

ТЕОРИИ ПРОЧНОСТИ В ГЕОМЕХАНИКЕ**С. И. Богдан**

Известной и не подлежащим сомнению особенностью разработка калийных месторождений связана с опасностью прорыва воды в выработанное пространство. Как отмечается в работе [1], одним из основных способов сохранения структуры породного массива является применение камерной системы разработки. Оставление целиков приводит к существенным потерям полезного ископаемого, что может сделать его разработку невыгодной с точки зрения экономических затрат. Кроме камерной разработки месторождения с различными типами оставляемых целиков, также используется столбовая система отработки с обрушением кровли (системы отработки «лавами»). Старобинское месторождение калийных солей является месторождением с присутствием обоих видов отработки.

Как известно, при создании подземной выработки в породном массиве образуются зоны с различной степенью нарушенности и деформирования породной толщи. Определение типа и пространственного расположения таких зон выполняется на основе определенных критериев, исходя из сформированного напряженно-деформированного состояния (НДС) по всей толщии подработанного массива горных пород: от глубин ведения горных работ до земной поверхности. Задача определения состояния так называемой водозащитной толщи (ВЗТ) является практическим примером задачи, для решения которой необходимо определение НДС подработанного массива горных пород и определения зон с различной степенью нарушенности породной толщи.

Вследствие этого, весьма важным и ответственным является выбор и/или построение критериев, согласно которым в подработанном массиве выделяются области, находящиеся в различном деформированном состоянии.

В связи с этим, рассмотрим задачу выбора и построения критериев, на основании которых можно отстраивать зоны нарушения сплошности в подработанной толще горных пород. При этом будем учитывать следующие обстоятельства:

Наиболее характерными зонами в подработанном массиве являются зоны обрушения, трещиноватости и плавного прогиба.

Поведение геоматериалов и в целом массивов горных пород имеет свои особенности по сравнению с другими типами деформируемых сред. Среди таких характерных особенностей геоматериалов следует в первую

очередь выделить то, что пределы прочности геоматериалов при растяжении и сжатии различаются существенным образом.

Необходимо учитывать то, что предельное состояние массивов горных пород определяется главным образом деформированным состоянием, а не напряженным.

Критерий наибольших линейных деформаций

В основе теории наибольших линейных деформаций лежит гипотеза Мариотта, заключающаяся в том, что предполагается, что прочность нарушается, в том случае, если наибольшая по абсолютной величине относительная линейная деформация превысит некоторое предельное значение, независимое от вида напряженного состояния [2].

Так как наибольшая по абсолютной величине линейная деформация возникает в направлении либо максимального σ_1 , или минимального σ_3 главных напряжений, то условие наступления предельного состояния имеет вид

$$\begin{aligned} \varepsilon_{\max} &= \varepsilon_1 = \varepsilon_{\lim \text{ ext}}, \\ \varepsilon_{\min} &= \varepsilon_3 = \varepsilon_{\lim \text{ press}}. \end{aligned} \quad (1)$$

Известно, что при развитии деформационных процессов (с течением времени) вычисляемые напряжения являются истинными напряжениями и, кроме того, предельные значения напряжений легче определить опытным путем, чем предельные значения деформаций, то, следовательно, выражения (1) лучше переписать в терминах напряжений.

На основании обобщенного закона Гука (если считать его справедливым вплоть до достижения напряжениями предела текучести для пластического материала и предела прочности для хрупкого) в терминах главных напряжений можно записать:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{\max} E &= \left[\sigma_1 - \nu((\sigma_2 + \sigma_3)) \right] = \sigma_{\lim \text{ ext}}, \\ \varepsilon_{\min} E &= \left[\sigma_3 - \nu((\sigma_1 + \sigma_2)) \right] = \sigma_{\lim \text{ press}}. \end{aligned} \quad (2)$$

С учетом (2) условие наступления предельного состояния (нарушения сплошности деформируемого тела), по критерию наибольших линейных деформаций (1) в терминах напряжений имеет вид:

$$\begin{aligned} \sigma_1 - \nu((\sigma_2 + \sigma_3)) &\leq \sigma_{\lim \text{ ext}}, \\ \sigma_3 - \nu((\sigma_1 + \sigma_2)) &\leq \sigma_{\lim \text{ press}}. \end{aligned} \quad (3)$$

Теорию наибольших линейных деформаций применять к разрушению хрупких материалов необходимо весьма осмотрительно. Например,

в соответствии с этой теорией прочность хрупкого материала при двухосном растяжении должна быть больше, чем при простом растяжении, что не подтверждается экспериментами.

Поэтому, применительно к геоматериалам, данную теорию корректно использовать нельзя, например, при изучении деформации пород в зоне плавного прогиба, где породы проявляют в большей степени свойства пластичности и текучести. В окрестности подземных сооружений (повышенного опорного давления) породам более присущи свойства хрупкого материала, поэтому использование теории наибольших линейных деформаций здесь не совсем корректно.

С другой стороны, при рассмотрении процессов разрушения массивов горных пород по сценарию хрупкого разрушения критерий предельного состояния массивов горных пород при таких условиях можно строить на основе теории наибольших относительных удлинений. В этом случае условие предельного состояния имеет вид первого уравнения из (3). Противоречия в этом нет, так как механически смысл данного уравнения состоит в том, что оно описывает разрушение пород путем отрыва, что и присуще процессам хрупкого разрушения материалов.

Исходя из вида НДС в образующихся характерных зонах, для определения зон с различной степенью нарушения породной толщи предлагается использовать не один какой-либо определенный критерий прочности для всего массива, а их определенную комбинацию.

Так, например, предлагается использовать следующую комбинацию критериев прочности: критерий максимальных растягивающих напряжений и критерий Кулона-Мора. Выбор данных критериев обусловлен различием сопротивлению разрушения в областях растяжения и сжатия.

Предполагая в отношении нумерации главных напряжений зависимость $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$ согласно их арифметических значений, опишем использование первого или второго критерия прочности в зависимости от вида напряженного состояния:

$$\left\{ \begin{array}{l} \tau_n \geq (C - \sigma_n \operatorname{tg} \varphi) \cos \varphi, \\ \text{if } \sigma_i \in \Omega_1 = \left\{ \begin{array}{l} (\sigma_1 \leq 0) \text{ or } (\sigma_3 < 0 \text{ and } 0 < \sigma_1 < \sigma_t \text{ and } \sigma_n \leq 0) \\ \text{or } (\sigma_3 < 0 \text{ and } \sigma_1 < \sigma_t) \end{array} \right\}, \\ \sigma_1 \geq \sigma_t, \\ \text{if } \sigma_i \in \Omega_2 = \left\{ \begin{array}{l} (\sigma_3 \geq 0) \text{ or } (\sigma_3 < 0 \text{ and } 0 < \sigma_1 < \sigma_t \text{ and } \sigma_n > 0) \\ \text{or } (\sigma_3 < 0 \text{ and } \sigma_1 \geq \sigma_t) \end{array} \right\}, \end{array} \right. \quad (4)$$

где $\tau_n = (\sigma_1 - \sigma_3)/2$, $\sigma_n = (\sigma_1 + \sigma_3)/2$ – максимальные касательное и нормальное напряжения; C – коэффициент сцепления; φ – угол внутреннего трения; $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ – главные напряжения; и σ_t – предельное напряжение при одноосном растяжении.

Итак, можно сделать следующие выводы и дать такие рекомендации по использованию критериев предельных состояний для задач механики горных пород:

1. При выделении зоны непосредственного разрушения используется критерий наибольших нормальных напряжений, что согласно выражению (4) соответствует множеству Ω_2 значений главных напряжений.
2. При выделении зоны трещиноватости, образованной блочной структурой можно использовать широкий спектр критериев. Данное обстоятельство определяется тем, что в данной зоне разрушение породной толщи происходит вследствие обобщенных процессов сдвига и отрыва. Поэтому выбор наиболее адекватного критерия разрушения определяется набором факторов, которые в свою очередь «навязывают» массиву механизм разрушения (отрывом или сдвигом).

Литература

1. Барях А. А., Шумихина А. Ю. Крупномасштабное математическое моделирование геомеханических процессов при разработке калийных месторождений // Горн. журнал. 1993. № 4. С. 31–38.
2. Писаренко Г. С., Лебедев А. А. Деформирование и прочность материалов при сложном напряженном состоянии. Киев. Наук. Думка. 1976.

ЗАДАЧА ТИПА КОШИ ДЛЯ ДРОБНОГО ДИФФУЗИОННОГО УРАВНЕНИЯ

А. А. Ворошилов

Под дробным диффузионным уравнением понимается линейное дробное дифференциальное уравнение, полученное из классического уравнения диффузии с помощью замены производной первого порядка по переменной t на дробную производную (в смысле Римана-Лиувилля) порядка α .

Рассматривается задача типа Коши для дробного диффузионного уравнения в случае $1 < \alpha < 2$:

$$\left(D_{0+,t}^\alpha\right)(x,t) = \lambda^2 \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} \quad (x \in \mathbf{R}, t > 0; \lambda > 0), \quad (1)$$