

шкалу оценок и коэффициенты для каждого из параметров, и при анализе ресурса делать оценку по шкале.

## **5. Вывод**

Очевидно, что проблема интернет-прогнозирования может быть сведена к разработке адекватной математической модели и процессу рандомизации. Однако, перед разработкой модели, необходимо тщательно изучить параметры (регрессоры) и найти оптимальный метод оценки этих параметров. То есть, провести анализ каждого из параметров и построить необходимые шкалы оценок. При этом, необходимо опираться на текущую статистику посещаемости, которая может показать некоторые тенденции.

Если все параметры, влияющие на посещаемость, будут выделены и их удастся описать математическим языком, то вполне вероятно, что проблема прогнозирования в сети Интернет будет решена.

### **Литература**

1. *Дрейнер С.* Прикладной регрессионный анализ. М.: Наука и техника, 1986. 128 с.

## **О ПЕРИОДИЧЕСКИХ СВОЙСТВАХ ПСЕВДОСЛУЧАЙНЫХ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ**

**Т. А. Валуева**

### **1. Введение**

Псевдослучайные последовательности широко используются при решении задач методом имитационного моделирования, а также для защиты информации в компьютерных сетях.

Одно из требований, предъявляемых к генераторам псевдослучайных последовательностей, является требование к периоду, который должен быть достаточно большим.

В данной работе рассмотрены суммирующий генератор и криптосхема RC4. Для суммирующего генератора найден период выходной последовательности, в случае, когда периоды входных последовательностей совпадают. Для криптосхемы RC4 найдены слабые состояния.

### **2. Суммирующий генератор**

#### *2.1. Описание суммирующего генератора*

Будем рассматривать генератор, предложенный в [1], который является двоичным нелинейным комбинирующим генератором с памятью.

Переменная внутреннего состояния суммирующего генератора (перенос) принимает целые значения от 0 до  $n - 1$ , где  $n$  – количество входов. Таким образом, размер памяти равен  $m = \lceil \log_2 n \rceil$  бит.

Для описания суммирующего генератора будем рассматривать модель инициального конечного автомата. Пусть  $X_t = (x_{1,t}, \dots, x_{n,t})$  –  $n$  входных бит в момент времени  $t$ ,  $\{y_t\}$  – выходной бит в момент времени  $t \geq 0$ . Внутреннее состояние суммирующего генератора записывается как  $S_t = \sum_{i=0}^{m-1} s_{i,t} 2^i$  и двоичное представление переноса имеет вид  $S_t = (s_{0,t}, \dots, s_{m-1,t})$ . Начальное состояние  $S_0 = 0$ . Функции выходов и переходов в следующее состояние определяются следующим образом:

$$y_t = \sum_{i=1}^n x_{i,t} + s_{0,t} \pmod{2}, \quad (1)$$

$$S_{t+1} = \left\lfloor \frac{\left( \sum_{i=1}^n x_{i,t} + S_t \right)}{2} \right\rfloor.$$

## 2.2 Период выходной последовательности суммирующего генератора

*Предложение 2.1.* Пусть входные последовательности суммирующего генератора  $x_i = \{x_{i,t}\}$ ,  $1 \leq i \leq n$  – периодические последовательности с периодом  $T$ . Тогда период выходной последовательности  $\{y_t\}$  суммирующего генератора равен  $T$ .

*Доказательство.* Рассмотрим последовательность  $\{S_t\}$ , где  $S_t$  значение переноса в момент времени  $t$ . Для доказательства леммы будем использовать следующие свойства  $\{S_t\}$ :

1. Последовательность  $\{S_t\}$  ограничена, т. к.  $0 \leq S_t \leq n - 1$ .
2.  $S_t \leq S_{t+T}$  для любого  $t \geq 0$ .

Докажем неравенство  $S_t \leq S_{t+T}$ ,  $t \geq 0$  методом математической индукции.

База индукции:  $t = 0$ :  $S_0 = 0$ ,  $S_T \geq 0 \Rightarrow S_0 \leq S_T$ .

Предположим, что утверждение верно для всех  $t < k$ . Найдем значения:

$$S_{k+1} \quad \text{и} \quad S_{k+1+T} : \quad S_{k+1+T} = \left\lfloor \frac{(\sum_{i=1}^n x_{i,k+1+T} + S_{k+T})}{2} \right\rfloor = \left\lfloor \frac{(\sum_{i=1}^n x_{i,k+1} + S_{k+T})}{2} \right\rfloor,$$

$$S_{k+1} = \left\lfloor \frac{(\sum_{i=1}^n x_{i,k+1} + S_k)}{2} \right\rfloor. \quad \text{В силу предположения индукции} \quad S_k \leq S_{k+T} \Rightarrow$$

$$S_{k+1} \leq S_{k+T+1}.$$

Вернемся к доказательству леммы. После  $T$  шагов генератора возможны два случая.

Если  $S_0 = S_{0+T}$ , тогда из (1) следует, что  $T$  – период.

Если  $S_0 < S_{0+T}$ , то  $S_{0+T} \geq 1$ .

После следующих  $T$  шагов генератора получаем, что  $S_0 = S_{0+2T}$ , либо  $S_{0+2T} \geq 2$ . Теперь рассмотрим  $S_{0+iT}$ . Рассуждая аналогично случаям  $i = 1$  и  $I = 2$  получаем, что на шаге  $iT$  либо  $S_{0+(i-1)T} = S_{0+iT}$ , либо  $S_{0+iT} \geq i$ . Т. е., если за  $(n-1)T$  не выполнилось равенство  $S_{0+(i-1)T} = S_{0+iT}$  (из которого следует, что период выходной последовательности равен  $T$ ), то  $S_{0+(n-1)T} = n-1$ . Тогда с одной стороны  $S_{0+nT} \geq S_{0+(n-1)T}$ , но с другой стороны  $S_{0+nT} \leq n-1 \Rightarrow$  единственно возможный случай, когда  $S_{0+(n-1)T} = S_{0+nT} = S_{0+(n-1)T+T}$ , что завершает доказательство предложения.

### 3. Генератор RC4

#### 3.1. Описание генератора RC4

Криптосистема RC4 – семейство алгоритмов, зависящих от параметра (модуля)  $n$ , который рекомендуется брать равным 256. Состоянием криптосхемы являются подстановка  $S = \begin{bmatrix} 0 & \dots & n-1 \\ s[0] & \dots & s[n-1] \end{bmatrix}$  из  $n$  элементов, где  $s[k]$  – элемент, находящийся на  $k$ -том месте и два счетчика  $i, j$ . Будем обозначать с индексом  $t$  состояние  $(S_t, i_t, j_t)$  криптосхемы на момент времени  $t$ . Начальные значения счетчиков  $i_0 = 0, j_0 = 0$ . Пусть – ключ длины  $L$  байт.

Формирование начального состояния  $S_0$ .

Пусть  $S_{-L}$  – тождественная подстановка.

Для каждого  $t, 1 \leq t \leq L$  вычисляем:

Функция перехода состояний  $F$ .

1.  $i_t = i_{t-1} + 1 \pmod{n}$ ,
2.  $j_t = j_{t-1} + s_{t-1}[i_{t-1}] \pmod{n}$ ,
3. переставляем  $s_t[i_t]$  и  $s_t[j_t]$ .

Функция выхода  $f$ .

$$z_t = s_t[(s_t[i_t] + s_t[j_t]) \pmod{n}].$$

### 3.2. Свойства выходной последовательности генератора RC4

*Предложение 3.1.* Если начальное состояние криптосхемы  $S_0, i_0 = k \pmod{n}, j_0 = k + 1 \pmod{n}$ , причем  $S_0[(k + 1) \pmod{n}] = 1$ , тогда криптосхема вернется в то же состояние через  $n(n - 1)$  шагов.

*Доказательство.* Вычислим следующее состояние криптосхемы:

$$i_1 = i_0 + 1 = k + 1 \pmod{n},$$

$$j_1 = (j_0 + S_0[i_1]) \pmod{n} = (k + 1 + S_0[(k + 1) \pmod{n}]) \pmod{n} = (k + 2) \pmod{n},$$

$$S_1[j_1] = S_0[i_1] = S_0[(k + 1) \pmod{n}] = 1, \quad S_1[i_1] = S_0[j_1] = S_0[(k + 2) \pmod{n}].$$

Т. е. получили состояние, которое отличается от  $(S_0, i_0, j_0)$  тем, что  $k' = k + 1$

и  $S_1[k' \pmod{n}] = S_0[(k' + 1) \pmod{n}] = 1$ . Заметим, что через  $n$  шагов криптос-

хема вернется в состояние  $(S_n, i_0, j_0)$ , где  $S_n$  – такая подстановка, что

$$S_n[(k + 1) \pmod{n}] = 1, \quad S_n[k \pmod{n}] = S_0[(k + 2) \pmod{n}] \quad \text{и для } \forall l \in \mathbb{Z},$$

$$l \neq k, k + 1 \pmod{n} \quad S_n[l \pmod{n}] = S_0[(l - 1) \pmod{n}], \quad \text{т. е. за } n \text{ шагов } k\text{-ый элемент}$$

сдвигается на две позиции влево, а остальные элементы подстанов-

ки сдвигаются на одну позицию вправо. Таким образом, для того, чтобы

все элементы подстановки вернулись на свои места, потребуется  $n - 1$

серия из  $n$  шагов. Т. е. получили, что через  $n(n - 1)$  шагов криптосхема

вернется в исходное состояние.

### Литература

1. Jovan Dj. Golic, Mahmoud Salmasizadeh, Ed Dawson Fast Correlation Attacks on the Summation Generator // Journal of Cryptology, vol 13, pp. 245–262, 2000.

## ИССЛЕДОВАНИЕ СВОЙСТВ УСТОЙЧИВЫХ ЗАКОНОВ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ И ИХ КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Л. Э. Гаджиева

### 1. Введение

В настоящее время для исследования различных экономических и финансовых моделей достаточно часто применяется вероятностный под-