

end, который вначале указывает на первую (и пока пустую) ячейку списка $N_b(v_i)$.

Последовательно проходя по всем окружениям $N_a(v_i)$, будем выполнять следующие действия. Пусть мы проходим по списку $N_a(v_i)$, вершина $j \in N_a(v_j)$, тогда вставим в позицию *end* списка $N_b(v_j)$ вершину i , передвинем (увеличим) указатель позиции *end* на следующую ячейку.

Несложно убедиться, что после прохождения всего списка смежности A , списки смежности B окажутся упорядочены так же, как были упорядочены строки списков A . Данный алгоритм упорядочивает списки смежности графа за время $O(n + m)$, где $n = |VG|$, $m = |EG|$.

Литература

1. А.Ахо, Дж Хопкрофт, Дж. Ульман Построение анализ вычислительных алгоритмов М. Мир. 1979.
2. Скумс П.В. Дипломная работа. Механико-математический факультет БГУ. Минск. 2004.
3. Метельский Ю.М., Суздаль С.В., Тышкевич Р.И. Распознавание графов пересечений ребер линейных 3-униформных гиперграфов // Труды Института математики НАН Беларуси. 2001. Т. 8. С. 76–92.

F-ГОЛОМОРФНАЯ СЕКЦИОННАЯ КРИВИЗНА ФЛАГОВЫХ МНОГООБРАЗИЙ

А. С. Сакович

Многообразие ориентированных флагов вида

$$SO(n) / \underbrace{SO(2) \times \dots \times SO(2)}_m \times SO(n - 2m - 1),$$

где $n \geq 2m + 2$, $m \in \mathbb{N}$, играют важную роль в обобщенной эрмитовой геометрии. Они являются однородными Φ -пространствами и при этом порождаются автоморфизмами любого четного порядка k , где $k \geq 2m + 2$, и поэтому обладают определенным запасом канонических f -структур. Первая часть данной работы содержит необходимые сведения о канонических f -структурах на однородных Φ -пространствах порядка k . Вторая часть посвящена многообразию ориентированных флагов, а также автоморфизмам, которые порождают это однородное Φ -пространство. В заключительной части рассматривается одно из основных понятий обобщенной эрмитовой геометрии – f -голоморфная секционная кривизна. Основным результатом данной работы является дока-

зательство того факта, что f -голоморфная секционная кривизна многообразия ориентированных флагов $SO(n)/SO(2) \times SO(n-3)$ как однородного Φ -пространства порядков 4 и 6 неотрицательна относительно всех соответствующих канонических f -структур.

Канонические f -структуры

Среди однородных Φ -пространств, т.е. однородных пространств G/H , порожденных автоморфизмами Φ группы Ли G (см. [1]), особое место занимают однородные Φ -пространства порядка k ($\Phi^k = \text{id}$). Эти пространства также называют однородными k -симметрическими пространствами [2]. В [1] было доказано, что все однородные Φ -пространства порядка k являются регулярными Φ -пространствами (см. [1,3]).

Пусть G/H – регулярное Φ -пространство, определяемое автоморфизмом Φ группы Ли G , $\mathfrak{g} = \mathfrak{h} \oplus \mathfrak{m}$ – каноническое редуктивное разложение (т.е. $\mathfrak{m} = A\mathfrak{g}$, где $A = \varphi - \text{id}$, $\varphi = d\Phi_e$). Обозначим через θ сужение φ на $\mathfrak{m}$. Инвариантная аффинорная структура F на G/H называется канонической [3], если в точке $o = H$ она является полиномом от θ : $F = F(\theta)$ (здесь и далее условимся обозначать одинаковыми символами инвариантные структуры на G/H и их значения в точке $o = H$). Следует отметить, что канонические аффинорные структуры на регулярном Φ -пространстве образуют коммутативную алгебру $A(\theta)$ (см. [3]), которая включает в себя хорошо известные структуры классического типа, в том числе f -структуры ($f^3 + f = 0$). В частном случае однородных k -симметрических пространств для канонических аффинорных структур f , J ($J^2 = -\text{id}$), P ($P^2 = \text{id}$) известны конкретные вычислительные формулы.

Введем обозначение

$$u = \begin{cases} n, & k = 2n + 1, \\ n - 1, & k = 2n. \end{cases}$$

Теорема 1 [3]. Пусть G/H – однородное Φ -пространство порядка k ($k \geq 3$). Все нетривиальные канонические f -структуры на G/H могут быть заданы операторами

$$f = \frac{2}{k} \sum_{m=1}^u \left(\sum_{j=1}^u \xi_j \sin \frac{2\pi m j}{k} \right) (\theta^m - \theta^{k-m}),$$

где $\xi_j \in \{1, 0, -1\}$, $j = 1, 2, \dots, u$, причем среди чисел ξ_j есть отличные от нуля.

Многообразие ориентированных флагов

В теории линейных пространств флагом называется строго возрастающая последовательность подпространств $L_0 \subset L_1 \subset \dots \subset L_n$ некоторого векторного пространства L [4]. Очевидно, что по всякому базису $\{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \dots, \vec{e}_n\}$ векторного пространства L можно построить флаг длины n , положив $L_0 = \{0\}$, $L_i = \mathcal{L}(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \dots, \vec{e}_i)$ ($i = 1, 2, \dots, n$).

Флаг $L_{i_1} \subset L_{i_2} \subset \dots \subset L_{i_n}$ будем называть ориентированным, если для любых двух базисов пространства L_{i_j} ($j = 1, 2, \dots, n$) матрица перехода от первого ко второму имеет положительный определитель. Легко проверить, что множество ориентированных флагов вида $L_1 \subset L_3 \subset \dots \subset L_{2m+1} \subset L_n$ векторного пространства L размерности n (нижний индекс обозначает размерность подпространства) с действием специальной ортогональной группы изоморфно $M = SO(n) / \underbrace{SO(2) \times \dots \times SO(2)}_m \times SO(n - 2m - 1)$.

Это многообразие является однородным Φ -пространством, причем оно может быть порождено автоморфизмами различных порядков вида $\Phi : SO(n) \rightarrow SO(n) : A \rightarrow BAB^{-1}$, где $B = \text{diag}\{1, \varepsilon_1, \dots, \varepsilon_m, -1, \dots, -1\}$,

$$\varepsilon_j = \begin{pmatrix} \cos \frac{2\pi j}{k} & \sin \frac{2\pi j}{k} \\ -\sin \frac{2\pi j}{k} & \cos \frac{2\pi j}{k} \end{pmatrix} \quad (j = 1, \dots, m, \quad k \geq 2m + 2, \quad k - \text{четное}).$$

Легко видеть, что $\Phi^k = id$. Следовательно, M является однородным k -симметрическим пространством для любого четного k такого, что $k \geq 2m + 2$.

f -голоморфная секционная кривизна

Определение 1 [5]. f -голоморфной секционной кривизной (или, короче, fHS -кривизной) $C(X)$ метрического f -многообразия (M, g, f) в направлении вектора $X \in \text{Im } f$ называют секционную кривизну в направлении подпространства $\mathcal{L}(fX, f^2X)$. Другими словами, $C(X)$ для любого $X \in \text{Im } f$ определяется формулой

$$\langle R(fX, f^2X)f^2X, fX \rangle = C(X)\|X\|^4,$$

где $g = \langle \cdot, \cdot \rangle$ – риманова метрика, R – тензорное поле кривизны связности Леви-Чивита риманова многообразия M .

Следует отметить, что это определение обобщает хорошо известное определение голоморфной секционной кривизны почти эрмитова многообразия (см., например, [6]).

Рассмотрим многообразие ориентированных флагов $SO(n)/SO(2) \times SO(n-3)$ как однородное Φ -пространство порядков 4 и 6 с метрикой, порожденной формой Киллинга. Были доказаны следующие утверждения.

Теорема 2. Для любого $n \geq 4$ $SO(n)/SO(2) \times SO(n-3)$ как однородное Φ -пространство порядка 4 имеет неотрицательную f -голоморфную секционную кривизну относительно единственной канонической f -структуры $f(\theta) = \frac{1}{2}(\theta - \theta^3)$.

Теорема 3. fHS -кривизна 6-симметрического пространства $SO(n)/SO(2) \times SO(n-3)$ ($n \geq 4$) неотрицательна относительно $f_1(\theta) = \frac{1}{\sqrt{3}}(\theta - \theta^5)$ и строго положительна относительно всех остальных канонических f -структур:

$$f_2(\theta) = \frac{1}{\sqrt{3}}(\theta^2 - \theta^4),$$

$$f_3(\theta) = \frac{1}{2\sqrt{3}}(-\theta^2 + \theta^4 - \theta + \theta^5),$$

$$f_4(\theta) = \frac{1}{2\sqrt{3}}(-\theta^2 + \theta^4 + \theta - \theta^5).$$

Литература

1. Степанов Н. А. Основные факты теории φ -пространств // Изв. ВУЗов. Математика. 1967. №3. С. 88–95.
2. Ковальский О. Обобщенные симметрические пространства. М. 1984.
3. Балащенко В. В., Степанов Н. А. Канонические аффинорные структуры классического типа на регулярных Φ -пространствах // Мат.сборник. 1995. Т. 186. № 11. С. 3–34.
4. Кострикин А. И., Манин Ю. И. Линейная алгебра и геометрия. М. 1986.
5. Кириченко В. Ф. Методы обобщенной эрмитовой геометрии в теории почти контактных многообразий // Итоги науки и техники. Проблемы геометрии. Т. 18. М. ВИНТИ. 1986. С. 25–71.
6. Кобаяси Ш., Номидзу К. Основы дифференциальной геометрии. М. 1981. Т. 2