

Пусть используются числа, меньшие  $2^m$ . Построим последовательность  $x_i$ , где  $x_1$  равно модулю,  $x_2$  – то число, инверсию которого требуется найти,  $x_{i+1} = x_{i-1} \bmod x_i$ . Последнее число  $x_n = 1$ . Задачу поиска максимального  $n$  при заданном  $x_1$  можно заменить задачей поиска минимального  $x_1$  при заданном  $n$ . Очевидно, что  $x_{i-1} = k_i x_i + x_{i+1}$ .  $x_1$  будет минимальным, если все  $k_i = 1$ , т. е. если числа от  $x_n$  до  $x_1$  образуют последовательность чисел Фибоначчи  $F_k$ , начиная со второго номера. Известно, что

$$F_k = \frac{\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^k - \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^k}{\sqrt{5}} \approx \frac{\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^k}{\sqrt{5}}.$$

Отсюда

$$k = \log_{\frac{1+\sqrt{5}}{2}}(F_k \sqrt{5}) < \log_{\frac{1+\sqrt{5}}{2}} F_k + 2.$$

Таким образом, для максимального количества делений  $N$  можно записать

$$N < m \log_{\frac{1+\sqrt{5}}{2}} 2 - 1 = \frac{m}{\log_2(1+\sqrt{5}) - 1} - 1.$$

Таким образом, в данной работе предложен и разработан способ проведения вычислений (модулярное умножение и инверсия), представляющих собой многократное выполнение базовой ассоциативной операции, основанный на специальном представлении одного из аргументов и предвычислениях.

#### Литература

1. ГОСТ Р 34.10-2001. Информационная технология. Криптографическая защита информации. Процессы формирования и проверки электронной цифровой подписи. – Официальное издание (03.04.2001). – с. 4–12.
2. *Lim C. H., Hwang H. S., Lee P. J.* Fast modular reduction with precomputation. – Information & communication research center, Future systems; Pohang univ. of science & technology, Korea, 2003, p. 1–6.

### ИССЛЕДОВАНИЕ СТРУКТУРЫ ДЕФЕКТОВ, СОЗДАНЫХ ИМПУЛЬСНЫМ ЛАЗЕРНЫМ ИЗЛУЧЕНИЕМ В ОПТИЧЕСКИ ПРОЗРАЧНЫХ МАТЕРИАЛАХ

С. А. Циер

Практически одновременно с созданием мощных лазеров было выяснено, что под действием лазерного излучения возникают разрушения прозрачных твердых тел. На основе этого эффекта был предложен метод

создания с помощью сфокусированного лазерного импульсного излучения растрового изображения внутри прозрачного материала, представляющего собой совокупность микродефектов [1; 2]. Ведутся также работы по формированию многоцветных изображений в стекле, открываются перспективы создания трехмерных оптических запоминающих устройств со сверхвысокой плотностью упаковки [3]. Однако для развития этих направлений следует детально изучить процесс пробоя, построить математическую модель и научиться воспроизводить результаты эксперимента.

Разрушения, возникающие в прозрачных твердых телах под действием лазерного излучения, наиболее целесообразно разделить на разрушения, возникающие в идеально чистых средах, и разрушения, обусловленные примесями [4]. В этих случаях различны механизмы, приводящие к разрушению. В чистой среде это оптический пробой.

Процесс пробоя состоит из следующих этапов:

Мощное лазерное излучение создает свободные электроны. Ионизация атомов может происходить за счет многофотонного поглощения.

Действующее лазерное излучение ускоряет электроны, которые способны выбить связанный электрон из атома. Энергия, которую необходимо набрать электрону, должна превышать потенциал ионизации атома.

Развивается электронная лавина.

Происходит быстрый локальный нагрев и плавление среды.

Возникают механические напряжения между модифицированной областью и областью, в которой не происходило поглощение энергии лазерного импульса, что приводит к разрушению твердого тела и возникновению микродефекта.

При наличии в прозрачной среде локальных макроскопических примесей или дефектов с большим коэффициентом поглощения излучения эти локальные области быстро нагреваются, что и служит, в конечном счете, причиной разрушения прозрачной среды. Таким образом, при наличии примесей идет речь о тепловом разрушении прозрачных сред.

В результате поглощения энергии лазерного излучения этими локальными областями, в них очень быстро (за время лазерного импульса) увеличивается температура, соответственно, увеличивается давление, приводящее к растрескиванию стекла в небольшой области вокруг примеси.

Теоретическое описание теплового разрушения основано на решении уравнения теплопроводности для среды с примесями. Кроме теплофизических свойств среды (чистой и содержащей примеси) необходимо учесть размер локальных областей, среднее расстояние между ними и коэффициент поглощения излучения. В наиболее простой модели можно

пренебречь зависимостью коэффициента поглощения от температуры нагреваемой области. В качестве критерия разрушения среды принимается критическая температура области, при которой возникают необратимые изменения среды (например, плавление).

В лаборатории кафедры физической электроники на базе универсального автоматизированного лазерного комплекса и установки лазерной гравировки ELS-03 были проведены эксперименты по определению критической плотности мощности, необходимой для создания



Рис. 1. Увеличенная фотография микродефекта в стекле

микродефекта, измерены линейные размеры модифицированных областей. Анализ зависимости процесса образования дефектной области в стекле от энергии лазерного импульса показывает, что пробой носит пороговый характер; размер области разрушения зависит от параметров фокусирующей системы, энергии и длительности импульса лазерного излучения, а также марки стекла.

Изображение внутри стекла формируется из совокупности микродефектов, представляющих собой пробой в стекле. От того, какую форму и размер имеет пробой, будет зависеть качество изображения. Поэтому необходимо критически отнестись к параметрам лазерного излучения.

Контроль пробоя осуществлялся визуально и в оптический микроскоп. Проведённые измерения показали, что форма микродефекта соответствуют эллипсоиду с размерами 0.1 – 0.2 мм в горизонтальном направлении и 0.15 – 0.3 в вертикальном направлении (Рис. 1). Размеры микродефекта возрастают с увеличением фокусного расстояния линзы. Дополнительные исследования показали, что если расстояние между дефектами не превышает размеров дефекта, то моделированные области можно рассматривать как независимые, а если расстояние между ними сравнимо или меньше размера дефекта, то может наступить расстеклование (разрушение) материала.

Для того чтобы определить зависимость линейных размеров микродефекта от плотности мощности лазерного импульса, была сформулирована математическая модель процесса пробоя в стекле. Моделирование проводилось в программной среде Mathematica 4.1.

В силу того, что длительность лазерного импульса порядка  $10^{-8}$  с, предполагается, что поглощение энергии лазерного импульса в стекле происходит почти мгновенно. Затем тепло распространяется по объему из области, в которой поглощается энергия.

Численное решение этой задачи предполагает разностную дискретизацию уравнения теплопроводности:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \nabla(k\nabla T), \quad (1)$$

где  $k$  – температуропроводность материала.

В итоге можно получить двумерное стационарное распределение температуры.

Зная распределение температуры в области поглощения энергии лазерного импульса, а также температуру и теплоту плавления стекла, можно определить линейные размеры микродефекта, созданного лазерным излучением.

В качестве граничных условий при моделировании процесса пробоя использовались следующие параметры:

- Температура плавления стекла –  $T_{\text{плав.}} = 1973 \text{ К}$ ;
- Размер области моделирования –  $0.1 \times 0.1 \text{ см}$  ( $1000 \times 1000 \text{ мкм}$ );
- Радиус пятна фокусировки –  $r_f = 12.9 \text{ мкм}$ ;
- Высота начальной области мгновенного поглощения –  $60 \text{ мкм}$ .
- Для дискретизации задачи (1) было принято:
- Шаг дискретизации –  $s = 3 \text{ мкм}$ ;
- Абсолютная погрешность определения температуры –  $\varepsilon = 10 \text{ К}$ .

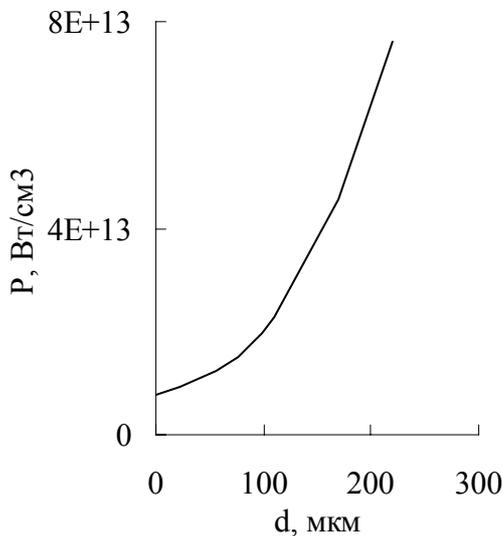


Рис. 2. Зависимость размера пробоя от плотности мощности лазерного импульса

Допустим, что энергия лазерного импульса  $75 \text{ мДж}$ . Доля поглощенной энергии составляет  $20\%$ , т.е.  $Q_{\text{погл.}} = 15 \text{ мДж}$ . В этом случае решение уравнения (1) дает почти сферическую форму области расплава (микродефекта) с диаметром  $108 \text{ мкм}$  и максимальную температуру в области пробоя, равную  $3179 \text{ К}$ . На Рис. 2 приведены результаты расчетов диаметра микродефекта для разных плотностей мощности лазерного излучения.

Из результатов моделирования видно, что область пробоя имеет форму, близкую к сферической, в то время как в эксперименте она имеет эллиптическую форму, что

объясняется, по-видимому, влиянием сферической aberrации фокусирующей линзы. Однако теоретические размеры диаметра микродефекта совпадают с экспериментальными. Для более точного расчета высоты области необходимо учесть поправки на aberrацию системы фокусировки. Используя экспериментальные данные о размерах микродефекта, с помощью разработанного алгоритма можно решить и обратную задачу по определению количества теплоты, поглощаемого стеклянным образцом в результате облучения лазерным импульсом.

## **ВЫВОДЫ**

В данной работе проведены исследования процессов оптического пробоя в стекле марки К8. По результатам экспериментальных данных определена зависимость размера области пробоя от плотности мощности лазерного излучения. В результате математического моделирования процесса пробоя, основанного на приближении мгновенного поглощения лазерного излучения материалом и численном решении стационарного уравнения теплопроводности, рассчитаны линейные размеры модифицированных областей в стекле марки К8.

## **Литература**

1. *Kazuyuki Hirao, Jianrong Qiu, Kiotaka Miura et al.* Femtosecond laser induced phenomena in active ion-doped glasses and their applications // Transactions of the Materials Research Society of Japan. 2004. № 29 [1]. P. 3–7.
2. U.S. Patent № 4, 843, 207. 1997
3. U.S. Patent № 5, 637, 244. 2000
4. *Делоне Н. Б.* Взаимодействие лазерного излучения с веществом / М.: Наука, 1989 г.

## **РАЗРАБОТКА И РЕАЛИЗАЦИЯ АЛГОРИТМА АНАЛИЗА РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ИНТЕНСИВНОСТИ ФЛУОРЕСЦЕНЦИИ**

### **И. П. Шингарёв**

В связи с повышением требований к точности и надёжности определения параметров веществ, находящихся в растворе, все чаще используются методы флуоресцентной флуктуационной спектроскопии. Среди них выделяется метод, основанный на исследовании экспериментального распределения числа фотонов, полученных за время  $T$  – РСН-анализ, позволяющий получать информацию об излучательной способности и концентрации молекул вещества, находящегося в растворе. Процедура анализа распределения числа фотонов многоэтапна, поэтому возникает необходимость в разработке алгоритма для проведения такого анализа.

Идея алгоритма весьма проста. Необходимо построить теоретическое распределение числа фотонов, зависящее от физических параметров, ха-