
МЕХАНИКА

ДЕФОРМИРУЕМОГО ТВЕРДОГО ТЕЛА

MECHANICS

OF DEFORMABLE SOLIDS

УДК 539.3

ВЯЗКОУПРУГИЙ ИЗГИБ СТЕРЖНЕЙ ПЕРЕМЕННЫХ РАДИУСА КРИВИЗНЫ И ЖЕСТКОСТИ

В. А. ТОМИЛО¹⁾, Е. В. КОЧИК²⁾, И. А. ТАРАСЮК³⁾, А. С. КРАВЧУК³⁾

¹⁾Физико-технический институт НАН Беларуси,
ул. Купревича, 10, 220141, г. Минск, Республика Беларусь

²⁾Белорусский национальный технический университет,
пр. Независимости, 65, 220013, г. Минск, Республика Беларусь

³⁾Белорусский государственный университет,
пр. Независимости, 4, 220030, г. Минск, Республика Беларусь

На примере плоских пружин симметричного профиля переменной толщины предложено обобщение метода Е. П. Попова, обеспечивающего расчет плоского изгиба упругих стержней при больших перемещениях, для случая вязкоупругих стержней переменных радиуса кривизны и жесткости. Посредством разбиения исходного стержня

Образец цитирования:

Томило В. А., Кочик Е. В., Тарасюк И. А., Кравчук А. С. Вязкоупругий изгиб стержней переменных радиуса кривизны и жесткости // Журн. Белорус. гос. ун-та. Математика. Информатика. 2017. № 1. С. 39–46.

For citation:

Tamila V. A., Kochyk Y. V., Tarasyuk I. A., Kravchuk A. S. Viscoelastic bending of beams of variable curvature radius and stiffness. *J. Belarus. State Univ. Math. Inform.* 2017. No. 1. P. 39–46 (in Russ.).

Авторы:

Вячеслав Анатольевич Томило – доктор технических наук, доцент; начальник Научно-исследовательского центра деформационных и литейных технологий.

Евгения Вячеславовна Кочик – преподаватель кафедры сопротивления материалов машиностроительного профиля машиностроительного факультета.

Иван Александрович Тарасюк – аспирант кафедры био- и наномеханики механико-математического факультета. Научный руководитель – А. С. Кравчук.

Александр Степанович Кравчук – доктор физико-математических наук, доцент; профессор кафедры био- и наномеханики механико-математического факультета.

Authors:

Viachaslau Tamila, doctor of science (technics), docent; head of the research center of deformation and casting technologies. stamila@rambler.ru

Yauheniya Kochyk, lecturer at the department of mechanical engineering profile materials resistance, faculty of mechanical engineering. zhenjatomilo@gmail.com

Ivan Tarasyuk, postgraduate student at the department of bio- and nanomechanics, faculty of mechanics and mathematics. ivan.a.tarasyuk@gmail.com

Alexander Kravchuk, doctor of science (physics and mathematics), docent; professor at the department of bio- and nanomechanics, faculty of mechanics and mathematics. ask_belarus@inbox.ru

на участки с постоянными радиусами кривизны и жесткостями производится редукция поставленной задачи к решению ряда краевых задач ползучести с условиями связей на стыках участков. Решения строятся на точном нелинеаризованном уравнении перемещений криволинейных участков (уравнение колебаний нелинейного маятника) с учетом изменения величины изгибающего момента при ползучести стержня. Определены значения радиуса кривизны и величины хода стержней, подверженных деформации ползучести. В качестве примера аналитически решена задача вязкоупругого изгиба плоской полимерной пружины переменных радиуса кривизны и жесткости.

Ключевые слова: вязкоупругий изгиб; большие перемещения; полимерный материал.

VISCOELASTIC BENDING OF BEAMS OF VARIABLE CURVATURE RADIUS AND STIFFNESS

V. A. TAMILA^a, Y. V. KOCHYK^b, I. A. TARASYUK^c, A. S. KRAVCHUK^c

^aPhysical-Engineering Institute of the National Academy of Sciences of Belarus,
Kuprevicha street, 10, 220141, Minsk, Republic of Belarus

^bBelarusian National Technical University, Nezavisimosti avenue, 65, 220013, Minsk, Republic of Belarus

^cBelarusian State University, Nezavisimosti avenue, 4, 220030, Minsk, Republic of Belarus

Corresponding author: ivan.a.tarasyuk@gmail.com

E. P. Popov method of analysis of elastic beams flat bending with large displacements was generalized to the case of viscoelastic beams of variable curvature radius and stiffness using an example of bending of flat springs of variable thickness symmetrical profile. The problem is reduced to the solution of a number of boundary creep problems with link conditions on section joints by means of partitioning the original beam into sections with a constant curvature radius and stiffness. The solutions are based on exact non-linearized equation of curved sections motion (so-called nonlinear pendulum vibration equation) taking into account the changes in the magnitude of the bending moment under creep. Values of curvature radius and displacement of beams subjected to creep deformation were determined. Viscoelastic bending problem of flat polymeric spring of variable curvature radius and stiffness was solved analytically as an example.

Key words: viscoelastic bending; large displacements; polymeric material.

Введение

В настоящее время активно используются конструкционные композиционные материалы, созданные на основе полимеров. Они имеют ряд достоинств: не подвержены коррозии, обладают химической стойкостью и, несмотря на свою легкость, прочны и эластичны. Однако такие конструкционные материалы достаточно активно проявляют реологические свойства даже при относительно низких температурах, что влечет за собой необходимость оценки изменения геометрии образца, подверженного длительной нагрузке. Особенность использования полимерных и композиционных материалов на их основе в различных отраслях техники в качестве упругих элементов заключается в том, что их длительное нагружение приводит к изменению радиуса кривизны и, следовательно, изменению их энергоемкости и жесткостных характеристик.

В настоящей работе на примере плоских пружин симметричного профиля переменной толщины предложено обобщение метода Е. П. Попова [1], обеспечивающего расчет плоского изгиба упругих стержней при больших перемещениях, для случая вязкоупругих стержней переменных радиуса кривизны и жесткости, что позволяет определять значения радиуса кривизны и величины хода стержней, подверженных деформации ползучести. В качестве примера аналитически решена задача вязкоупругого изгиба плоской полимерной пружины переменных радиуса кривизны и жесткости.

Постановка задачи изгиба плоской вязкоупругой пружины

Плоская вязкоупругая пружина подвергается сжатию постоянной нагрузкой P_0 . Левый край рессоры имеет неподвижное шарнирное закрепление, правый край рессоры может свободно перемещаться вдоль оси Ox и под нагрузкой смещается на расстояние u_x за время t_0 такое, что влияние ползучести на деформирование пренебрежимо мало. В момент времени t с рессоры мгновенно снимается нагрузка и определяется изменение радиуса кривизны.

Симметричный относительно середины профиль плоской пружины имеет переменную толщину $h(s) = f\left(s - \frac{L}{2}\right)$, $s \in [0, L]$, которая определяется по нормали к нижней грани. Нижняя грань профиля представляет собой дугу окружности радиусом r_0 (рис. 1). Здесь $f(z)$ – некоторая четная функция; $L = r_0\varphi_0$ – длина нижней грани профиля; $\varphi_0 = 2\arcsin\left(\frac{L_0}{r_0}\right)$ – центральный угол профиля; L_0 – полудлина проекции изогнутой нижней грани профиля;

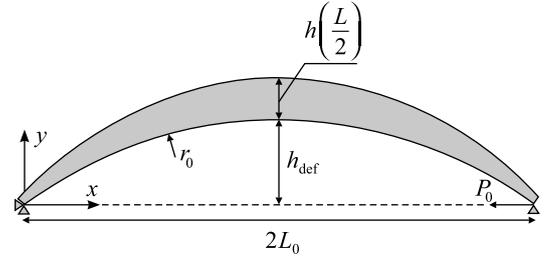


Рис. 1. Профиль рессоры переменной толщины
Fig. 1. Profile of flat spring of variable thickness

$R_0(s) = r_0 + \frac{h(s)}{2}$ – радиус кривизны срединной линии профиля; b – ширина пружины; h_{def} – прогиб центральной части нижней грани профиля. В связи с симметричностью профиля для решения задачи достаточно рассмотреть лишь половину рессоры.

Определение изгибающих моментов плоской вязкоупругой пружины

Нелинеаризованное уравнение перемещений плоской пружины имеет вид [1, с. 14]

$$\frac{1}{R} - \frac{1}{R_0} = \frac{M}{H} = \frac{d\vartheta}{ds} - \frac{d\theta}{ds}, \quad s \in [0, l], \quad (1)$$

где θ – угол наклона касательной в текущей точке начальной кривой; ϑ – угол наклона касательной в текущей точке срединной линии; $\frac{1}{R_0}$ – кривизна в текущей точке начальной кривой; $\frac{1}{R}$ – кривизна в текущей точке срединной линии; M – изгибающий момент; H – изгибная жесткость поперечного сечения; s – длина дуги срединной линии; l – длина срединной линии.

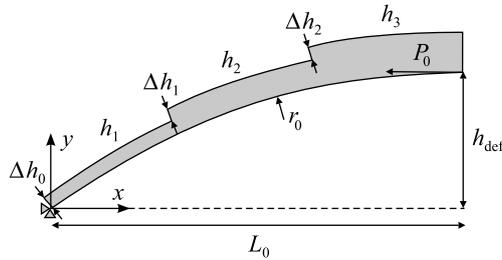


Рис. 2. Разбиение профиля рессоры переменной толщины
Fig. 2. Partition of profile of flat spring of variable thickness

Поскольку аналитическое решение уравнения (1) в случае переменных радиуса кривизны и жесткости получить не представляется возможным, следует разбить всю длину срединной линии половины рессоры на N участков с равными центральными углами $\varphi = \frac{\varphi_0}{2N}$ (рис. 2). Внутри каждого из участков радиус кривизны и жесткость считаются постоянными, но различными для разных участков ($i = \overline{1, N}$):

$$R_{i,0} = r_0 + \frac{h_i}{2}, \quad H_i = \frac{E h_i^3 b}{12}, \quad h_i = h\left(\frac{i-1}{N-1} \frac{L}{2}\right), \quad l_i = R_{i,0}\varphi. \quad (2)$$

В этом случае дифференциальное уравнение перемещений срединной линии записывается отдельно для каждого участка, а на стыках участков записываются условия связей.

Дифференцируя уравнение (1) по s для i -го участка, учитывая постоянство H_i и $\frac{1}{R_{i,0}}$ (2) и вводя обозначение $\zeta_i = \vartheta_i + \delta$, где $\delta = 0$ – угол между направлением силы P и осью $0x$, перейдем к уравнению равновесия срединной линии i -го участка в безразмерном виде ($i = \overline{1, N}$)

$$\frac{d^2\zeta_i}{ds^2} = -\frac{P}{H_i} \sin\zeta_i. \quad (3)$$

Первым интегралом выражения (3) является уравнение ($i = \overline{1, N}$)

$$\left(\frac{d\zeta_i}{ds}\right)^2 = 4\frac{P}{H_i}\left(C_i - \sin^2\frac{\zeta_i}{2}\right), \quad (4)$$

где C_i – произвольная постоянная, определяемая начальными условиями.

С помощью уравнения (4) находится значение кривизны в произвольной точке срединной линии. Учитывая, что в данной схеме изгиба кривизна начальной кривой i -го участка $\frac{1}{R_{i,0}} \neq 0$ и в начальном состоянии внешний изгибающий момент $M_i = 0$, в начале процесса изгиба $\frac{1}{R_i} \neq 0$ и срединная линия примет форму бесперегибного рода. Вводя обозначения $C_i = \frac{1}{k_i^2}$, $\sin\left(\frac{\zeta_i}{2}\right) = \sin\psi_i$, для форм срединной линии бесперегибного рода уравнение (4) можно записать в виде ($i = \overline{1, N}$)

$$\frac{d\psi_i}{ds} = \frac{1}{k_i}\sqrt{\frac{P}{H_i}}\sqrt{1 - k_i^2\sin^2\psi_i}. \quad (5)$$

Величина изгибающего момента в произвольной точке i -го участка, как следует из (1) и (4), будет равна ($i = \overline{1, N}$)

$$M_i = \frac{2}{k_i}\sqrt{PH_i}\sqrt{1 - k_i^2\sin^2\psi_i} - \frac{H_i}{R_{i,0}}, \quad s \in [0, l_i]. \quad (6)$$

Решением уравнения (5) является ($i = \overline{1, N}$)

$$s\sqrt{\frac{P}{H_i}} = k_i F(\psi_i, k_i) - k_i F(\psi_{i,0}, k_i), \quad s \in [0, l_i], \quad (7)$$

где $\psi_{i,0} = \psi_i(0)$; $F(\psi, k)$ – эллиптический интеграл Лежандра первого рода.

Координаты конца i -го участка определяются уравнениями ($i = \overline{1, N}$):

$$x_{i,1} = \frac{2}{k_i}\sqrt{\frac{H_i}{P}}\left[E(\psi_{i,1}, k_i) - E(\psi_{i,0}, k_i)\right] - \left(\frac{2}{k_i^2} - 1\right)l_i + \frac{\Delta h_{i-1}}{2}\sin 2\psi_{i,0} + x_{i-1,1}; \quad (8)$$

$$y_{i,1} = \frac{2}{k_i}\sqrt{\frac{H_i}{P}}\left(\sqrt{1 - k_i^2\sin^2\psi_{i,1}} - \sqrt{1 - k_i^2\sin^2\psi_{i,0}}\right) + \frac{\Delta h_{i-1}}{2}\cos 2\psi_{i,0} + y_{i-1,1},$$

где $\psi_{i,1} = \psi_i(l_i)$; $\Delta h_i = h_{i+1} - h_i$; $x_{0,1} = y_{0,1} = h_0 = 0$; $E(\psi, k)$ – эллиптический интеграл Лежандра второго рода.

На основании (6) и (8) граничные условия примут вид

$$M_{1,0} = P\frac{\Delta h_0}{2}\cos 2\psi_{1,0}, \quad x_{N,1} = L_0 - \frac{u_x}{2}, \quad \psi_{N,1} = 0, \quad (9)$$

а условия связей на стыках участков ($i = \overline{1, N-1}$)

$$\vartheta_{i,1} = \vartheta_{i+1,0}, \quad M_{i,1} + P\frac{\Delta h_i}{2}\cos 2\psi_{i+1,0} = M_{i+1,0}. \quad (10)$$

Таким образом, срединная линия изогнутой пружины определяется уравнениями (7), (10):

$$\left\{ \begin{array}{l} \psi_{N,1} = 0, \quad \psi_{i,1} = \psi_{i+1,0}, \quad i = \overline{1, N-1}, \\ \sqrt{\frac{Pl_i^2}{H_i}} = k_i F(\psi_{i,1}, k_i) - k_i F(\psi_{i,0}, k_i), \quad i = \overline{1, N}, \\ \frac{2}{k_i} \sqrt{PH_i} \sqrt{1 - k_i^2 \sin^2 \psi_{i,1}} - \frac{H_i}{R_{i,0}} + P \frac{\Delta h_i}{2} \cos 2\psi_{i+1,0} = \\ = \frac{2}{k_{i+1}} \sqrt{PH_{i+1}} \sqrt{1 - k_{i+1}^2 \sin^2 \psi_{i+1,0}} - \frac{H_{i+1}}{R_{i+1,0}}, \quad i = \overline{1, N-1}, \end{array} \right. \quad (11)$$

с граничными условиями (9):

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{2}{k_1} \sqrt{PH_1} \sqrt{1 - k_1^2 \sin^2 \psi_{1,0}} - \frac{H_1}{R_{1,0}} = P \frac{\Delta h_0}{2} \cos 2\psi_{1,0}, \\ \sum_{i=1}^N \left[\frac{2}{k_i} \sqrt{\frac{H_i}{P}} \left[E(\psi_{i,1}, k_i) - E(\psi_{i,0}, k_i) \right] - \left(\frac{2}{k_i^2} - 1 \right) l_i + \frac{\Delta h_{i-1}}{2} \sin 2\psi_{i,0} \right] = L_0 - \frac{u_x}{2}. \end{array} \right. \quad (12)$$

При решении системы (11) с граничными условиями (12) относительно P, k_i, ψ_i ($i = \overline{1, N}$) определяется величина нагрузки P_0 , а из (6) – изгибающие моменты M'_i в расчетных точках.

Определение радиуса кривизны плоской вязкоупругой пружины

Согласно [2, с. 49] радиус кривизны плоской вязкоупругой пружины под действием постоянного изгибающего момента M от нагрузки P определяется уравнением

$$\frac{1}{R(t)} - \frac{1}{R_0} = \frac{M}{H} \left(1 + \int_0^t K(t, \tau) d\tau \right), \quad (13)$$

где $K(t, \tau)$ – ядро ползучести материала; t – время измерения.

Поскольку время изгиба рессоры t_0 до достижения радиуса кривизны $R(t_0)$ таково, что влияние ползучести на ее деформирование пренебрежимо мало, т. е.

$$\int_0^{t_0} K(t, \tau) d\tau \approx 0, \quad (14)$$

не нарушая общности, будем считать, что $t_0 = 0$ и $R(0)$ – мгновенная величина.

Таким образом, радиус кривизны ненагруженной плоской пружины после мгновенного снятия нагрузки P_0 в момент времени t с учетом формулы (14) равен

$$R'_0(t) = \left(\frac{M'}{H} \int_0^t K(t, \tau) d\tau + \frac{1}{R_0} \right)^{-1}. \quad (15)$$

Очевидно, что радиус кривизны $R'_0(t)$ рессоры будет уменьшаться во времени в соответствии с ядром ползучести $K(t, \tau)$.

Исходя из соотношения (13), для определения геометрии ненагруженной плоской пружины, подверженной деформации ползучести, после мгновенного снятия нагрузки P_0 необходимо решить систему (11) относительно P, k_i, ψ_i ($i = \overline{1, N}$) со следующими граничными условиями:

$$\begin{cases} \frac{2}{k_1} \sqrt{PH_1} \sqrt{1 - k_1^2 \sin^2 \psi_{1,0}} - \frac{H_1}{R_{1,0}} = M'_{1,0} \int_0^t K(t, \tau) d\tau, \\ \frac{2}{k_N} \sqrt{PH_N} \sqrt{1 - k_N^2 \sin^2 \psi_{N,1}} - \frac{H_N}{R_{N,0}} = M'_{N,1} \int_0^t K(t, \tau) d\tau. \end{cases} \quad (16)$$

Координаты x'_i и y'_i срединной линии ненагруженной рессоры, подверженной деформации ползучести, находятся по формулам (8).

Для определения перемещения u'_x правого края плоской пружины, подверженной деформации ползучести и находящейся под нагрузкой P_0 , необходимо решить систему (11) относительно P, k_i, ψ_i ($i = \overline{1, N}$), где вместо исходных радиусов кривизны $R_{i,0}$ следует использовать радиусы $R'_{i,0}(t)$, полученные из (15), со следующими граничными условиями:

$$\begin{cases} P = P_0, \\ \frac{2}{k_1} \sqrt{PH_1} \sqrt{1 - k_1^2 \sin^2 \psi_{1,0}} - \frac{H_1}{R'_{1,0}} = P \frac{\Delta h_0}{2} \cos 2\psi_{1,0}. \end{cases} \quad (17)$$

Координаты x''_i и y''_i срединной линии рессоры, подверженной деформации ползучести, под нагрузкой P_0 находятся по формулам (8). Тогда величина перемещения u'_x правого края рессоры, подверженной деформации ползучести, под нагрузкой P_0

$$u'_x = 2(x'_{N,1} - x''_{N,1}), \quad (18)$$

где $x'_{N,1}$ и $x''_{N,1}$ – координаты середины профиля ненагруженной и нагруженной плоских пружин соответственно, подверженных деформации ползучести.

Плоская пружина из стеклопластика контактного формования

В качестве примера рассмотрим задачу об изгибе симметричной плоской пружины переменной толщины из стеклопластика контактного формования. Предположим, что деформация рессоры происходит линейно вязкоупруго без проявления вязкопластического поведения вне зависимости от величины напряжений. В качестве ядра ползучести стеклопластика контактного формования используется дробно-экспоненциальная функция Работнова [3, с. 29]

$$K(t - \tau) = \frac{\lambda}{t - \tau} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-\beta)^n (t - \tau)^{(1+\alpha)(1+n)}}{\Gamma[(1+\alpha)(1+n)]}, \quad (19)$$

где $\Gamma[z]$ – гамма-функция; α, β, λ – параметры ядра, определяемые экспериментально. Тогда

$$\int_0^t K(t - \tau) d\tau = \lambda \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-\beta)^n t^{(1+\alpha)(1+n)}}{\Gamma[(1+\alpha)(1+n)+1]},$$

где $\alpha = -0,573$; $\beta = 0,08765 \text{ ч}^{-0,427}$; $\lambda = 0,16 \text{ ч}^{0,427}$ [4, с. 188].

Профиль плоской пружины шириной $b = 5 \cdot 10^{-2}$ м имеет переменную толщину $h(s) = h_{\max} - e \left(1 - \sin \left(\frac{\pi s}{L} \right) \right)$, $s \in [0, L]$ (см. рис. 1). Максимальная толщина профиля рессоры $h_{\max} = h \left(\frac{L}{2} \right) =$

$= 1,2 \cdot 10^{-2}$ м, эксцентриситет прокатного валка $e = 0,5 \cdot 10^{-2}$ м, полудлина проекции изогнутой нижней грани профиля $L_0 = 40 \cdot 10^{-2}$ м, прогиб центральной части нижней грани профиля $h_{\text{def}} = 4 \cdot 10^{-2}$ м, радиус

кривизны нижней грани профиля $r_0 = \frac{(h_{\text{def}}^2 + L_0^2)}{2h_{\text{def}}}$, ход рессоры $u_x = 5 \cdot 10^{-2}$ м под нагрузкой P_0 , модуль

упругости стеклопластика $E = 4 \cdot 10^9$ Па.

Величина нагрузки определяется из (11) с граничными условиями (12) – $P_0 = 227,2$ Н, а из (6) – изгибающий момент M' (рис. 3).

Радиус кривизны ненагруженной плоской пружины после мгновенного снятия нагрузки в момент времени t в соответствии с ядром ползучести (19), согласно (15), равен (рис. 4)

$$R'_0(t) = \left(\lambda \frac{M'}{H} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-\beta)^n t^{(1+\alpha)(1+n)}}{\Gamma[(1+\alpha)(1+n)+1]} + \frac{1}{R_0} \right)^{-1}.$$

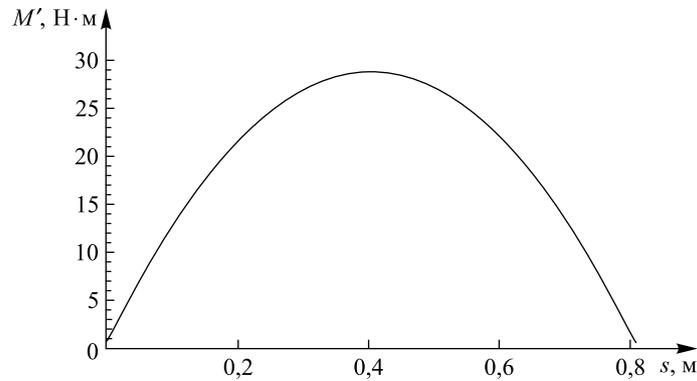


Рис. 3. Величина изгибающего момента M' в сечении s срединной линии плоской пружины

Fig. 3. Magnitude of the bending moment M' in the section s of the middle line of flat spring

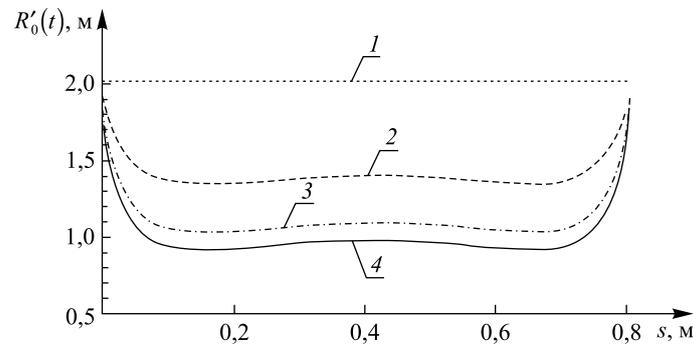


Рис. 4. Величина радиуса кривизны $R'_0(t)$ в сечении s срединной линии плоской пружины при t , ч:

1 – 0; 2 – 2; 3 – 12; 4 – 24

Fig. 4. Magnitude of the curvature radius $R'_0(t)$ in the section s of the middle line of flat spring t , h:
1 – 0; 2 – 2; 3 – 12; 4 – 24

Определяя по формулам (8) координаты x'_i и y'_i срединной линии ненагруженной рессоры, подверженной деформации ползучести (из системы (11) с граничными условиями (16)), и координаты x''_i и y''_i срединной линии рессоры, подверженной деформации ползучести и находящейся под нагрузкой $P_0 = 227,2$ Н (из системы (11) с граничными условиями (17)), из (18) получим величину перемещения u'_x правого края рессоры, подверженной деформации ползучести, под нагрузкой силой $P_0 = 227,2$ Н. При $t = 2$ ч величина хода составляет $8,304 \cdot 10^{-2}$ м, при $t = 12$ ч – $11,389 \cdot 10^{-2}$ м, при $t = 24$ ч – $12,995 \cdot 10^{-2}$ м.

Заключение

Предложена методика анализа больших перемещений стержней переменных радиуса кривизны и жесткости при плоском вязкоупругом изгибе, основанная на точном решении дифференциального

уравнения перемещений срединной линии и являющаяся обобщением теории Е. П. Попова [1], обеспечивающей расчет гибких стержней. Данная методика позволяет учитывать влияние деформации ползучести на величины радиуса кривизны и хода реологически активных стержней. Методика применена для решения задачи вязкоупругого изгиба плоской рессоры из стеклопластика.

Библиографические ссылки

1. Попов Е. П. Теория и расчет гибких упругих стержней. М., 1986.
2. Кравчук А. С., Томило Е. В. Вязкоупругий чистый изгиб слоистых и композиционных призматических брусьев // Механика машин, механизмов и материалов. 2014. № 3 (28). С. 48–52.
3. Работнов Ю. Н. Элементы наследственной механики твердых тел. М., 1977.
4. Фернати П. В. Моделирование нелинейных процессов ползучести на основе кубической теории вязкоупругости // Вестн. Нац. техн. ун-та «ХПИ». Темат. вып. : Информатика и моделирование. 2010. № 21. С. 182–192.

References

1. Popov E. P. Teoriya i raschet gibkikh uprugikh sterzhnei [Theory and Design of flexible elastic beams]. Moscow, 1986 (in Russ.).
2. Kravchuk A. S., Tomilo E. V. Vyazkouprugii chisty izgib sloistykh i kompozitsionnykh prizmaticheskikh brus'ev [Viscoelastic pure bending of laminated and composite prismatic beams]. *Mekhanika mashin, mekhanizmov i materialov*. 2014. No. 3 (28). P. 48–52 (in Russ.).
3. Rabotnov Y. N. Elementy nasledstvennoi mekhaniki tverdykh tel [Elements of hereditary mechanics of solids]. Moscow, 1977 (in Russ.).
4. Fernati P. V. Modelirovanie nelineinykh protsessov polzuchesti na osnove kubicheskoi teorii vyazkouprugosti [The modeling of nonlinear process of creep on the cube theory of viscoelasticity]. *Vestnik Natsional'nogo Tekhnicheskogo Univ. «KhPI». Temat. vyp. : Informatika i modelirovanie*. 2010. No. 21. P. 182–192 (in Russ.).

Статья поступила в редколлегию 02.05.2016.
Received by editorial board 02.05.2016.