УДК 004.94

СюльжинИ.Н.[1], Чернявский Ю.А.[2], Шабинская Е.В.[1]

ОЦЕНКА РЕГРЕССИОННОЙ ЗАВИСИМОСТИ МЕЖДУ ПОТРЕБИТЕЛЬСКИМИ РАСХОДАМИ ДОМОХОЗЯЙСТВ НА ПИТАНИЕ, РАСПОЛАГАЕМЫМ ЛИЧНЫМ ДОХОДОМ И С ЦЕНОВЫМИ ИЗМЕНЕНИЯМИ НА СПРОС

[1]Научно-исследовательское учреждение «Институт прикладных физических проблем имени А.Н. Севченко» Белорусского государственного университета. shabinskaya@rambler.ru
[2]Институт информационных технологий Белорусского государственного университета информатики и радиоэлектроники. Минск, Республика Беларусь.

Рассматривается возможность эффективного применения множественного регрессионного анализа для описания и исследования некоторых процессов в экономике, зависящих от нескольких, в том числе коррелированных факторов. С помощью этого метода решается важная проблема разграничения эффектов различных независимых или частично зависимых переменных. Вычисляются и интерпретируются коэффициенты множественной регрессии для модели расходов на питание с двумя независимыми переменными: расход как функция дохода и цены.

Введение

С помощью регрессионного анализа получают оценки зависимости многих процессов в экономике, которые описываются не только линейными, но и нелинейными соотношениями, например нелинейными функциями спроса и производственными функциями. Построение экономической модели включает спецификацию составляющих её соотношений, выбор переменных, входящих в каждое соотношение и соответствующих этим соотношениям математических функций.

Рассматривается зависимость общей величины расходов на продукты питания от располагаемого личного дохода домохозяйств с учётом влияния изменений относительной цены этих расходов, которую можно выразить следующим образом:

$$y = \alpha+\beta_1 x+ \beta_2 p, \qquad (1)$$

где y – общая величина расходов на питание; x – располагаемый доход домохозяйств за вычетом личных сбережений (равен потребительским расходам); p –индекс относительной цены, вычисленный путём деления неявного дефлятора цен продуктов питания на неявный дефлятор общих расходов и умноженный на 100. Статистические данные по экономике региона для независимых переменных (x_i и p_i) и зависимой переменной y_i во временном интервале за 2015–2016 г.г. (номер месяца $i=\overline{1,24}$) [1]:

средние значения: $\bar{x}=\frac{1}{24}\sum_{i=1}^{24}x_i = 939{,}19$; $\bar{p}=\frac{1}{24}\sum_{i=1}^{24}p_i = 101{,}13$; $\bar{y}=\frac{1}{24}\sum_{i=1}^{24}y_i = 391{,}0$;

выборочные дисперсии: $\mathrm{Var}(x)=\frac{1}{24}\sum_{i=1}^{24}(x_i-\bar{x})^2 = 4044{,}687$; $\mathrm{Var}(p)=\frac{1}{24}\sum_{i=1}^{24}(p_i-\bar{p})^2 = 6{,}604$;

$\mathrm{Var}(y)=\frac{1}{24}\sum_{i=1}^{24}(y_i-\bar{y})^2 = 530{,}377$.

Диаграмма среднемесячных потребительских расходов домохозяйств в регионе за период 2015–2016 г.г. приведена на рисунке 1.

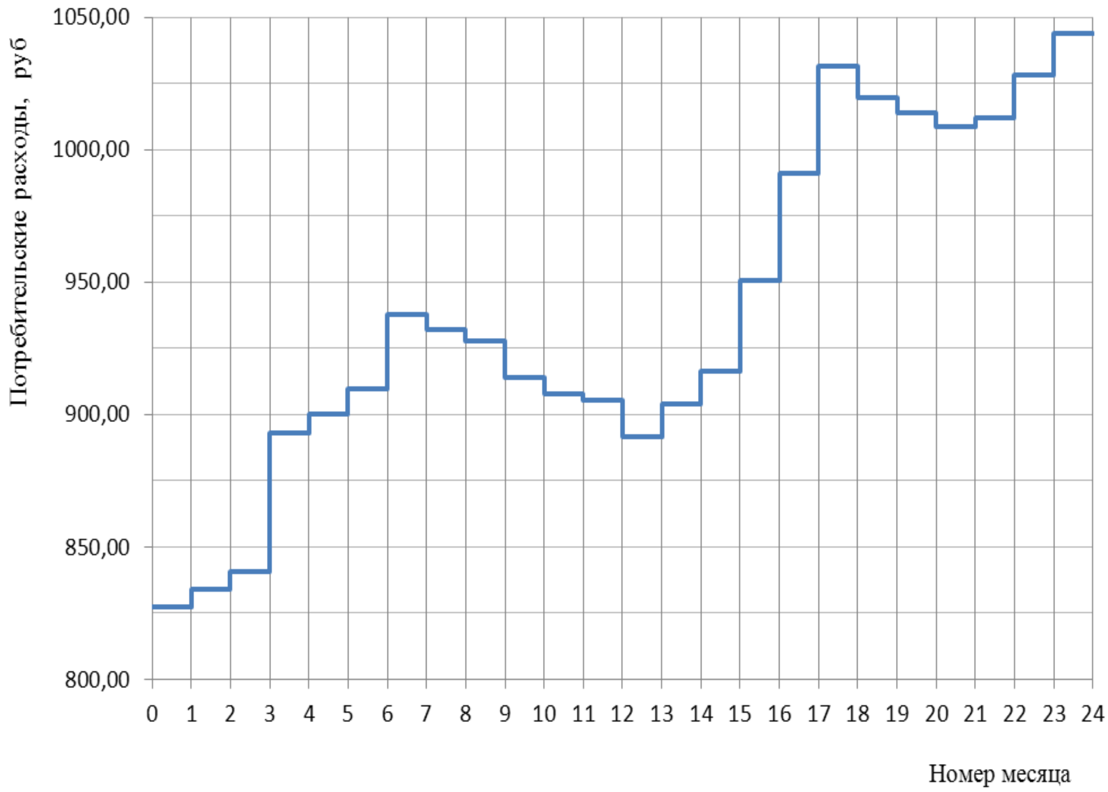

Рисунок 1 – Среднемесячные потребительские расходы домохозяйств в регионе за период 2015–2016 г.г.

Регрессионная модель расходов домохозяйств на питание с двумя независимыми переменными: расход как функция дохода и цены

В модели (1) допущено упрощение в том плане, что расходы домохозяйств на питание не влияют на доходы и цену [2], для этой модели наблюдаемых (статистических) данных рассмотрим следующее уравнение парной регрессионной зависимости [3]:

$$\hat{y} = a + b_1 x + b_2 p \tag{2}$$

где величины a, b_1 и b_2 являются, соответственно, оценками коэффициентов исходного уравнения (1): α, β_1 и β_2 [4].

Автокорреляционные зависимости между всеми переменными в уравнении (1):

$$\mathrm{Cov}(x, y) = \overline{x_i\, y_i} - \bar{x}\,\bar{y} = 1357{,}08;\ \mathrm{Cov}(p, y) = \overline{p_i\, y_i} - \bar{p}\,\bar{y} = -9{,}29;\ \mathrm{Cov}(x, p) = \overline{x_i\, p_i} - \bar{x}\,\bar{p} = -84{,}394.$$

С использованием статистических данных получено следующее уравнение регрессии.

$$\hat{y} = -398{,}365 + 0{,}4175\, x + 3{,}9284\, p \tag{3}$$

$$(\text{с.о.}) \qquad (0{,}0022) \qquad (0{,}01549)$$

Величины a, b_1 и b_2 уравнения вычислялись по следующим формулам [4]:

$$a = \bar{y} - b_1\,\bar{x} - b_2\,\bar{p} = -398{,}365 \tag{4}$$

$$b_1 = \frac{\mathrm{Cov}(x, y)\,\mathrm{Var}(p) - \mathrm{Cov}(p, y)\ \mathrm{Cov}(x, p)}{\mathrm{Var}(x)\,\mathrm{Var}(p) - (\mathrm{Cov}(x, p))^2} = 0{,}4175, \tag{5}$$

$$b_2 = \frac{\mathrm{Cov}(p, y)\,\mathrm{Var}(x) - \mathrm{Cov}(x, y)\ \mathrm{Cov}(x, p)}{\mathrm{Var}(p)\,\mathrm{Var}(x) - (\mathrm{Cov}(x, p))^2} = 3{,}9284. \qquad (6)$$

Оценка стандартных ошибок коэффициентов регрессии.
Коэффициент детерминации R^2 , t – тесты и доверительные интервалы

Стандартные ошибки (с.о.) коэффициентов регрессии b_1 и b_2 оценивались по формулам:

$$\text{с.о.}(b_1) = \sqrt{\frac{\mathrm{Var}(e)}{(n-3)\mathrm{Var}(x)} \times \frac{1}{1 - r_{xp}^2}} = 0{,}0022, \qquad (7)$$

$$\text{с.о.}(b_2) = \sqrt{\frac{\mathrm{Var}(e)}{(n-3)\mathrm{Var}(p)} \times \frac{1}{1 - r_{xp}^2}} = 0{,}0549. \qquad (8)$$

Коэффициент детерминации R^2 оценивающий долю дисперсии зависимой переменной y, обусловленную регрессией, определяется следующим образом

$$R^2 = 1 - \frac{\mathrm{Var}(e)}{\mathrm{Var}(y)} = 0{,}9994. \qquad (9)$$

В связи с тем, что коэффициент R^2 близок к единице, можно сделать заключение о достаточно точном соответствии линии регрессии статистическим данным.

Критический уровень t-тестов для коэффициентов множественной регрессии при любом уровне значимости зависит от числа степеней свободы (n–k–1). В нашем случае при числе степеней свободы 22 и уровне значимости 5% критическое значение $t_{\text{крит}}$=2,074 [5]. Таким образом, гипотетические значения β_1 и β_2 будут совместимыми с результатом оценивания регрессии, т.е. когда величины β_1 и β_2 удовлетворяют следующим двойным неравенствам:

$$b_1 - \text{с.о.}(b_1) \times t_{\text{крит}} < \beta_1 < b_1 + \text{с.о.}(b_1)\ ) \times t_{\text{крит}},$$
$$b_2 - \text{с.о.}(b_2) \times t_{\text{крит}} < \beta_2 < b_2 + \text{с.о.}(b_2)\ ) \times t_{\text{крит}}. \qquad (10)$$

Подставляя полученные в результате регрессионного анализа значения в неравенства (10), получаем

$$0{,}413 < \beta_1 < 0{,}422,$$
$$3{,}815 < \beta_2 < 4{,}042. \qquad (11)$$

Любые гипотетические значения β_1 и β_2, которые удовлетворяют соотношениям (11), будут автоматически совместимыми с оценками b_1 и b_2, иными словами, не будут ими опровергаться [5]. В неравенствах (11) обозначены границы доверительных интервалов для величин β_1 и β_2. Относительно небольшой доверительный интервал для коэффициента β_1 обусловлен значительной дисперсией потребительских расходов домохозяйств Var(x) = 4044,687 при среднем значении $\bar{x}$ =939,19.

Заключение

Результаты рассмотренной в работе задачи с функциями спроса, математическими выкладками и числовыми иллюстрациями имеют определённое значение не только для оценки эффективности функционирования системы управления и прогнозирования развитием экономики региона. Они демонстрируют также возможность должным образом оценивать позитивное воздействие относительно несложных для понимания теоретических положений эконометрики на принципиальную возможность приобретения познаний и навыков, необходимых для решения практических задач специалистами соответствующего профиля.

Список литературы

1. Национальный статистический комитет Республики Беларусь [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://belstat.gov.by/. – Дата доступа: 01.03.2017.
2. Бильчинская, С.Г. Регрессионный двухкомпонентный анализ инфляционной составляющей в системных показателях экономической деятельности регионов / С.Г. Бильчинская, И.Н. Сюльжин, Ю.А. Чернявский, Е.В. Шабинская // Вестник КамчатГТУ. – 2016. – № 38. – С. 90–99.
3. Сюльжин, И.Н. Анализ взаимосвязей между компонентами СППР / И.Н. Сюльжин // Материалы третьей Международной научно-практической конференции «Прикладные проблемы оптики, информатики, радиофизики и физики конденсированного состояния» (НИУ «Институт прикладных физических проблем имени А.Н.Севченко» БГУ, Минск, Беларусь, 28-29 апреля 2015). − Минск, 2015. − С. 197−199.
4. Доугерти К. Введение в эконометрику / К. Доугерти. – Пер. с англ. — М: ИНФРА-М, 1999. – XIV, 402 с.
5. Harvey A. The Econometric Analysis of Time Series. / A. Harvey. – Oxford: Philip . Allan, 1981. – XVII, 410 с.