

ПОСТРОЕНИЕ МАТРИЦЫ КРАТЧАЙШИХ РАССТОЯНИЙ МЕЖДУ ГОРОДАМИ

А. К. Морозова, С. П. Рыбак,
студентки 3 курса ГИУСТ БГУ

Научный руководитель:
кандидат физико-математических наук,
доцент **Н. Н. Рачковский** (ГИУСТ БГУ)

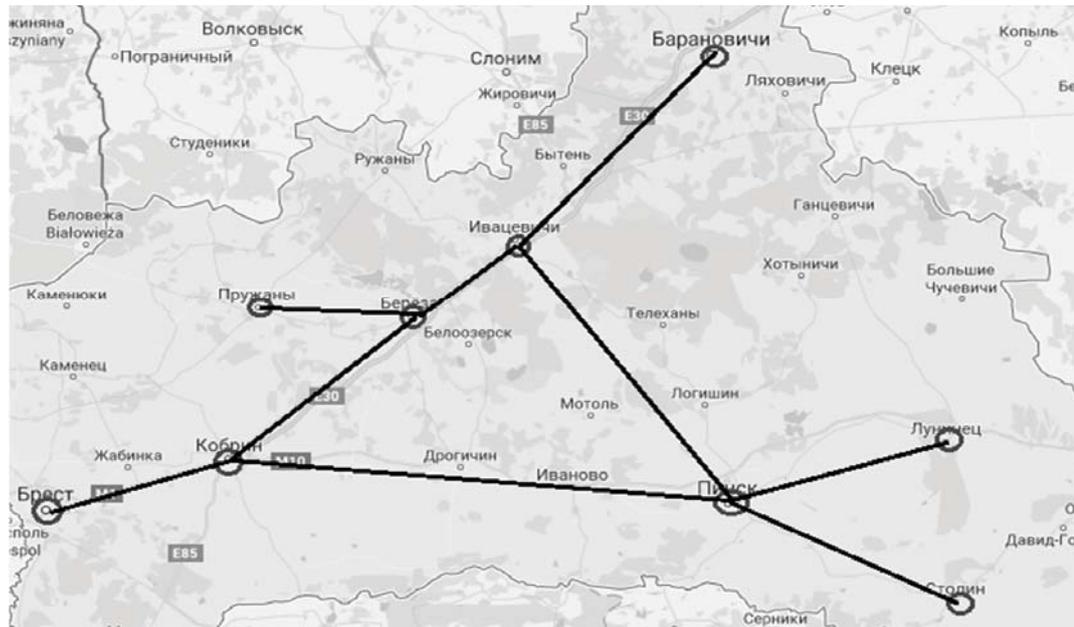
Цель любой организации – рост прибыли. В связи с этим каждый производитель стремится к уменьшению любого вида затрат для увеличения своей прибыли. Так, например, у организаций-производителей возникает вопрос: где расположить свой склад либо логистический центр, чтобы расстояние от склада до места доставки (город, населенный пункт) товара было минимальным. В данной работе рассмотрен достаточно простой и понятный метод, который не требует специальных знаний и подготовки. Суть данного метода заключается в построении конечной последовательности матриц расстояний между городами, причем в матрице, являющейся последним членом этой последовательности, будут указаны протяженности кратчайших путей (по дорогам) между городами.

Перейдем к рассмотрению самого метода. Обозначим через C_1, C_2, \dots, C_n имеющиеся города и рассмотрим симметричную $n \times n$ матрицу D_0 про-

тяженностей имеющихся дорог между городами. Каждый элемент этой матрицы d_{ij}^0 равен протяженности дороги между городами C_i и C_j , если такая дорога есть, и нулю в противном случае. Все элементы d_{jj}^0 , стоящие на главной диагонали этой матрицы, равны нулю, так как нет дороги, соединяющей какой-либо город с ним же самим. К матрице D_0 применим операцию, которую будем называть операцией разведывания путей. Суть ее в следующем: для каждой пары городов (C_i, C_j) постараемся найти все города C_k , связанные дорогами с обоими городами C_i и C_j , т. е. найдем все пути, ведущие из города C_i в город C_j с транзитом через какой-либо третий город, затем вычислим протяженности всех этих путей, и среди этих протяженностей (включая, возможно, имеющуюся дорогу, ведущую непосредственно из города C_i в город C_j) выберем минимальную. Технически данная операция осуществляется следующим образом. Для матрицы D_0 построим соответствующую ей матрицу разведанных путей R_0 , каждый элемент r_{ij}^0 , $i \neq j$, которой равен либо нулю (если соответствующий ему элемент d_{ij}^0 матрицы D_0 равен нулю), либо единице (в противном случае). Все элементы r_{jj}^0 , стоящие на главной диагонали этой матрицы, равны единице. Для каждой пары городов (C_i, C_j) , $i < j$ и для каждого третьего города C_k вычислим значение: $r_{jk} \cdot d_{ik} + r_{ik} \cdot d_{jk}$; данная сумма равна протяженности пути из города C_i в город C_j транзитом через город C_k , если такой транзит существует; для

всех остальных городов C_k соответствующая сумма $r_{jk} \cdot d_{ik} + r_{ik} \cdot d_{jk}$ равна нулю. Через d_{ij}^1 обозначим минимальную ненулевую из всех этих сумм (если такие есть; если же все эти суммы равны нулю, то и d_{ij}^1 будем считать равным нулю). Все числа d_{ij}^1 будем считать равными нулю, а для $i > j$ определим $d_{ij}^1 = d_{ji}^1$. Из всех этих чисел составим симметричную $n \times n$ матрицу D_1 и заметим, что в матрице D_1 указаны протяженности кратчайших разведанных на первом этапе решения задачи путей между городами. Описанную выше операцию разведывания путей применим теперь к матрице D_1 и получим матрицу D_2 ; затем эту же операцию применим к матрице D_2 и получим матрицу D_3 и т. д. до тех пор, пока не будут рассмотрены все имеющиеся дороги. Последняя в этой последовательности матрица D_m будет состоять из протяженностей кратчайших путей между городами по имеющимся дорогам [1, с. 216].

Рисунок 1 – Соединение городов Брестской области



Практический пример. С помощью указанного выше метода на примере Брестской области определим город (населенный пункт), в котором можем расположить свой склад. Выбранные города: Барановичи (C_1), Ивацевичи (C_2), Береза (C_3), Пружаны (C_4), Кобрин (C_5), Брест (C_6), Пинск (C_7), Лунинец (C_8), Столин (C_9). Рисунок 1 показывает соединение городов дорогами друг с другом.

Для удобства и быстроты построения матриц используем описанный метод в рамках Excel. Для этого занесем все данные на лист Excel, и построим соответствующие матрицы (рисунки 2–3).

K15 fx =ЕСЛИ(МИН(L15:T15)=1000000;0;МИН(L15:T15))

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
	c1	c2	c3	c4	c5	c6	c7	c8	c9	
c1	0	78	0	0	0	0	0	0	0	
c2	78	0	58	0	0	0	95	0	0	
c3	0	58	0	73	67	0	0	0	0	
c4	0	0	73	0	0	0	0	0	0	
c5	0	0	67	0	0	51	148	0	0	
c6	0	0	0	0	51	0	0	0	0	
c7	0	95	0	0	148	0	0	62	67	
c8	0	0	0	0	0	0	62	0	0	
c9	0	0	0	0	0	0	67	0	0	

Рисунок 2 – Матрица D_0

L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U
	c1	c2	c3	c4	c5	c6	c7	c8	c9
c1	1	1	0	0	0	0	0	0	0
c2	1	1	1	0	0	0	1	0	0
c3	0	1	1	1	1	0	0	0	0
c4	0	0	1	1	0	0	0	0	0
c5	0	0	1	0	1	1	1	0	0
c6	0	0	0	0	1	1	0	0	0
c7	0	1	0	0	1	0	1	1	1
c8	0	0	0	0	0	0	1	1	0
c9	0	0	0	0	0	0	1	0	1

Рисунок 3 – Матрица R_0

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
	c1	c2	c3	c4	c5	c6	c7	c8	c9	
c1	0	78	136	209	203	254	173	235	240	1528
c2	78	0	58	131	125	176	95	157	162	982
c3	136	58	0	73	67	118	153	215	220	1040
c4	209	131	73	0	140	191	226	288	293	1551
c5	203	125	67	140	0	51	148	210	215	1159
c6	254	176	118	191	51	0	199	261	266	1516
c7	173	95	153	226	148	199	0	62	67	1123
c8	235	157	215	288	210	261	62	0	129	1557
c9	240	162	220	293	215	266	67	129	0	1592

Рисунок 4 –
Матрица D_4

С помощью Excel было построено 4 матрицы: D_1 , D_2 , D_3 , D_4 (процесс построения последовательности матриц D_i останавливается тогда, когда очередной элемент этой последовательности полностью совпадает с предыдущим элементом). Последняя матрица D_4 (рисунок 4) содержит протяженности кратчайших путей между всеми рассматриваемыми городами. Для того чтобы найти оптимальное место расположения склада, вычислим сумму всех элементов каждой строки матрицы D_4 . Строка с наименьшей суммой соответ-

ствует городу, где целесообразно строить склад. Таким образом был найден город – Ивацевичи.

Литература

1. *Рачковский, Н.Н.* Построение матрицы кратчайших расстояний между городами / Н.Н. Рачковский // Стратегические направления социально-экономического и финансового обеспечения развития национальной экономики : тез. докл. I Междунар. науч.-практ. конф., г. Минск, Респ. Беларусь, 29–30 сент. 2016 г. / ГИУСТ БГУ ; редкол.: М. Л. Зеленкевич (отв. ред.) [и др.]. – Минск : ГИУСТ БГУ, 2016. – С. 216.