

2. *Ляпунов А. М.* Общая задача об устойчивости движения. М., Л.: Гостехиздат, 1950.
3. *Малкин И. Г.* Теория устойчивости движения. М.: Наука, 1966.

ФУНКЦИИ ГРИНА ОПТИЧЕСКОГО ИЗЛУЧЕНИЯ В ФОТОННЫХ КРИСТАЛЛАХ

А. С. Малоштан

В данной работе представлен метод вычисления временных функций Грина для одномерных систем. С помощью этого метода исследован процесс локализации дипольного излучения в бесконечном фотонном кристалле [1],[2].

Функция Грина содержит в себе всю возможную информацию об оптической системе и тем самым является ее фундаментальной характеристикой. С ее помощью можно сравнительно легко вычислять различные физические величины при произвольном поведении источника излучения. Так же подход с помощью функций Грина, наряду с подходом плотности состояний, представляется возможным использовать для рассмотрения эволюции квантово-механических систем в различном окружении.

В данной работе рассматривается простейшая модель одномерной, линейной, бездисперсионной среды. В этом случае система уравнений Максвелла сводится к следующему уравнению:

$$\frac{\partial^2 E}{\partial x^2} = \frac{n^2(x)}{c^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2}, \quad (1)$$

Стандартный подход к решению данного уравнения для периодической среды заключается в следующем [3]: решение ищется в виде $E(x, t) = E(x) \exp(-i\omega t)$, учитывается периодичность $E(x + d) = \exp(i\mu d)E(x)$, задача сводится к решению системы однородных линейных уравнений, откуда получается дисперсионное соотношение для заданной системы.

Знание дисперсионного соотношения позволяет нам делать заключения о наличии или отсутствии фотонных запрещенных зон, а так же судить о поведении излучения в стационарном режиме. Но нам представляется интересным рассмотреть эволюцию излучения точечного источника в нестационарном режиме, как при попадании частоты излучения в запрещенную зону, так и вне ее.

Для решения поставленной задачи используется метод функции Грина. Описание реализации данного метода приводится ниже.

Функции Грина можно рассматривать как отклик системы на возбужденный в некоторой точке δ -импульс поля. Это соответствует записи уравнения (1) с δ -функцией в правой части:

$$\frac{\partial^2 E}{\partial x^2} - \frac{n^2(x)}{c^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = \delta(x_0, t_0), \quad (2)$$

Решение такого уравнения для однородного диэлектрика известно. В однородном диэлектрике δ -импульс распространяется в заданном направлении со скоростью c/n , не претерпевая каких-либо изменений. При достижении δ -импульсом границы раздела двух диэлектриков образуются два δ -импульса, амплитуды которых рассчитываются с помощью коэффициентов отражения и пропускания (рис. 1б).

Использование коэффициентов отражения и пропускания для δ -импульсов правомерно в силу того, что δ -импульс возможно разложить по плоским волнам. В случае отсутствия дисперсии коэффициенты пропускания и отражения одинаковы на всех частотах.

Для расчета эволюции δ -импульса среда разбивается на однородные слои равной оптической толщины (согласованные слои) (рис. 1а). В этом случае время прохождения импульса от одной границы слоя до другой одинаково для всех слоев. Для всех импульсов рождающихся в системе моменты времени прихода на границы слоев одинаковы и кратны времени прохода одного слоя. Причем в одном согласованном слое одновременно может существовать только два δ -импульса распространяющихся на встречу друг другу. Функция Грина восстанавливается путем упорядочивания во времени прошедших через заданную точку δ -импульсов.

Распределение электрического поля создаваемое произвольным точечным источником в точках расположенных по середине слоев определяется следующим образом:

$$E(t|t \in [n\tau; (n+1)\tau]) = \sum_{m=0}^n (a_{\rightarrow}(m) + a_{\leftarrow}(m)) f(t - m\tau)$$

где τ – время прохождения слоя, $a_{\rightarrow}(m), a_{\leftarrow}(m)$ – амплитуды δ -импульсов существующих в слое на промежутке времени $[m\tau; (m+1)\tau]$, $f(t - m\tau)$ – функция источника. В случае гармонического источника, амплитуда электрического поля изменяется в моменты времени кратные τ .

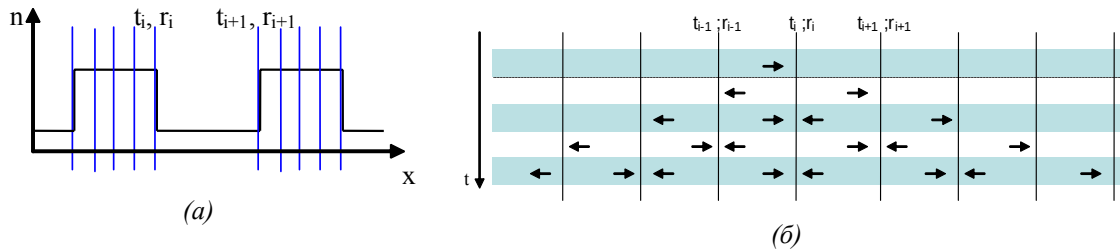


Рис. 1. (а) Разбиение среды на слои равной оптической толщины. На границах определяются коэффициенты пропускания и отражения. (б) Эволюция δ -импульса в среде

Рассмотрим эволюцию излучения дипольного источника в системе состоящей из чередующихся в воздухе пластин. Оптическая толщина пластин равна оптической длине воздушных промежутков между ними. Для определенности выберем показатель преломления пластин равным четырем. Размер системы достаточно велик, чтобы исключить влияние граничных эффектов, то есть систему можно считать бесконечной. На приведенных ниже рисунках (рис. 2) отображена зависимость интенсивности излучения от координат (ось абсцисс) и времени (ось ординат). Единицей измерения времени является время прохождения δ -импульсом одного слоя. Например, если толщина слоя воздуха равна 1 мкм, то одна единица времени равна 0.3 фс. Шаг координаты соответствует одному согласованному слою. На всех рисунках источник излучения расположен в центре.

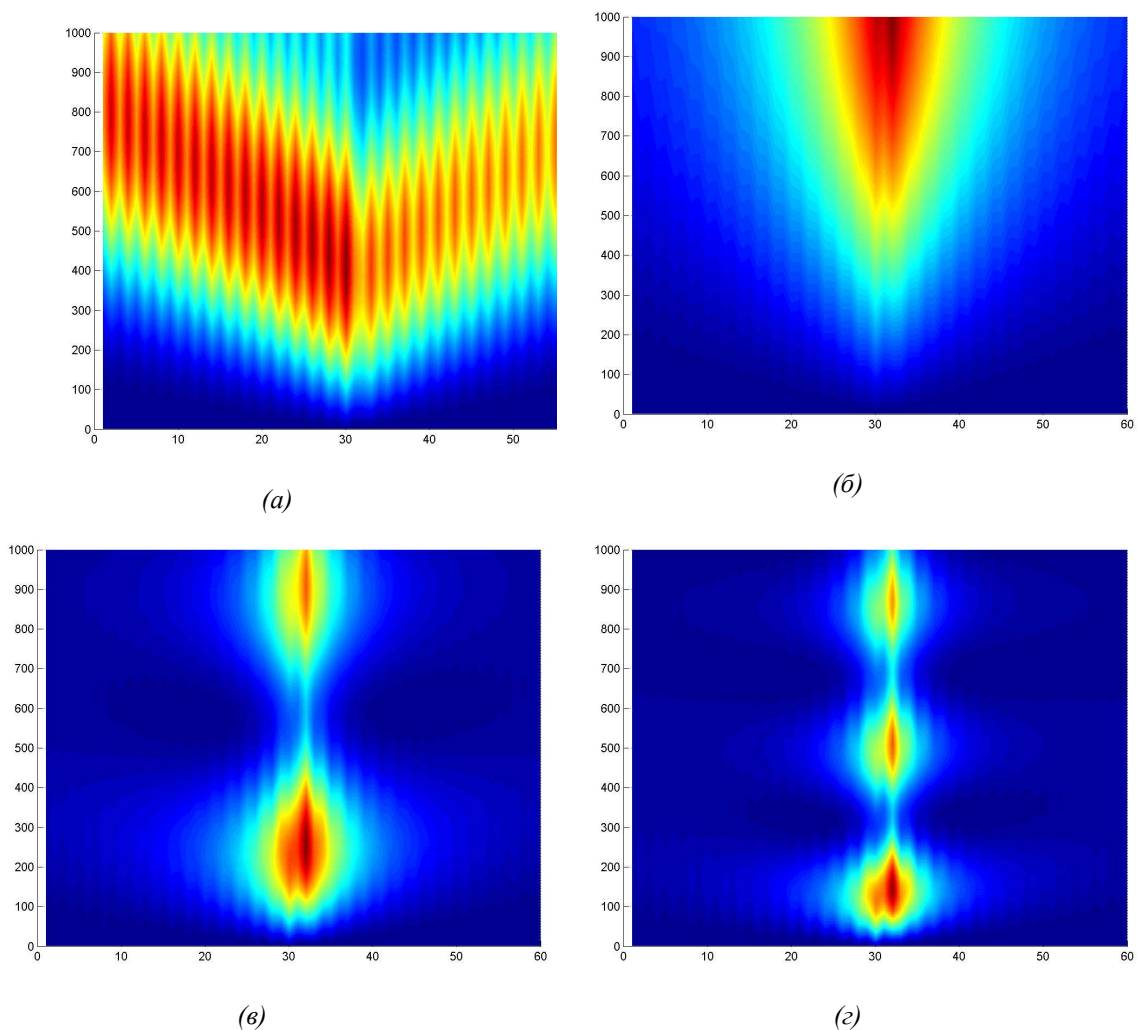


Рис 2. Интенсивность дипольного излучения. Частота диполя находится вне провала (a); в провале (b), (c), (d).

При приближении частоты излучения диполя к провалу наблюдается ожидаемое уменьшение групповой скорости, выражающейся на рисунках в увеличении угла между осью координат и существенно ненулевым значением интенсивности поля. При входе частоты в провал происходит локализация излучения. В переходном режиме интенсивность излучения осциллирует во времени. Причем, чем ближе частота излучения к центру провала, тем меньше период осцилляций. С течением времени амплитуда осцилляций уменьшается, и интенсивность выходит на стационарное значение. Когда осцилляции интенсивности достигают локальных максимумов, энергия излучения собирается в области источника и распределяется в системе при достижении минимумов.

Для качественного сравнения картин локализации излучения на разных частотах введем следующие термины: время образования локализованного излучения и амплитуда локализованного излучения. Под временем локализации будем подразумевать время, за которое прекращаются осцилляции интенсивности, и наступает стационарный режим. Амплитуда локализованного излучения – максимальное значение интенсивности в области локализации.

По мере приближения частоты излучения к центру провала, уменьшаются время локализации и амплитуда локализованного излучения. На частотах близких к краю провала, в переходном режиме амплитуда интенсивности может достигать очень больших значений.

Литература

1. *Yablonovitch E.* Inhibited spontaneous emission in solid-state physics and electronics // *Phys. Rev. Lett.* 1987. №58 с. 2059.
2. *Joannopoulos J. D., Meade R. D., Winn J. N.* Photonic Crystals: Molding the Flow of Light / Princeton University Press, Princeton NJ, 1995.
3. *Smith D. R., Dalichaouch R., Kroll N., Shultz S.* Photonic band structure and defects in one and two dimensions // *J.Opt. Soc. Am. B* 1993. Т. 10 №2.

ТЕСТИРОВАНИЕ СУПЕРЭКЗОГЕННОСТИ В МОДЕЛИ СРОЧНЫХ РУБЛЕВЫХ ДЕПОЗИТОВ НАСЕЛЕНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ

А. Ю. Миксюк

ВВЕДЕНИЕ

При построении структурных эконометрических моделей (регрессионных моделей, моделей коррекции ошибок и др.) [1] некоторые переменные считают эндогенными, или внутренними для модели, а остальные – экзогенными, т.е. заданными извне. Одной из целей эконометриче-