

ИССЛЕДОВАНИЕ КВАЗИКЛАССИЧЕСКОГО ПРЕДЕЛА В МОДЕЛИ ДЖЕЙНСА-КАММИНГСА

А. В. Леонов, И. Д. Феранчук

Взаимодействие света и вещества является одной из фундаментальных проблем физики, исследование которой привело примерно сто лет назад к зарождению квантовой теории.

Как известно, реальные атомы являются сложными, и даже простейший из них – атом водорода – имеет непростую структуру энергетических уровней. Поэтому бывает необходимо или желательно аппроксимировать поведение реального атома поведением намного более простой квантовой системы. Часто при взаимодействии атома с монохроматическим электромагнитным полем только два атомных энергетических уровня играют существенную роль, так что стало обычным во многих теоретических рассмотрениях представлять атом квантовой системой, имеющей только два энергетических собственных состояния. В этом случае и возникает модель двухуровневой системы (двухуровневого атома). Среди огромного многообразия всевозможных моделей двухуровневых систем особое место занимает модель двухуровневой системы в одномодовом квантовом поле. Являясь одной из простейших, она довольно эффективно описывает качественные характеристики взаимодействия квантовой системы с резонансным внешним полем. Наиболее известной и в то же время наиболее простой моделью, описывающей поведение двухуровневой системы в одномодовом квантовом поле, является модель Джейнса-Каммингса [1], которую мы и будем рассматривать в дальнейшем.

Рассмотрим систему, состоящую из двух уровней (основного и возбужденного), помещенную во внешнее резонансное поле. Введем такие энергетические единицы, чтобы энергия фотона была равна 1. Тогда исходный гамильтониан запишется в виде:

$$\hat{H} = \frac{1}{2} E \hat{\sigma}_3 + \hat{a}^+ \hat{a} + f (\hat{\sigma}_+ + \hat{\sigma}) (\hat{a} + \hat{a}^+), \quad (1)$$

где E – энергия перехода между уровнями двухуровневой системы при таком выборе энергетических единиц, f – константа связи двухуровневой системы с полем.

Очевидно, что следующая величина (комбинированная четность)

$$\hat{P} = \hat{\sigma}_3 e^{i\pi \hat{a}^+ \hat{a}}, \quad (2)$$

в рамках модели Джейнса-Каммингса является интегралом движения. Поэтому волновая функция системы зависит от двух квантовых чисел и одновременно удовлетворяет следующим уравнениям:

$$\hat{H}|\psi_{np}\rangle = \varepsilon_{np}|\psi_{np}\rangle, \quad \hat{P}|\psi_{np}\rangle = p|\psi_{np}\rangle, \quad (3)$$

где числа $p = \pm 1$ определяют четность, а $n = 0, 1, 2, \dots$ являются главными квантовыми числами.

Несмотря на относительную простоту исходного гамильтониана точного аналитического решения не существует и обычно используются различные приближения, наиболее распространенным среди которых является приближение вращающейся волны. Однако область применимости этого приближения весьма ограничена. Поэтому к решению исходной задачи был применен операторный метод [2], который оказался очень эффективным при описании различных квантовых систем. Напомним его основные моменты в применении к задаче о двухуровневой системе в одномодовом квантовом поле [3].

В соответствии с операторным методом необходимо использовать полный набор базисных векторов, зависящих от произвольных параметров, учитывающих изменение состояния системы вследствие взаимодействия. Этот сдвиг может быть описан путем следующих канонических преобразований операторов:

$$\hat{a} = -u + \hat{b}, \quad \hat{a}^+ = -u + \hat{b}^+, \quad (4)$$

$$\hat{b} = \hat{R}^{-1} \hat{a} \hat{R}, \quad \hat{R} = e^{u(\hat{a}^+ - \hat{a})}, \quad (5)$$

Подходящий базис может быть построен из собственных векторов операторов $\hat{n} = \hat{b}^+ \hat{b}$ и $\hat{\sigma}_1$:

$$|\Phi_{ns}\rangle = |n, u\rangle \chi_s, \quad \hat{\sigma}_1 \chi_s = s \chi_s \quad (s = \pm), \quad (6)$$

$$|n, u\rangle = \frac{(\hat{a}^+ + u)^n}{\sqrt{n!}} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{u^k}{k!} (\hat{a}^+)^k |0\rangle e^{-\frac{u^2}{2}}, \quad (7)$$

Вектор состояния $|\psi_{np}\rangle$ раскладывается по базисным векторам (6) следующим образом:

$$|\psi_{np}\rangle = \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{s=\pm} C_{ks}^{np} |k, u\rangle \chi_s, \quad (8)$$

Подставляя разложение (8) в уравнения (3), мы получаем простую итерационную схему, позволяющую найти собственные значения и коэффициенты разложения с любой заданной наперед точностью.

Следующим важным этапом исследования модели Джейнса-Каммингса является решение эволюционной задачи для исходной модели, а именно – изучение поведения двухуровневого атома в составе всей системы с течением времени. Причем необходимо не только найти временную зависимость вероятности пребывания атома в основном или возбужденном состоянии, но и показать, что при соответствующих приближениях и упрощениях разработанная нами теория не будет противоречить хорошо известным классическим результатам. К тому же, роль квантовых поправок в свойствах поля при этом не может не сказаться на некоторых качественных результатах теории, что и будет показано в дальнейшем. В результате мы и получим квазиклассический предел модели Джейнса-Каммингса.

Итак, в соответствии с общими канонами квантовой механики, эволюция системы задается в следующем виде:

$$|\Psi(t)\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{p=\pm} G_{np} \psi_{np} e^{-iE_{np}t}, \quad (9)$$

Будем считать, что в начальный момент времени поле и атом не взаимодействовали, т.е.:

$$|\Psi(0)\rangle = (\varphi_{\uparrow}(0)\chi_{\uparrow} + \varphi_{\downarrow}(0)\chi_{\downarrow})|\alpha\rangle, \quad (10)$$

Интересующие нас временные функции рассчитываются следующим образом:

$$\varphi_{\uparrow}(t) = \langle \chi_{\uparrow} \alpha | \Psi(t) \rangle, \quad \varphi_{\downarrow}(t) = \langle \chi_{\downarrow} \alpha | \Psi(t) \rangle, \quad (11)$$

Коэффициенты эволюционного разложения вектора состояния можно найти исходя из начальных условий задачи. В нулевом приближении они примут вид:

$$G_{n+} = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{-\frac{f^2}{2}} e^{-\frac{|\alpha|^2}{2}} e^{\alpha f} \frac{(\alpha + f)^n}{\sqrt{n!}} (\varphi_{\uparrow}(0) + \varphi_{\downarrow}(0)), \quad (12)$$

$$G_{n-} = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{-\frac{f^2}{2}} e^{-\frac{|\alpha|^2}{2}} e^{\alpha f} \frac{(\alpha + f)^n}{\sqrt{n!}} (\varphi_{\uparrow}(0) - \varphi_{\downarrow}(0)), \quad (13)$$

Рассмотрим нулевое приближение и случай слабой связи атома с полем. При этом выражение для энергии берется в виде:

$$\varepsilon_{np}(0) \approx n + \frac{1}{2}q - \frac{1}{2}q \sqrt{(1-E)^2 + 4f^2 \left[n + \frac{1}{2}(1+q) \right]}, \quad (14)$$

где $q \equiv p(-1)^n$.

Возьмем конкретный пример: $f \ll 1$, $\varphi_{\uparrow}(0) = 1$, $\varphi_{\downarrow}(0) = 0$. Тогда, подставляя (12–14) в (11), получаем:

$$\varphi_{\uparrow}(t) = e^{2f(\alpha+\alpha^*)} e^{-i(n_0 - \frac{1}{2})t} \cos \left[\left(\sqrt{\frac{(1-E)^2}{4} + f^2 n_0} \right) t \right], \quad (15)$$

$$\varphi_{\downarrow}(t) = -ie^{2f(\alpha+\alpha^*)} e^{-i(n_0 - \frac{1}{2})t} \sin \left[\left(\sqrt{\frac{(1-E)^2}{4} + f^2 n_0} \right) t \right], \quad (16)$$

Формулы (15) и (16) и представляют собой точный квазиклассический предел эволюционной задачи в модели Джайнса-Каммингса. Как и следовало ожидать, амплитуды вероятности осциллируют с частотой Раби Ω , равной

$$\Omega = \sqrt{\frac{(1-E)^2}{4} + f^2 n_0}, \quad (17)$$

Литература

1. Альперин М. М., Клубис Я. Д., Хиженяк А. И. Введение в физику двухуровневых систем. // Киев: Наук. думка, 1987. 224с.
2. Feranchuk I. D., Komarov L. I. The operator method of the approximate solution of the Schrödinger equation. // Phys. Lett., 88A, 211–214 (1982).
3. Feranchuk I. D., Komarov L. I., Ulyanenko A. P. // J. Phys. A: Math. Gen., 29, 4035–4047 (1996).

СТРУКТУРНА-ФАЗАВЫЯ ЗМЯНЕННІ І МЕХАНІЧНЫЯ ЎЛАСЦІВАСЦІ СІСТЭМЫ НІКЕЛЬ-ЦЫРКОНІЙ, АПРАЦАВАНАЙ КАМПРЭСІЙНЫМІ ПЛАЗМЕННЫМІ ПАТОКАМІ

Ю. А. Петухоў

Актуальнай праблемай сучаснай фізікі цвёрдага цела і матэрыялазнаўства з'яўляецца вывучэнне ўзаемадзеяння патокаў часцінак з паверхняй матэрыялаў. Сярод шырокага класа часцінак, што выкарыстоўваюцца ў даследаваннях, асаблівы інтарэс выклікаюць іоны і электроны, якія знаходзяцца ў стане плазмы. Правядзенне апрацоўкі рэчываў патокамі