УДК 517.9:532.42.

Полещук Н.Н., Рудницкий А.С.

МОДЕЛИРОВАНИЕ РАССЕЯНИЯ ВОЛНОВОГО ПОЛЯ НА РАСПОЛОЖЕННОЙ У ПОВЕРХНОСТИ ДИЭЛЕКТРИКА НЕОДНОРОДНОСТИ

Белорусский государственный университет.
Минск, Республика Беларусь. Rudnitsky@bsu.by

В основе вычислительной модели лежит замена исходного интегрального уравнения дифракционной задачи системой двух интегральных уравнений. Решение одного из них известно и представляет собой рассеянное поле при отсутствии неоднородности. Во втором уравнении, в отличие от исходного, источники возбуждения локализованы в области неоднородности, что позволяет находить приближенные решения при ограничении размерности задачи. Алгоритм апробирован на решении задачи дифракции волнового поля на поверхности диэлектрика с канавкой.

В подповерхностной радиолокации, в оптических методах диагностики и контроля микро- и наноструктур, при синтезе антенн на основе поверхностных кластерных образований, в ближнепольной сканирующей оптической микроскопии и во многих других прикладных задачах электродинамики [1-5] существует необходимость в исследовании рассеяния электромагнитных и акустических волн на неоднородностях, расположенных вблизи (или на) поверхности раздела двух сред с разными физическими параметрами. Эти исследования могут быть сведены к решению интегрального уравнения или систем интегральных уравнений. Важное значение при этом имеют вопросы алгоритмизации решения уравнений на основе их дискретизации и сведения к системам алгебраических уравнений. Разработанные в настоящее время алгоритмы обладают достаточной универсальностью и пригодны для численного решения широкого круга задач дифракции. Вместе с тем во многих случаях для расширения возможностей численного анализа целесообразно учитывать их специфику. В частности, учет симметрии позволяет понизить порядок линейных алгебраических систем уравнений [3]. В данной работе показано, что такой подход позволяет находить приближенные численные решения задач дифракции электромагнитных волн на расположенных вблизи поверхности раздела сред неоднородностях.

Рассмотрим его на примере двумерной задачи дифракции. Постановка задачи поясняется рисунком 1. Вся плоскость XZ разделена на три части. Это область свободного полупространства $V_1(z \le 0, \varepsilon_1 = 1)$ (область 1 на рис.1), область свободного пространства V_3 прямоугольной формы $(-d \le x \le d, 0 \le z \le h)$ (область 3 на рис.1) и заполненная средой с $\varepsilon = \varepsilon_2$ область V_2 (область 2 на рис.1). В общем случае V_3 также может быть заполнена средой с $\varepsilon = \varepsilon_3$.

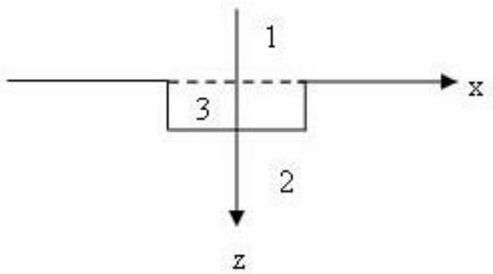


Рисунок 1 - Расположенная у границы раздела сред неоднородность.

При $h = 0$ поверхность раздела сред становится плоской. Поэтому поверхность канавки можно рассматривать как небольшое возмущение плоской поверхности, а саму канавку как неоднородность, расположенную вблизи границы раздела сред. Пусть со стороны полупространства $z < 0$ падает на границу раздела сред плоская электромагнитная волна

$$\boldsymbol{E_0} = \{0, u_0, 0\}, \quad \boldsymbol{H_0} = \left\{-\frac{k_{1Z}}{k} u_0, 0, \frac{k_{1X}}{k} u_0\right\}, \tag{1}$$
$$u_0 = \exp\left[-i\left(k_{1X} x + k_{1Z} z\right)\right].$$

Исходное интегральное уравнение для области 2, заполненной диэлектриком, имеет вид

$$u\left(\boldsymbol{r_2}\right) = u_0\left(\boldsymbol{r_2}\right) + k^2(\varepsilon - 1)\int\limits_{V_2} u\left(\boldsymbol{r_2'}\right) G\left(\boldsymbol{r}_2, \boldsymbol{r_2'}\right) d\boldsymbol{r_2'}, \tag{2}$$
$$G\left(\boldsymbol{r}_2, \boldsymbol{r_2'}\right) = -\frac{i}{4} H_0^2\left[k\left|\boldsymbol{r_2} - \boldsymbol{r_2'}\right|\right].$$

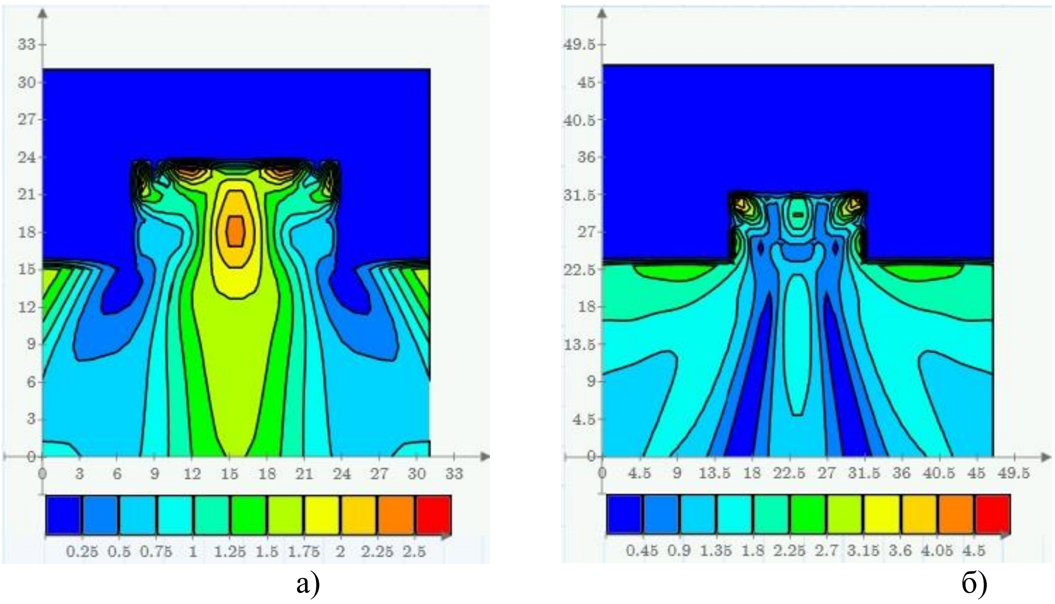
Искомое решение интегрального уравнения представим в виде суммы двух слагаемых

$$u\left(\boldsymbol{r_2}\right) = u_p\left(\boldsymbol{r_2}\right) + v\left(\boldsymbol{r_2}\right). \tag{3}$$

Потребуем, чтобы первое слагаемое было решением интегрального уравнения (2) при h=0. Оно имеет вид преломленной на плоской поверхности среды волны. Второе слагаемое является добавкой к преломленной волне, которая однозначно характеризует структуру неоднородности. Подставляя функцию (3) в уравнение (2), для нее получаем интегральное уравнение

$$v\left(\boldsymbol{r_2}\right) = k^2(\varepsilon - 1)\int\limits_{V_2} v\left(\boldsymbol{r_2'}\right) G\left(\boldsymbol{r}_2, \boldsymbol{r_2'}\right) d\boldsymbol{r_2'} - k^2(\varepsilon - 1)\int\limits_{V_3} u_p\left(\boldsymbol{r}_3\right) G\left(\boldsymbol{r}_2, \boldsymbol{r}_3\right) d\boldsymbol{r}_3. \tag{4}$$

Интеграл по области V_3 определяет падающее на область диэлектрика V_2 волновое поле. Оно представляет собой суперпозицию расходящихся из области V_3 цилиндрических волн и убывает с увеличением $\left|\boldsymbol{r}_2 - \boldsymbol{r_3}\right|$. Поэтому можно на начальном этапе ограничиться расчетом внутреннего поля в примыкающей к неоднородности части области V_2, полагая его равным нулю вне этой части. Расширяя эту часть области V_2, можно повышать точность расчетов рассеянного волнового поля как внутри, так и вне области V_2.



а) б)

Рисунок 2 - Распределение амплитуды рассеянного волнового поля в ближней зоне.

На рисунке 2 представлены результаты расчета рассеянного волнового поля в ближней зоне изложенным методом в борновском приближении [4] при значениях показателя преломления n = 1,6 (рис.2, *а*) и n = 2 (рис.2, *б*) и нормальном падении плоской волны. Область поиска решения интегрального уравнения имела размерность 20х20 длин волн. Размеры канавки равны две длины волны на одну длину волны. Как видно из рисунка, распределение амплитуды рассеянного поля существенно зависит от показателя преломления. Рассмотренный метод может быть обобщен и использован в исследованиях электродинамических свойств различных по физическим параметрам образований и процессов, локализованных вблизи или на поверхности раздела сред.

Список литературы

1. Дифракционная компьютерная оптика / Под ред. В.А.Сойфера. – М.: Физматлит, 2007. – 736 с.
2. Дмитриев, В.И. Интегральные уравнения в краевых задачах электродинамики: Учеб. пособие / В.И.Дмитриев, Е.В.Захаров. – М.: Изд-во Московского ун-та, 1987. – 167 с.
3. Васильев, Е.Н. Возбуждение тел вращения/ Е.Н.Васильев. – М.: Радио и связь,1987.– 272 с.
4. Солимено, С. Дифракция и волноводное распространение оптического излучения: Пер. с англ./ С. Солимено, Б. Крозиньяни, П. Ди Порто. – М.: Мир, 1989. – 664 с.
5. Белотелов, В.И. Численное моделирование изображений наночастиц в ближнепольной сканирующей оптической микроскопии/ В.И.Белотелов [и др.]// Журнал технической физики. – 2003. – Том 73, вып.1. – с.3-9.