ – вес актива $i$ в портфеле, $L$ – выбранный порог уровня убытков.

Mean-CVaR оптимизация портфеля позволяет найти оптимальный портфель по соотношению доходность/риск, где риск будет определяться мерой CVaR. Такой подход дает возможность отказаться от предположений о нормальности распределений для портфеля активов, т.е. CVaR считается по временным рядам активов, содержащихся в портфеле. Несмотря на то, что такая оптимизация является вычислительно сложной задачей, т.к. относится к классу невыпуклой оптимизации, она достаточно эффективна с точки зрения численных методов.

*Расчет риска портфеля на реальных данных посредством различных мер*

Для составления оптимального портфеля были выбраны данные по ценам на акции компаний Apple, Microsoft, General Electric, Walmart, Boeing, Mcdonald's, Pepsico за период с июня 1988 г. по февраль 2016 г.

Существует два подхода к расчету доходности.

- Процентная доходность с момента времени *t* до момента *i*:

$$r_{i,t} = \frac{p_i - p_{i-t}}{p_{i-t}} = \frac{p_i}{p_{i-t}} - 1,$$

где $p_i$ – цена в *i*-ый период времени.

- Логарифмическая доходность с момента времени *t* до момента *i*:

$$r_{i,t} = \ln\left(\frac{p_i}{p_{i-t}}\right).$$

При работе с финансовыми активами чаще всего используют именно логарифмическую доходность. Преимущество состоит в следующем:

- она может быть экономически более содержательной, чем процентная доходность. Если логарифмическая доходность распределена нормально, то распределение никогда не приведет к отрицательной цене;

- она хорошо агрегируется во времени. Логарифмическая доходность от момента времени $t$ до момента $T$ эквивалентна сумме логарифмических доходностей на интервалах от $t$ до $\tau$ и от $\tau$ до $T$, где $t \le \tau \le T$:

$$r_{t,T} = \ln\left(\frac{S_T}{S_t}\right) = \ln\left(\frac{S_T}{S_\tau}\cdot\frac{S_\tau}{S_t}\right) = \ln\frac{S_\tau}{S_t} + \ln\frac{S_T}{S_\tau} = r_{t,\tau} + r_{\tau,T}.$$

В данной работе были использованы оба подхода. Результаты расчета параметров активов в пакетах Matlab и Eviews представлены в таблице.

Таблица 2 – Характеристики активов

| | Apple | Boeing | General Electric | Mcdonald’s | Microsoft | Pepsico | Walmart |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **Среднее значение** | **0.015** | **0.006** | **0.004** | **0.006** | **0.007** | **0.007** | **0.006** |
| Медиана | 0.01 | 0.01 | 0.00 | 0.01 | 0.02 | 0.01 | 0.01 |
| Максимум | 0.45 | 0.20 | 0.25 | 0.18 | 0.41 | 0.19 | 0.26 |
| Минимум | –0.85 | –0.50 | –0.67 | –0.53 | –0.50 | –0.69 | –0.50 |
| **СКО** | **0.14** | **0.09** | **0.09** | **0.08** | **0.12** | **0.07** | **0.08** |
| Асимметрия | –0.85 | –1.31 | –2.21 | –2.59 | –0.98 | –3.36 | –2.03 |
| Эксцесс | 7.96 | 7.89 | 16.77 | 18.58 | 7.53 | 31.41 | 15.60 |
| Статистика Жака–Бэра | 386.9 | 426.0 | 2893.1 | 3727.0 | 336.8 | 11785.4 | 2423.5 |
| Вероятность | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | 0.0 |
| Количество наблюдений | 332 | 332 | 332 | 332 | 332 | 332 | 332 |
| Ковариация | Apple | Boeing | General Electric | Mcdonald’s | Microsoft | Pepsico | Walmart |
| Boeing | 0.029 | 0.002 | 0.002 | 0.003 | 0.002 | 0.002 | 0.000 |
| Apple | 0.002 | 0.009 | 0.004 | 0.002 | 0.004 | 0.001 | 0.001 |
| GE | 0.002 | 0.004 | 0.011 | 0.002 | 0.004 | 0.002 | 0.002 |
| Mcdonald’s | 0.003 | 0.002 | 0.002 | 0.008 | 0.003 | 0.002 | 0.001 |
| Microsoft | 0.002 | 0.004 | 0.004 | 0.003 | 0.016 | 0.001 | 0.002 |
| Pepsico | 0.002 | 0.001 | 0.002 | 0.002 | 0.001 | 0.009 | 0.002 |
| Walmart | 0.000 | 0.001 | 0.002 | 0.001 | 0.002 | 0.002 | 0.008 |

Источник: собственные расчеты по данным Yahoo Finance

Исходя из значений критерия Жака-Бэра, рассчитанных в пакете Eviews, можно сделать вывод, что на данном временном периоде ни одна доходность не распределена по нормальному закону.

Таблица 3 – Уровень риска активов, рассчитанный на базе различных мер

| | Apple | Boeing | General Electric | Mcdonald’s | Microsoft | Walmart | Pepsico |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Дисперсия | 0.03 | 0.01 | 0.01 | 0.01 | 0.02 | 0.01 | 0.01 |
| Стандартное отклонение | 0.17 | 0.09 | 0.11 | 0.09 | 0.13 | 0.09 | 0.09 |
| Среднее абсолютное отклонение | 0.11 | 0.07 | 0.06 | 0.05 | 0.08 | 0.05 | 0.06 |
| VaR 5% | 0.23 | 0.13 | 0.13 | 0.10 | 0.17 | 0.11 | 0.11 |
| VaR 10% | 0.15 | 0.10 | 0.07 | 0.06 | 0.12 | 0.08 | 0.06 |
| CVaR 5% | 0.45 | 0.26 | 0.29 | 0.24 | 0.39 | 0.24 | 0.23 |
| CVaR 10% | 0.32 | 0.19 | 0.20 | 0.16 | 0.27 | 0.16 | 0.15 |

Источник: собственные расчеты по данным Yahoo Finance

По непрерывной доходности были посчитаны различные меры риска. Самыми рисковыми по всем показателям на рассматриваемом временном промежутке являлись акции Apple, наименее рисковыми – акции Pepsico и Mcdonald’s.

*Оптимальный портфель с использованием различных мер риска*

Для того чтобы понять, как влияет выбор меры риска на структуру портфеля, проведем его оптимизацию на основе разных мер. Для оптимизации была использована арифметическая доходность. Граница эффективности портфеля из семи акций, полученная при помощи среднедисперсионной оптимизации, выглядит следующим образом (рис.4).

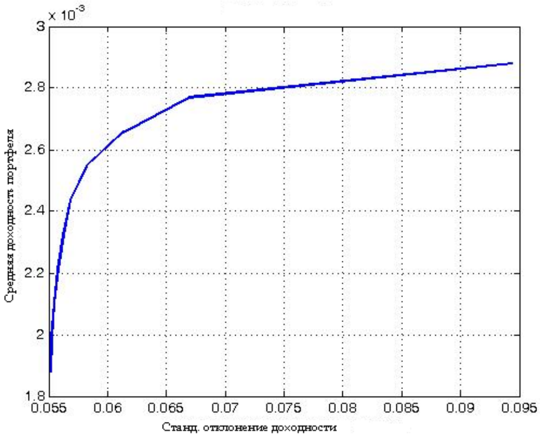


**Рисунок 4 – Граница эффективности портфеля из выбранных акций**

Источник: собственные расчеты по данным Yahoo Finance

Далее была проведена оптимизация портфеля ценных бумаг с использованием различных мер риска – стандартное отклонение (MV), MAD, CVaR – по формулам (2), (6) и (9) соответственно, с предельным значением уровня риска 5% (рис.5).

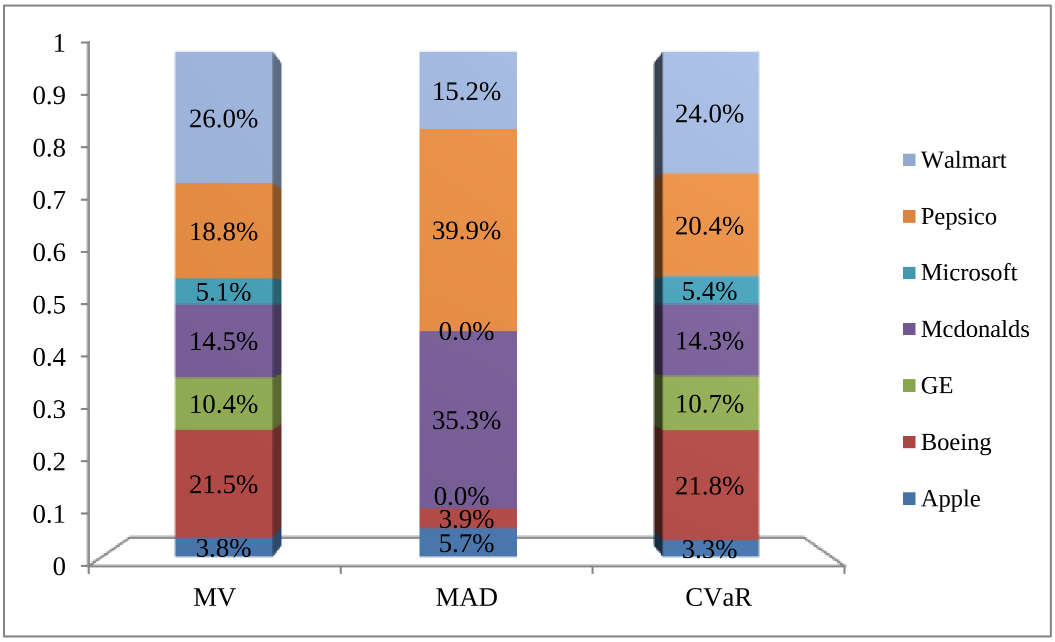


**Рисунок 5 – Сравнение оптимальных портфелей с различными мерами риска**

Источник: собственные расчеты по данным Yahoo Finance

По итогам оптимизации можно отметить, что результаты, полученные на базе моделей CVaR и среднедисперсионной модели (MV) получились схожими, в то время как оптимальный по MAD портфель существенно отличается от них благодаря принципиально иному подходу к измерению риска фактически без учета ковариации активов портфеля.

Способы измерения риска можно условно разделить на три группы: первая представляет собой анализ чувствительности – реакции на изменение внешних факторов; вторая основывается на измерении дисперсии или стандартного отклонения (волатильности) параметров активов; третья – на оценке вероятности получения участником рынка недопустимо малых для него доходов или, наоборот, размера потерь с заданной вероятностью. Сегодня VaR – одна из самых популярных методологий измерения риска, поскольку Банк международных расчетов (BIS) определил её в качестве типовой для банков. Методика VaR сводит все риски, связанные с неопределенностью колебаний рыночной конъюнктуры (цен, процентов и т.д.), к единому показателю, следовательно, позволяет производить сравнение уровня риска как по различным портфелям, так и по отдельным инструментам с определенным временным горизонтом. Такой оценкой является предел потерь в стоимости за период времени с заданной вероятностью. Он определяется тремя параметрами: горизонтом, вероятностными свойствами активов, фактическим капиталом инвестора. VaR позволяет интегрировать стоимостные, вероятностные и временные характеристики риска, что выгодно отличает её от традиционных мер риска (например, стандартного отклонения доходности, коэффициента вариации и т.д.). С помощью методологии VaR можно оценить риск различных сегментов рынка и определить наиболее рисковые позиции, что полезно на ликвидных рынках с большим объемом операций и может использоваться для предоставления информации и установления ограничений на торговлю.

В данной работе были охарактеризованы наиболее распространенные меры риска – стандартное отклонение, VaR, CVaR, MAD. Было рассмотрено понятие «когерентности» мер риска, с этой точки зрения наилучшей является CVaR в силу ее монотонности, субаддитивности, однородности и инвариантности переноса. По итогам проведенной оптимизации на реальных данных оказалось, что портфели, полученные на базе моделей CVaR и MV получились схожими, хотя первая учитывает только экстремальные потери, а вторая – отклонение доходности от ожидаемой в том числе и в большую сторону, хотя с точки зрения инвестора это благоприятное событие. Оптимальный по MAD портфель существенно отличается от них, поскольку в явном виде не учитывает взаимозависимость активов портфеля. С этой точки зрения, например, акции Microsoft (рис. 5) вообще не следует включать в портфель из-за высокой волатильности и доходности, не превышающей другие. Та же ситуация и с General Electric, имеющей высокое СКО и самую маленькую доходность. С учетом эмпирического распределения реальных доходностей CVaR является самой подходящей мерой риска для рассмотренных активов, т.к. выбранные ряды данных показали отсутствие нормального распределения. Выбор модели финансовых активов является основным фактором успешного построения количественной инвестиционной стратегии: чем ближе к реальности смоделированы цены активов, тем эффективнее стратегия. Более того, чем точнее отражено поведение доходностей активов посредством выбора распределения, тем точнее может быть рассчитан присущий им риск. Очевидно, что инвестор не заинтересован в недооценке принятых рисков, но ему не выгодна и их переоценка, так как это может привести к недополучению прибыли. Поэтому можно сделать вывод о важности определения наилучшей модели для каждого конкретного портфеля и, соответственно, численного метода решения задачи оптимизации его структуры для последующего управления.

**Литература**


1. Cardano, G. Ars Magna or The Rules of Algebra / G. Cardano. – Canada : General Publishing Company, 1968. – 291 p.
2. Moivre, A. The doctrine of chances / A. de Moivre. – London : printed for A. Millar, 1756. – 382 p.
3. Damodaran, A. Strategic risk taking: a framework for risk management / A. Damodaran. – New Jearsy : Pearson Education, Inc., 2008. – 388 p.
4. Graham, B. Security analysis / B. Graham, D. Dodd. – McGraw Hill Professional, 1934. – 739 p.
5. Markowitz, H. Portfolio selection / H. Markowitz // J. of Finance. – 1952. – Vol. 7, № 1. – P. 77–91.
6. Roy, A.D. Safety First and the Holding of Assets / A.D. Roy // Econometrica. – 1952. – Vol. 20, № 3. – P. 431–449.
7. Markowitz, H.M. Portfolio selection: efficient diversification of investment / H.M. Markowitz. – 2nd ed. – London : Yale Univ. Press, 1991. – 368 p.
8. Sharpe, W. Capital asset prices: a theory of market equilibrium under conditions of risk / W. Sharpe // J. of finance. – 1964. – Vol. 19, № 3. – P. 425–442.
9. Fama, E.F. The Capital Asset Pricing Model: Theory and Evidence / E.F. Fama, K. French// Journal of Economic Perspectives. – 2004. – Vol. 18, № 3. – P. 25–46.

10. Sharpe, W.F. The Sharpe Ratio / W.F. Sharpe // Journal of Portfolio Management. – 1994. – № 21. – P. 49–58.

11. Sortino, F. Downside Risk / F. Sortino, R. van der Meer // Journal of Portfolio Management. – 1991. – Vol. 17, № 4. – P. 27–31.

12. Treynor, J. Market Value, Time and Risk / J. Treynor // Unpublished manuscript. – 1961. – 209 p.

13. Konno, H. Mean-absolute deviation portfolio optimization model and its applications to Tokyo stock market / H. Konno, H. Yamazaki // Management Science. – 1991. –Vol. 37, № 5. – P. 519–531.

14. Basel III: A global regulatory framework for more resilient banks and banking systems // Bank for International Settlements [Electronic resource]. – Mode of access: http://www.bis.org/publ/bcbs189.htm. – Date of access: 10.12.2016.

15. Artzner, P. Coherent measures of risk / P. Artzner, F. Delbaen, J.-M. Eber, D. Heath // Mathematical Finance. – 1999. – Vol. 9, № 3. – P. 203–228.

16. Pflug, G.C. Some remarks on the Value-at-Risk and the Conditional Value-at-Risk. In: Uryasev, S.P., Ed., Probabilistic Constrained Optimization: Methodology and Applications / G.C. Pflug. – Norwell : Kluwer Academic, MA, 2000. – P. 278–287.