МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ

БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

МЕХАНИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

Кафедра теоретической и прикладной механики

Брызгалов
Андрей Иванович

АЭРОДИНАМИЧЕСКИЙ РАСЧЁТ ПРОФИЛЯ НА ДОЗВУКОВЫХ СКОРОСТЯХ

Дипломная работа

Научный руководитель:
канд. физ.-мат. наук
А. Д. Чорный

Допущена к защите
"____" ________________ 2017 г.
Заведующий кафедрой теоретической и прикладной механики,
кандидат физ.-мат. наук, доцент П.Н. Конон

Минск, 2017

Оглавление

Реферат

Дипломная работа содержит:

- 40 страниц,
- 35 иллюстраций (рисунков),
- 3 приложения,
- 13 использованных источника.

Ключевые слова: система Прандтля, давление, подъёмная сила, трение, сопротивление, управление пограничным слоем, численное решение, эксперимент.

В данной дипломной работе производится расчёт сопротивления крыла самолёта и вводится рекомендация по его уменьшению.

Целью работы является определение сопротивления крыла самолёта рас-чётным путём с использованием простых эмпирических формул и посредством интегрирования уравнений пограничного слоя, проведение сравнения результатов различных методов и эксперимента.

В дипломной работе получены следующие результаты:

1) Проведён расчёт сопротивления трения посредством интегрирования уравнений пограничного слоя со сравнением результатов нескольких методов.

2) Вычислено полное сопротивление по эмпирическим формулам с сов-падением эксперимента 10%.

3) На основе решения системы уравнений пограничного слоя представлены рекомендации по уменьшении сопротивления трения на 5% с верхней сто-роны и 19% с нижней.

4) Представлен инструмент определения точки отрыва и мер по его предотвращению.

Дипломная работа носит практический характер с приложением к аэро-динамике самолёта. С небольшими видоизменениями расчёт может быть рас-пространён на определение сопротивления морских судов, подводных лодок, беспилотных летательных аппаратов, снарядов, дирижаблей.

Все результаты соответствуют экспериментальным измерениям и физически правдоподобны в случае отсутствия эксперимента.

Дипломная работа выполнена автором самостоятельно.

Рэферат

Дыпломная праца змяшчае:

- 40 старонак,
- 35 ілюстрацыі (малюнакі),
- 3 дадатак,
- 13 выкарыстаных крыніцы.

Ключавые словы: сістэма Прандтля, ціск, пад'ёмная сіла, трэнне, супраціў, кіраванне памежным пластом, колькасную рашэнне, эксперымент.

У дадзенай дыпломнай працы выпрабляецца разлік супраціву крыла самалёта і ўводзіцца рэкамендацыя па яго памяншэнню.

Мэтай працы з'яўляецца вызначэнне супраціву крыла самалёта рас-цотных шляхам з выкарыстаннем простых эмпірычных формул і з дапамогай інтэгравання раўнанняў памежнага пласта, правядзенне параўнання вынікаў розных метадаў і эксперыменту.

У дыпломнай працы атрыманы наступныя вынікі:

1) Праведзены разлік супраціву трэння пасродкам інтэгравання раўнанняў памежнага пласта з параўнаннем вынікаў некалькіх метадаў.
2) Вылічана поўнае супраціў па эмпірычным формулах з супадзеннем эксперыменту 10%.
3) На аснове рашэння сістэмы раўнанняў памежнага пласта прадстаўлены рэкамендацыі па памяншэнні супраціву трэння на 5% з верхняй боку і 19% з ніжняй.
4) Прадстаўлены прылада вызначэння пункту адрыву і мер па яго прадухіленні.

З невялікімі перайначанай разлік можа быць распространён на вызначэнне супраціву марскіх судоў, падводных лодак, беспілотных лятальных апаратаў, снарадаў, дырыжабляў.

Усе вынікі адпавядаюць эксперыментальным вымярэннях і фізічна праўдападобныя ў выпадку адсутнасці эксперыменту.

Дыпломная праца выканана аўтарам самастойна.

Abstract

Course work includes:

- 40 pages
- 35 pictures (figure)
- 3 application
- 13sources used.

Keywords: Prandtl system, pressure, lifting force, friction, resistance, boundary layer control, numerical solution, experiment.

In this graduation work the calculation of the drag of the wing of the aircraft is made and a recommendation is made for its reduction.

The aim of the paper is to determine the resistance of an airplane wing in a straightforward manner using simple empirical formulas and by integrating boundary layer equations, comparing the results of various methods and experiments.

In the thesis the following results were obtained:

1) Calculation of the friction resistance by integrating the boundary layer equations with the comparison of the results of several methods is carried out.

2) The total resistance was calculated from empirical formulas with the coincidence of the experiment 10%.

3) Based on the solution of the system of boundary layer equations, recommendations for reducing frictional resistance by 5% from the upper side and 19% from the bottom are presented.

4) A tool for determining the separation point and measures to prevent it is presented.

The diploma work is practical in nature with an application to the airplane dynamics of an airplane. With small modifications, the calculation can be extended to determine the resistance of sea-going vessels, submarines, unmanned aerial vehicles, shells, airships.

All results correspond to experimental measurements and are physically plausible in the absence of an experiment.

The thesis was written by the author himself.

Введение

Аэродинамический расчёт крыла структурно можно разделить на две самостоятельных задачи. Первая - это идеальное обтекание на некотором расстоянии от поверхности, где вязкие члены малы. Вторая - вязкое обтекание в непосредственной близости от поверхности, где инерционные члены одного порядка с вязкими. Такое разделение приводит к тому, что вместо интегрирования полных уравнений Навье-Стокса вдали решают уравнения Эйлера, а вблизи поверхности систему Прандтля, являющуюся математически значительно более простой уравнений Навье-Стокса.

Нахождение подъёмной силы является задачей теории функции комплексного переменного, и для определения распределения скоростей, коэффициента подъёмной силы, точки приложения подъёмной силы необходимо знать конформное отображение профиля на круг.

Сопротивление подразделяется на сопротивление давления, индуктивное сопротивление и сопротивление трения. Сопротивление давления появляется из-за оттеснения линий тока от поверхности, так как обтекание всё-таки неидеальное и на лобовую часть попросту действует большее давление, чем на тыльную. Индуктивное сопротивление вызывается наличием подъёмной силы и, как правило, выражается простой аналитической формулой через коэффициент подъёмной силы. Сопротивление трения является следствием вязкости. Частицы жидкости прилипают к поверхности и увлекаютя за собой частицами из потока на некотором удалении от поверхности. Сопротивление давления и сопротивление трения образуют вместе профильное сопротивление, которое и является в результирующим. Не рассматривается вихревое сопротивление, проявляющееся вследствие уноса вихрями части энергии и волновое сопротивление, имеющее место при сверхзвуковых скоростях. Нахождение сопротивления является гидродинамической задачей, а именно задачей теории пограничного слоя, которая моделируется системой Прандтля. Здесь существует два режима течения: ламинарный и турбулентный, которые оба описываются основной системой уравнений пограничного слоя. Преимущественно все течения являются турбулентными и можно было бы вести расчёт пограничного слоя, считая обтекание полностью турбулентным вледствие малости ламинарного участка, однако ламинарное обтекание даёт некоторую выгоду в уменьшении сопротивления трения и возможности не такой тщательной обработки поверхности. К тому же наличие турбулентного пограничного слоя может оказаться уместным, так как при нём затягивается точка отрыва, что также влечёт за собой уменьшение сопротивления.

Математическая теория ламинарного пограничного разработана значительно лучше теории турбулентного пограничного слоя. Существует также ряд аналитических решений простейших задач. В случае турбулентного обтекания приходится пользоваться эпирическими и полуэмпирическими методами, притом расчёт вести только численно. Существует небольшое количество аналитических выражений, являющихся обобщением обработки экспериментальных результатов, где подобие эксперимента и каждой конкрентной задачи моделируется по числу Рейнольдса. В данной работе рассматривается аэродинамический расчёт крылового профиля в приближении несжимаемой жидкости на примере профиля В-12, взятого из аэродинамического атласа [7] и одного конкретно взятого режима обтекания, соответствующего расчёту газа как несжимаемого.

Глава 1

Подъёмная сила.

Основными характеристиками при определении подъёмной силы являются подъёмная сила и главный момент подъёмной силы.

Подъёмная сила — составляющая полной аэродинамической силы, перпендикулярная вектору скорости движения тела в потоке газа, возникающая в результате несимметричности обтекания тела потоком. Полная аэродинамическая сила — это интеграл от давления вокруг контура профиля крыла [8].

$$\boldsymbol{R} = \oint\limits_C p\mathbf{n}\, ds,$$

где $\mathbf{R}$ - главный вектор сил давления со стороны обтекаемого тела на жидкость. Или по известной формуле Жуковского

$$\boldsymbol{R} = -i\rho\, \boldsymbol{V}_\infty \Gamma,$$

где

$$\Gamma = \oint\limits_C \boldsymbol{V} \cdot \boldsymbol{ds}.$$

Если считать среду полностью идеальной, то $\boldsymbol{R}$ является и подъёмной силой, так как в идеальной жидкости отсутствует сопротивление при движении твёрдого тела (парадокс Даламбера).

Главный момент - момент, возникающий при действии подъёмной силы и направленный вдоль размаха крыла [8].

$$L_0 = -\oint\limits_C (\mathbf{r} \times \mathbf{n})_C\, p\, ds,$$

1.1 Краткие теоретические сведения.

В общем случае задача ставится в рамках теории функции комплексной переменной, где во главе стоит разыскание комплексного потенциала, тогда по формулам

Чаплыгина имеем

$$\overline{\boldsymbol{R}} = \frac{\rho i}{2}\oint\limits_C \left(\frac{d\chi}{dz}\right)^2 ds, \tag{1.1a}$$

$$L_0 = -\frac{\rho}{2}\Re\oint\limits_C \left(\frac{d\chi}{dz}\right)^2 z\, ds. \tag{1.1b}$$

Проведя более подробный анализ можно установить, что подъёмная сила и момент зависят вообще от отображения профиля крыла на круг. Пользуясь тем, что отображающая функция является аналитической, разложим её в ряд Лорана на бесконечности

$$z = f(\zeta) = m_\infty\zeta + m_0 + \frac{m_1}{\zeta} + \frac{m_2}{\zeta^2} + \ldots, \tag{1.2}$$

где $m_\infty, m_0, m_1...$ - некоторые комплексные коэффициенты, тогда для сопряжённой скорости имеем выражение

$$\overline{V} = \frac{d\chi}{dz} = \frac{d\chi^*}{d\zeta} : \frac{dz}{d\zeta} = \overline{V}_\infty + \frac{\Gamma}{2\pi i m_\infty}\frac{1}{\zeta} + \left(\frac{m_1}{m_\infty}\overline{V}_\infty - a^2 V_\infty\right)\frac{1}{\zeta^2} + \ldots \tag{1.3}$$

Подставив выражение (1.3) в (1.1a) и проведя операцию интегрирования по замкнутому контуру получим [8]

$$\overline{\boldsymbol{R}} = 2\pi\rho m_\infty a|V_\infty|^2[e^{i(\varepsilon_0 - 2\theta_\infty)} - e^{-i\varepsilon_0}] \tag{1.4}$$

где θ_∞ угол набегания потока, ε_0 полярный угол точки, в которую переходит задняя кромка профиля при отображении (1.2). Проделав похожую процедуру с уравнением (1.1b) и взяв впоследствии действительную часть получим

$$L_0 = -2\pi\rho m_\infty|V_\infty|^2\Re\, i[(m_1 - a m_0 e^{i\varepsilon_0})e^{-2i\theta_\infty} + a m_0 e^{-i\varepsilon_0}], \tag{1.5}$$

Как правило на практике выражение (1.5) приводят к форме

$$L_0 = L_{O'} + x_{O'}R_y - y_{O'}R_x \tag{1.6}$$

или в комплексной форме

$$L_0 = L_{O'} + \Re(iz_{O'}\overline{\boldsymbol{R}}),$$

где $L_{O'}$ не зависит от угла атаки, R_x, R_y составляющие подъёмной силы, $x_{O'}$, $y_{O'}$ точка приложения подъёмной силы или *фокус*. Фокус выбираетя из условия равенства нулю выражения для момента(1.5), т.е.

$$m_1 - a(m_0 - z_{O'})e^{i\varepsilon_0} = 0,$$

или

$$z_{O'} = m_0 - \frac{m_1}{a}e^{-i\varepsilon_0},$$

тогда момент относительно этой точки будет равен

$$L_{O'} = -2\pi\rho m_\infty|V_\infty|^2\Re i m_1 e^{-2i\varepsilon_0},$$

и окажется независимым от угла набегания потока θ_∞, а следовательно, и от угла атаки α.

Можно заметить, что все выражения имеют одно упрощающее свойство - подъёмная сила и момент зависят только от первых трёх коэффициентов m_∞, m_0, m_1 отображения профиля на круг (1.2). Это всё из-за того, что интегралы (1.1) подсчитываются по теории вычетов и ненулевым оказывается интеграл только от минус первой степени.

1.2 Несжимаемое обтекание.

1.2.1 Приближение тонкого крыла.

При проектировании сверх- и трансзвуковых самолетов применяют стреловидное крыло, которое делает нормальную скорость к профилю $V_\infty \sin\chi$, χ - угол стреловидности. Это позволяет затянуть возникновение скачка до бо́льших чисел Маха. С этой же целью применяют и тонкие крылья и чем тоньше крыло тем меньше градиент даления на нём и тем при бо́льших числах Маха может лететь самолёт без возникновения скачков уплотнения, что повлекло бы за собой катастрофическое увеличение сопротивления. Расчёт по теории тонкого крыла достаточно прост и может служить первым приближением и для толстого крыла при учёте только его средней линии. Упрощающими предположениями служат малая кривизна профиля, обращение в нуль на концах отрезка $(-a, a)$ уравнения профиля $y = F(x)$ и бесконечная малость второй производной в точках $x = \pm a$

Метод Седова.

Рассмотрим метод, предложенный Седовым Л.И. [3]. Уравнение формы профиля задаётся

$$y = F(x).$$

Он особенно удобен, так как все вычисления доведены до конечных соотношений

$$\Gamma = -2aV_\infty \left\{ \pi\alpha + \int_{-a}^{a} \frac{F(\xi)\,d\xi}{(a-\xi)\sqrt{a^2-\xi^2}} \right\}, \tag{1.7a}$$

$$X = -2\rho a V_\infty^2 \alpha \left\{ \pi\alpha + \int_{-a}^{a} \frac{F(\xi)\,d\xi}{(a-\xi)\sqrt{a^2-\xi^2}} \right\}, \tag{1.7b}$$

$$Y = 2\rho a V_\infty^2 \left\{ \pi\alpha + \int_{-a}^{a} \frac{F(\xi)\,d\xi}{(a-\xi)\sqrt{a^2-\xi^2}} \right\}, \tag{1.7c}$$

$$L = -\rho V_\infty^2 \left\{ \pi\alpha a^2 - 2\int_{-a}^{a} \frac{F(\xi)\xi\,d\xi}{\sqrt{a^2-\xi^2}} \right\} \tag{1.7d}$$

где a - половина толщины крыла. Как видим, здесь присутствует составляющая вдоль x, которой вроде бы быть не должно в силу парадокса Даламбера. Это объясняется тем, что хоть профиль и расположен прямо по потоку, линия нулевой подъёмной силы проходит через заднюю кромку и вершину профиля, т.е. скорость направлена не от носика к хвосту, а от вершины к хвосту, тогда подъёмная сила перпендикулярна этому новому напрвлению, что и даёт составляющую вдоль x.

Метод Нужина.

Если профиль симметричен, то, как и в предыдущем случае, его форма задаётся в виде [2]

$$y = F(x).$$

Причём $F(x)$ является нечётной функцией. Затем строится разложение в ряд Фурье производной от данного выражения

$$F'(x) = \frac{B_0}{2} + \sum_{n=0}^{\infty} B_n \cos n\theta \tag{1.8}$$

и необходимые формулы принимают вид

$$\Gamma = 2\pi a V_\infty \left(\frac{B_0 + B_1}{2} - \alpha \right), \tag{1.9a}$$

$$X = 2\pi a \rho V^2 \alpha \left(\frac{B_0 + B_1}{2} - \alpha \right), \tag{1.9b}$$

$$Y = -2\pi a \rho V^2 \left(\frac{B_0 + B_1}{2} - \alpha \right), \tag{1.9c}$$

$$L = \frac{\pi \rho V^2 a^2}{2} (2\alpha - B_0 + B_2) \tag{1.9d}$$

Таким образом мы видим, что для вычисления сил достаточно знать три первых коэффициента разложения (1.8)

1.2.2 Экспериментальные данные.

Любая теория нуждается в экспериментальном подтверждении. В качестве проверки результатов, полученных расчётным путём, прилагаются данные аэродинамического атласа [7] для профиля $B - 12$ табл. 4 и рис. 30 и параметры окружающей среды [13]. Как известно из курса экспериментальной аэродинамики, подъёмная сила и сопротивление равны

$$Y = c_y S \frac{\rho V^2}{2}$$

$$X = c_x S \frac{\rho V^2}{2}$$

В приложении дано распределение давления табл. 6, по которому, собственно, и определяются коэффициенты c_y как

$$c_y = \left(\int\limits_{C_{\text{нижн}}} \overline{p}\, dx - \int\limits_{C_{\text{верхн}}} \overline{p}\, dx \right) / b.$$

Там же построены графики c_x рис. 32 и c_y рис. 31 по таблице аэродинамических коэффициентов табл. 5

1.3 Сжимаемое обтекание.

Нахождение скорости $V_{\text{сж}}$ и коэффициента давления $\overline{p} = \dfrac{p - p_0}{q}$ происходит пересчётом с несжимаемого течения методом Христиановича [1].

По заданному числу M_∞ определяется относительная скорость

$$\lambda_\infty = \left(\frac{\gamma + 1}{2} M_\infty^2 \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_\infty^2 \right)^{-1} \right)^{1/2} \tag{1.10}$$

Из таблицы находим фиктивную скорость Λ_∞ несжимаемого потока, соответствующую величине λ_∞ и для выбранного значения $\overline{p}_{\text{несж}}$ из уравнения Бернулли

$$\overline{p}_{\text{несж}} = 1 - \left(\frac{\Lambda}{\Lambda_\infty} \right)^2 \tag{1.11}$$

определяется местная фиктивная скорость

$$\Lambda = \Lambda_\infty \sqrt{1 - \overline{p}_{\text{несж}}} \tag{1.12}$$

Из таблицы находим, зная Λ, местную истинную скорость сжимаемого потока λ, а по формуле

$$p = p_\infty \left(1 - \frac{V^2}{V_{\text{max}}^2} \right)^{\gamma/(\gamma - 1)}, \tag{1.13}$$

в которой следует принять

$$\frac{V^2}{V_{\text{max}}^2} = \frac{\gamma - 1}{\gamma + 1} \lambda^2 \tag{1.14}$$

вычисляем давление p. Коэффициент давления определяем по формуле

$$\overline{p} = 2 \, \frac{p/p_\infty - 1}{\gamma M_\infty^2} \tag{1.15}$$

Глава 2

Сопротивление.

Полное сопротивление тела состоит из *сопротивления трения*

$$W_f = \oint\limits_C \tau(s)\,ds$$

и *сопротивления давления*

$$W_{pressure} = \oint\limits_C p_n(s)\,ds,$$

равное нулю при обтекании идеальной жидкостью и возникающее при вязком обтекании, так как пограничный слой влияет и на распределение давления. Сумму обоих сопротивлений называют профильным сопротивлением

$$W_p = W_f + W_{pressure},$$

которое можно узнать замерив распределение скоростей в спутной струе и применив теорему импульсов

$$W_p = b\rho \int\limits_{-\infty}^{+\infty} u(U_\infty - u)\,dy.$$

Заметим, что для пластины сопротивление трения и профильное сопротивление совпадают, так как там нулевой градиент давления остаётся неизменным.

В практической аэродинамике, исходя из соображений размерности, вводят коэффициенты сопротивления c_f - коэффициент сопротивления трения

$$\mathbf{X}_f = c_f \frac{1}{2}\rho V^2, S \tag{2.1}$$

c_{xp} - коэффициент профильного сопротивления

$$\mathbf{X}_p = c_{xp} \frac{1}{2}\rho V^2, S \tag{2.2}$$

c_x - коэффициент сопротивления

$$\mathbf{X} = c_x \frac{1}{2}\rho V^2, S \tag{2.3}$$

c'_f - местный коэффициент сопротивления

$$\tau(x) = c'_f \frac{1}{2} \rho V^2. \tag{2.4}$$

Причём c_x имеет зависимость

$$c_x = c_{xp} + \frac{c_y^2}{\pi \lambda} \tag{2.5}$$

Расчёт сопротивления трения является преимущественно задачей теории пограничного слоя и сводится в конечном счёте к определению толщины потери импульса на задней кромке для определения профильного сопротивления. Знание профиля скорости вдоль всей поверхности необходимо при управлении пограничным слоем. Расчёт пограничного слоя состоит из расчёта его ламинарного и турбулентного участков. Иногда предполагают, что пограничный слой турбулентен с передней кромки, в данной работе учтём наличие ламинарного участка.

2.1 Краткие теоретические сведения.

Теория пограничного слоя является упрощённой формой уравнений Навье-Стокса, верной для пристеночных течений или течений с разделом в окрестности границы. При выводе уравнений использовались две гипотезы:

- в непосредственной близости от стенки инерционные и вязкие члены одного порядка;
- давление поперёк пограничного слоя постоянно.

Эти предположения позволяют пренебречь второй производной по продольной координате. В итоге имеем модель, описывающую течения в пограничном слое, называемую *системой Прандтля*

$$\left.\begin{aligned} &u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho}\frac{dp}{dx} + \nu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \\ &\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \end{aligned}\right\} \tag{2.6}$$

При решении большого числа задач, приемущественно турбулентного режима обтекания, применяют проинтегрированную форму системы Прандтля. Вводят характеристики пограничного слоя

$$\delta_1 = \int\limits_0^\infty 1 - \frac{u}{U}\, dy \tag{2.7}$$

$$\delta_2 = \int\limits_0^\infty \frac{u}{U}\left(1 - \frac{u}{U}\right)\, dy \tag{2.8}$$

$$H = \frac{\delta_1}{\delta_2} \tag{2.9}$$

и, подставив уравнение неразрывности в уравнение движения и проинтегрировав, получают так называемое *соотношение Кармана-Польгаузена*

$$\frac{d\delta_2}{dx} + (2+H)\frac{\delta_2}{U}\frac{dU}{dx} = \frac{\tau_0}{\rho U^2}, \tag{2.10}$$

За толщину пограничного слоя принимается расстояние, на котором скорость в пограничном слое отличается от скорости внешнего течения на 1 %. Оценки толщины пограничного слоя

$$\delta_l = 5\frac{L}{\sqrt{Re}}, \quad \text{для ламинарного режима}$$

$$\delta_t = 0{,}37\frac{L}{\sqrt[5]{Re}}, \quad \text{для турбулентного режима}$$

показывают, что толщина пограничного слоя мала. Так, например, при $Re = 1{,}7\times10^6$ и $L = 1$ м $\delta_l = 3{,}8$ мм, $\delta_t = 21{,}0$ мм.

Ламинарный пограничный слой легче поддаётся анализу. Существуют как численные решения (конечно-разностные схемы), так и аналитические (разложение в ряды, конечные соотношения). В турбулентном пограничном слое существуют эмпирические и полуэмпирические теории. В старых методах, как правило, интегрируется уравнение (2.10), где зависимость касательного трения на стенке получается после обработки экспериментальных данных. В новых методах интегрируется система (2.6), где к ламинарной вязкости добавляется турбулентная.Для получения турбулентной вязкости вводится доплнительное дифференциальное уравнение или несколько уравнений, где турбулентная вязкость определяется из соображений размерности для искомых величин из дополнительных уравнений.

Основная гипотеза, используемая при расчёте турбулентных течений, *гипотеза Прандтля* говорит, что турбулентное трение

$$\tau_t = -\rho\overline{u'v'} \tag{2.11}$$

можно принять как

$$\tau_t = \rho(\kappa y)^2 \left|\frac{d\overline{u}}{dy}\right| \frac{d\overline{u}}{dy}.$$

Весь пограничный слой разделяется на 3 части: вязкой подслой с линейным распределением скоростей, переходная область и турбулентное ядро, где собственно и присутствует только турбулентное трение (2.11)

2.2 Ламинарный пограничный слой.

Расчёт проведём двумя способами: разложением в ряд и численным методом. При построении решения будем ориентироваться на готовые результаты классических задач [9] в упрощённой постановке. Решение будем строить то точки отрыва пограничного слоя либо, что обычно на практике и наблюдается, то точки перехода ламинарного режима течения в турбулентное, которое наступает либо при достижении $Re = 3\times10^5$, либо в точке минимума давления [9]

2.2.1 Классические решения.

Основными решениями в теории пограничного слоя являются решение Фолкнер-Скэн [9] для пластины, наклонённой под углом к набегающему потоку и Блазиуса [9] для плоской пластины, расположенной по потоку. Они же являются точными решениями системы Прандтля.

Решение Блазиуса.

Описано во всех учебниках по гидродинамике. Упрощающим своиством служит отсутствие градиента давления. Для нас представляют интерес определяющие характеристики пограничного слоя

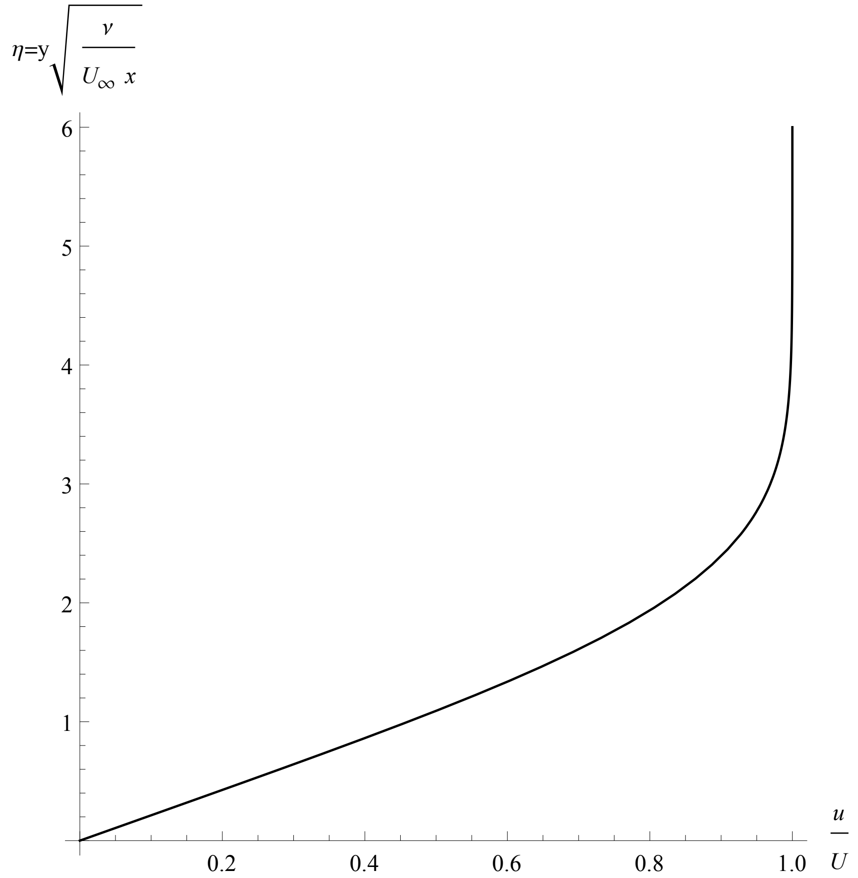

Рис. 2.1. Профиль Блазиуса.

δ[м]	δ_1 [м]	δ_2 [м]	H	c_f	c'_f
$5\dfrac{L}{\sqrt{Re}}$	$1{,}7208\dfrac{L}{\sqrt{Re}}$	$0{,}664\dfrac{L}{\sqrt{Re}}$	2,59	$\dfrac{1{,}328}{\sqrt{Re}}$	$\dfrac{0{,}664}{\sqrt{Re}}$

Таблица 2.1. Определяющие характеристики в задаче Блазиуса

Решение Фолкнер-Скэн.

При потенциальном обтекании наклонённой под углом пластины потенциальное распределение скорости степенным образом зависит от координаты

$$U(x) = Cx^m,$$

причём

$$m = \frac{\beta}{2-\beta}$$
$$\alpha = \frac{\beta}{2}\pi$$

где α - угол атаки в радианах. Введением функции тока система Прандтля (2.6) сводится к одному уравнению

$$f''' + ff'' + \beta(1 - f'^2) = 0$$

с граничными условиями

$$f = 0, \quad f' = 0 \text{ при } \eta = 0 \quad \text{и} \quad f' = 1 \text{ при } \eta = \infty,$$

где

$$\eta = y\sqrt{\frac{m+1}{2}\frac{U}{\nu x}}$$

Скорость определяется как

$$u = U_\infty f'(\eta).$$

Анализ решения показывает, что течение безотрывное на протяжении всей пластины и отрыв происходит при $\beta = -0{,}19884$, что соответствует углу атаки $\alpha = 17°$. Также основные основные результаты решения уравнений пограничного слоя можно представить в форме

$$c_f = \frac{\alpha}{\sqrt{Re}}, \quad \delta_1 = \frac{\beta}{\sqrt{Re}}, \quad \delta_2 = \frac{\gamma}{\sqrt{Re}}$$

	Верхняя поверхность				*Нижняя поверхность*			
уг.атаки, [°]	α	β	γ	H	α	β	γ	H
0	1,328	1,7208	0,664	2,59	1,328	1,7208	0,664	2,59
2	1,237	1,7863	0,680	2,62	1,416	1,6414	0,649	2,56
4	1,143	1,8593	0,698	2,66	1,501	1,6072	0,634	2,53
6	1,043	1,9420	0,716	2,71	1,583	1,5573	0,620	2,51
9	0,881	2,0906	0,746	2,80	1,703	1,4891	0,600	2,48

Таблица 2.2. Характеристики пограничного слоя для наклонной пластины

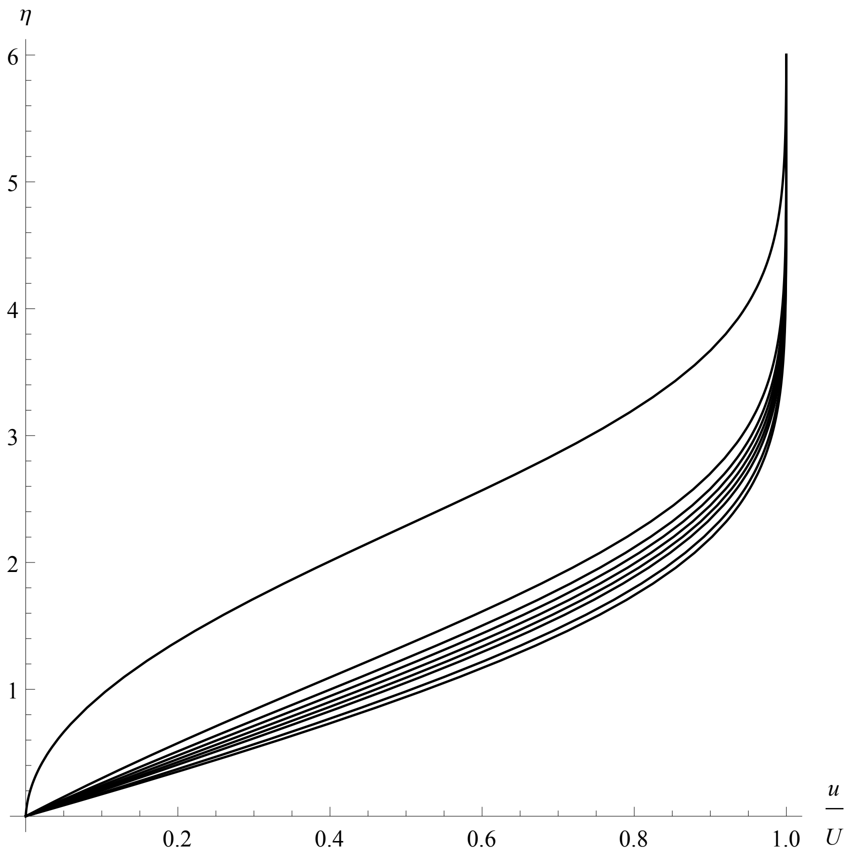

Рис. 2.2. Профиль скорости с углами атаки от 9° до -9° справа налево. Крайний левый профиль соответствует критическому предотрывному течению.

2.2.2 Раложение в ряд при несжимаемом течении.

Применим локально однопараметрический метод Лойцянского [6]

Даёт более точные результаты по касательному трению на стенке и отрыву по сравнению с методом Кармана-Польгаузена. Метод позволяет определять касательное трение, отрыв, толщину потери импульса, толщину вытеснения, распределение скоротей в пограничном слое.

Вводится три формпараметра

$$f_1 = U'z,\ f_2 = U\,U''z^2,\ f_3 = U^2U'''z^3, \tag{2.12}$$

где $z = \dfrac{\delta_2^2}{\nu}$, δ_2 - толщина потери импульса.

Касательное трение и толщина вытеснения находятся из выражений

$$\left.\begin{array}{l} \zeta = 0{,}2204 + 1{,}735f_1 - 2{,}4188f_1^2 - 0{,}2992f_2 + 18{,}234f_1^3 - 0{,}1653f_1f_2 + 0{,}0937f_3 \\ H = 2{,}5919 - 5{,}4282f_1 + 21{,}914f_1^2 + 1{,}4741f_2 - 163{,}06f_1^3 - 4{,}8076f_1f_2 - 0{,}50613f_3 \\ F = 0{,}4408 - 5{,}7139f_1 + 6{,}0189f_1^2 - 0{,}5984f_2 - 7{,}3611f_1^3 - 3{,}2753f_1f_2 - 1{,}0123f_3 \end{array}\right\} \tag{2.13}$$

а толщина потери импульса из дифференциального уравнения

$$\frac{dz}{dx} = \frac{F(f_1(x), f_2(x), f_3(x))}{U(x)}, \qquad z(0) = \frac{0{,}0854}{U'(0),} \tag{2.14}$$

где F - вспомогательная функция и

$$\zeta = \left.\frac{d(u/U)}{d(y/\delta_2)}\right|_{y=0}$$
$$H = \frac{\delta_1}{\delta_2}.$$

Таким образом касательное трение на стенке находится из выражения

$$\mu \left.\frac{du}{dy}\right|_{y=0} = \mu\frac{\zeta U}{\delta_2} \tag{2.15}$$

Распределение скоростей по пограничному слою находится из однопараметрического приближения с помощью затабулированной функции $\Phi(\xi, f_1)$, $\xi = 0{,}47\left(\frac{y}{\delta_2}\right)$

$$\begin{aligned}
&\frac{u}{U} = \frac{d\Phi}{d\xi}\\
&f_1 = \frac{aU'}{U^b}\int\limits_0^x U^{b-1}dx, \quad a = 0{,}4408,\ b = 5{,}714\\
&\delta_2 = \left(\nu\,\frac{f_1}{U'}\right)^{\frac{1}{2}}.
\end{aligned} \tag{2.16}$$

Отрыв происходит при $f_1 = -0{,}0852$.

2.2.3 Численный метод.

Приведем систему Прандтля к безразмерному виду, не зависящему от числа Рейнольдса. Сделаем замену переменных

$$u' = \frac{u}{U_\infty} \quad v' = \frac{v}{U_\infty}\sqrt{Re}$$
$$x' = \frac{x}{L} \quad y' = \frac{y}{L}\sqrt{Re},$$

уравнения пограничного слоя приведутся к следующему виду

$$u'\frac{\partial u'}{\partial x'} + v'\frac{\partial u'}{\partial y'} = U'\frac{\partial U'}{\partial x'} + \frac{\partial^2 u'}{\partial y'^2}$$
$$\frac{\partial u'}{\partial x'} + \frac{\partial v'}{\partial y'}$$

с граничными условиями

$$u' = 0, \quad v' = 0 \quad \text{при} \quad y' = 0$$
$$u' = U'(x') \quad \text{при} \quad y' = \infty$$

Решение будем строить разностным методом, взятым из [11]. На плоскости (x,y) вводим основную прямоугольную сетку

$$x = n\Delta x, \quad y = m\Delta y, \quad m, n = 0, 1, 2, ...$$

и вспомогательную полуцелую сетку

$$
\begin{array}{cc}
x + n\Delta x, & y = (m + 1/2)\Delta y, \\
x = (n + 1/2)\Delta x, & y = m\Delta y.
\end{array}
$$

Конечно-разностная аппроксимация записывается в следующем виде:

$$
\begin{aligned}
u_m^{n+1/2}\,\frac{u_m^{n+1} - u_m^n}{\Delta x} + v_m^{n+1/2}\,\frac{s\left(u_{m+1}^{n+1} - u_{m-1}^{n+1}\right) + (1-s)\left((u_{m+1}^n - u_{m-1}^n\right)}{2\Delta y} = \\
= \frac{1}{\Delta y^2}\left[s\left(u_{m-1}^{n+1} - 2u_m^{n+1} + u_{m+1}^{n+1}\right) + (1-s)\left(u_{m-1}^n - 2u_m^n + \right.\right. \\
\left.\left. + u_{m+1}^n\right)\right] - \frac{p^{n+1} - p^n}{\Delta x}, \qquad m = 1, 2, ... \quad (2.17)
\end{aligned}
$$

Уравнение неразрывности аппроксимируется разностным уравнением

$$
\frac{1}{2}\left[(u_m^{n+1} - u_m^n)/\Delta x + (u_{m+1}^{n+1} - u_{m+1}^n)/\Delta x\right] = (v_{m+1}^{n+1/2} - v_m^{n+1/2})/\Delta y,
$$

которое служит для нахождения значений $v_m^{n+1/2}$- поперечной компоненты скорости на полуцелом слое $n + 1/2$. Значения u в точках с полуцелой сеткой находятся с помощью интерполяции

$$
u_m^{n+1/2} = (u_m^n + u_m^{n+1})/2.
$$

Здесь s - параметр усреднения, p^{n+1} и p^n значения давления на $(n+1)-$м и $n-$м слоях. Соотношение (2.17) может быть приведено к виду:

$$
\alpha_m u_{m-1}^{n+1} + \beta_m u_m^{n+1} + \gamma_m u_{m+1}^{n+1} = \delta_m \qquad (2.18)
$$

где

$$
\begin{aligned}
&\alpha_m = -s(v_m^{n+1/2} + 2\Delta y)/(2\Delta y), \\
&\beta_m = u_m^{n+1/2}/\Delta x + 2s/\Delta y^2, \\
&\gamma_m = s(v_m^{n+1/2} - 2\Delta y)/(2\Delta y),
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\delta_m = \frac{1-s}{2\Delta y}(v_m^{n+1/2} + 2\Delta y)u_{m-1}^n + (u_m^{n+1/2}/\Delta x - (1-s)\cdot 2/\Delta y^2)u_m^n - \\
- \frac{1-s}{2\Delta y}(v_m^{n+1/2} - 2/\Delta y)u_{m+1}^n - (p^{n+1} - p^n)/\Delta x.
\end{aligned}
$$

Система уравнений (2.18) совместно с граничными условиями

$$
\begin{array}{l}
u_0^{n+1} = 0 \quad \text{при} \quad y = 0, \\
u_M^{n+1} = u_{M-1}^{n+1} \quad \text{при} \quad y_M = M\Delta y
\end{array}
$$

решается трехточечной прогонкой, причем при $y_M = 5$ [9] скорость на границе пограничного слоя отличается от скорости во внешнем течении на 1 процент.

2.3 Турбулентный пограничный слой.

Расчёт будем проводить с учётом градиента давления и считая крыло плоской пластиной. Приближение пластины при расчёте турбулентного пограничного слоя является достаточно точным, намного точнее аналогичного в случае ламинарного пограничного слоя и подъёмной силы. К тому же существует обширное количество экспериментальных данных по пластине на все случаи жизни

2.3.1 Плоская пластина.

Основным достижением в случае с пластиной является аппроксимация профиля скоростей степенным законом [9]

$$\frac{u}{U_\infty} = \left(\frac{y}{\delta}\right)^{1/7},$$

применимым в пределах

$$5 \cdot 10^5 < Re < 10^7.$$

При использовании эмпирического закона трения

$$\frac{\tau_0}{\rho U_\infty^2} = 0{,}0225 \left(\frac{\nu}{U_\infty \delta}\right)^{1/4}$$

проинтегрируем уравнение Кармана (2.10) и получим основные характеристики пограничного слоя

c_f	c'_f	δ	δ_1	δ_2
$0{,}074(Re)^{-1/5}$	$0{,}0576(Re)^{-1/5}$	$0{,}37x(Re)^{-1/5}$	$0{,}046x(Re)^{-1/5}$	$0{,}036x(Re)^{-1/5}$

Таблица 2.3. Характеристики пограничного слоя при распределнии скорости по закону «одной седьмой».

2.3.2 Турбулентный пограничный слой с градиентом давления.

Будем использовать эмпирический метод расчёта Каменецкого [10]. Вводится формпараметр

$$f = \frac{U'\delta_2}{U} G(Re_{\delta_2}), \tag{2.19}$$

где $G(Re_{\delta_2}) = \dfrac{2}{c_{f_0}} = 153{,}2\, Re_{\delta_2}^{1/6}$ - эмпирическая формула. Формпараметр находится как решение дифференциального уравнения

$$\begin{gathered} \frac{df}{dx} = \frac{U'}{U} F(f) + \frac{U''}{U'} f \\ f(x_{\text{пер}}) = f_{\text{лам}} \end{gathered} \tag{2.20}$$

В правую часть уравнения входит неизвестная функция $F(f)$, равная

$$F = (m+1)\zeta - (2 + (m+1)(H+1))f,$$

где

$$H = \frac{\delta_1}{\delta_2}; \quad \zeta = \left(\frac{\tau_w}{\rho U^2}\right) G; \quad m = \frac{d \lg G}{d \lg Re_{\delta_2}}$$

Завимости $H(f)$; $\zeta(f)$; $F(f)$ аппроксимируются полиномами

$$\left.\begin{aligned}
&\zeta = \frac{c_f}{c_{f_0}} = 1 + 0{,}1367f + 0{,}015f^2 + 0{,}003333f^3;\\
&H = H_0 - 0{,}0701f + 0{,}02913f^2 + 0{,}01083f^3 + 0{,}001606f^4;\\
&F = F_0 - 4{,}694f + 0{,}0238f^2 - 0{,}0246f^3,
\end{aligned}\right\} \qquad (2.21)$$

где $c_{f_0} = 0{,}00326\, Re_{\delta_2}^{-1/6}$, $H_0 = \dfrac{72}{56}$, $F_0 = \dfrac{7}{6}$ - значение соответствующих величин для пластины. Отрыв происходит при $f = -6$. Среднее значение H равно 2,6.

2.4 Управление пограничным слоем

Существуют способы, позволяющие искусственно повлиять на пограничный слой так, чтобы в итоге понизить сопротивление. Работа идёт в двух направлениях: ламинаризация и затягивание точки отрыва.

Увеличения ламинарного участка добиваются проектированием профиля так, чтобы на большей части был падающий градиент давления (ламинаризованные профили),отсасывание, вдувание, тщательная обработка, применение гибких стенок. Ламинарное обтекание тем хорошо, что здесь меньше сопротивление трения чем при турбулентном режиме, для $Re = 1{,}7 \cdot 10^6$ уменьшение порядка 5 раз.

Отрыв наблюдается при повышении давления и вреден тем, что возникают возвратные течения, что в свою очередь приводит к увеличению сопротивления давления. Кроме того оторвавшийся пограничный слой искажает потенциальное обтекание, что приводит к уменьшению подъёмной силы. Самым простым способом предотвратить отрыв является турбулизация погранслоя. Турбулентный пограничный слой способен преодолевать в 2,5 раза большее повышение давления, чем ламинарный. На практике проектирования крыловых профилей используют отсасывание и вдувание.

2.4.1 Отсасывание погранслоя

Исходя из практического опыта уже существуют рекомендации как правильно нужно расположить область отсасывания, чтобы добиться желаемого результата, притом чтобы выигрыш от уменьшения сопротивления или увеличения подъёмной силы не перекрывался затраченной дополнительной мощностью. Оптимальный коэффициент расхода жидкости через поверхность [9] $c_Q = -v_0/U_\infty = 0{,}002 \ldots 0{,}004$.

Испытывемые в лабораториях области управления пограничным слоем показаны на рис. 2.3. Поясним логику такого расположения. Область отсасывния на верхней стороне целесообразно делать большей, чем на нижней потому что на верхней стороне и происходит отрыв вследствие повышения давления, на нижней же стороне отрыва нет. Особенно необходимо размещать данную область до точки минимума давления, где пограничный слой резко меняет свою структуру: переходит в турбулентный режим, увеличивается его толщина, появляется склонность к отрыву. Из рис. 2.3 отчётливо видно, что профили с преобладанием области отсасывания на верхней стороне существенно в выигрыше в расчёте на единицу отсасываемой жидкости.

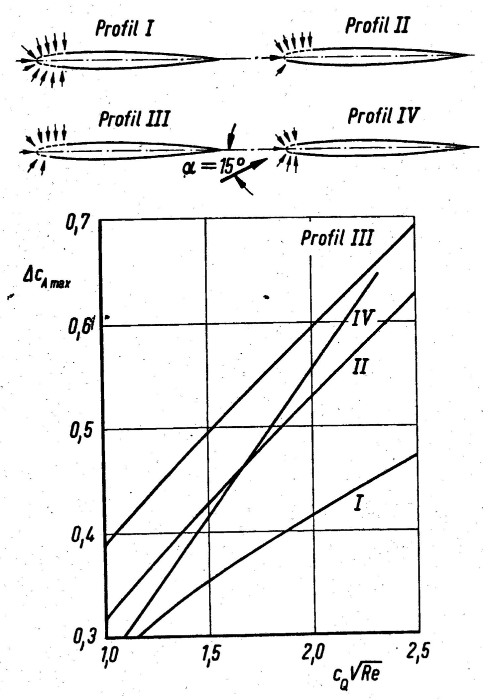

Рис. 2.3. Влияние положения области отсасывания на увеличение подъёмной силы

Существуе метод расчёта [12] как ламинарного, так и турбулентного пограничного слоя с отсасыванием, позволяющий определить точку отрыва. Математической моделью являются уравнение сохранения импульса в форме *Кармана*

$$\frac{1}{U^2}\frac{d}{dx}\left(U^2\delta_2\right)+\frac{\delta_1}{U}\frac{dU}{dx}=\frac{\tau_0}{\rho U^2}+\frac{v_0}{U} \tag{2.22}$$

и соотношение, выражающее *теорему энергии для плоского ламинарного пограничного слоя при несжимаемом течении*

$$\frac{1}{U^3}\frac{d}{dx}\left(U^3\delta_3\right)=2\frac{d+t}{\rho U^3}+\frac{v_0}{U}, \tag{2.23}$$

где δ_1, δ_2 определены соотношениями (2.7) и (2.8) соответственно, а

$$\delta_2=\int\limits_0^\infty \frac{u}{U}\left(1-\left(\frac{u}{U}\right)^2\right)dy \tag{2.24}$$

и называется толщина потери энергии.

После приведения к форме, удобной для расчёта получаем систему 2-х обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка

$$\frac{d\delta_2}{dx} = -(2+H_{12})\frac{\delta_2}{U}\frac{dU}{dx}+\frac{\tau_0}{\rho U^2}+\frac{v_0}{U}, \tag{2.25}$$

$$\frac{d\delta_3}{dx} = -3\frac{\delta_3}{U}\frac{dU}{dx}+2\frac{d+t}{\rho U^2}+\frac{v_0}{U}, \tag{2.26}$$

где

$$\frac{\tau_0}{\rho U^2} = \frac{\varepsilon(H_{32})}{Re_{\delta_2}} \qquad \text{(ламинарный)}, \tag{2.27}$$

$$\frac{\tau_0}{\rho U^2} = 0{,}045716\left(\left(H_{12}-1\right)Re_{\delta_2}\right)^{-0{,}232} e^{-1{,}260 H_{12}} \qquad \text{(турбулентный)}, \tag{2.28}$$

$$2\frac{d+t}{\rho U^2} = \frac{2D(H_{32})}{Re_{\delta_2}} \qquad \text{(ламинарный)}, \tag{2.29}$$

$$2\frac{d+t}{\rho U^2} = \frac{2D(H_{32})}{Re_{\delta_2}} \qquad \text{(турбулентный)}. \tag{2.30}$$

При этом

$$Re_{\delta_2} = \frac{U\delta_2}{\nu}, \quad H_{12} = \frac{\delta_1}{\delta_2}, \quad H_{32} = \frac{\delta_3}{\delta_2}$$

Для H_{12}, ε, D используются эмпирические зависимости как функции от H_{32}

$$\left.\begin{aligned} H_{12} &= 4{,}02922 - (583{,}60182 - 724{,}55916 H_{32} + 227{,}18220 H_{32}^2)\sqrt{H_{32} - 1.51509} \\ &\qquad 1{,}51509 \le H_{32} \ge 1{,}57258, \\ H_{12} &= 79{,}870845 - 89{,}582142 H_{32} + 25{,}715786 H_{32}^2 \\ &\qquad H_{32} > 1{,}57258 \end{aligned}\right\} \tag{2.31}$$

$$\left.\begin{aligned} \varepsilon &= 2{,}512589 - 1{,}686095 H_{12} + 0{,}391541 H_{12}^2 - 0{,}031729 H_{12}^3 \\ &\qquad 1{,}51509 \le H_{32} \ge 1{,}57258, \\ \varepsilon &= 1{,}372391 - 4{,}226253 H32 + 2{,}221687 H_{32}^3 \\ &\qquad H_{32} > 1{,}57258 \end{aligned}\right\} \tag{2.32}$$

$$D = 7{,}853976 - 10{,}260551 H_{32} + 3{,}418898 H_{32}^2 \tag{2.33}$$

В качестве начальных условий приняты параметры для пластины

$$H_{32} = 1{,}57258$$

$$\delta_2 = 0{,}664\sqrt{\frac{\nu x}{U_\infty}} \tag{2.34}$$

$$\delta_3 = H_{32}\cdot\delta_2 = 1{,}044\sqrt{\frac{\nu x}{U_\infty}} \tag{2.35}$$

Решение выполняется в следующей последовательности: выражения (2.31), (2.32), (2.33) подставляются в (2.27), (2.28), (2.29), (2.30), а потом эти развёрнутые выражения подставляются в основные уравнения (2.25) и (2.26) при начальных условиях (2.34) и (2.35). Отрыв наступает при $H_{32} = 1{,}51509$ для ламинарнрго режима и при $H_{32} = 1{,}58 \cdots 1{,}46$ для турбулентного режима.

При решении системы (2.25), (2.26) использовался неявный метод Эйлера с равномерной сеткой и шагом $\Delta x = 10^{-3}$, нахождение корня y_{n+1} уравнения $y_{n+1} =$

$y_n + h\, f(x_{n+1}, y_{n+1})$ производилось методом Ньютона [5] для систем. Условия сходимости метода Нютона для систем: существование производных до второго порядка включительно и и ограниченность второй производной, существование и ограниченность $||f_x^{-1}(x)||$ выполняются.

2.5 Коэффициенты сопротивления

Как таковой расчёт пограничного слоя сводится к определению аэродинаических коэффициентов сопротивления. Только они используются в практической аэродинамике и сопротивление считается через коэффициенты сопротивления

$$\mathbf{X} = c_x \rho \frac{U_\infty^2}{2} S, \tag{2.36}$$

где

$$c_x = c_{xp} + \frac{c_y^2}{\pi\lambda}. \tag{2.37}$$

В подавляющем числе случаев все коэффициенты сопротивления выводятся на основе обработки экспериментальных данных. Воспользуемся только уже готовой сводкой конечных формул [9] для коэффициентов трения пластины c_f и местных коэффициентов трения пластины $\tau_0 = c'_f \rho \frac{U_\infty^2}{2} b$

Автор	c_f	c'_f
Карман	$0{,}074 Re^{-1/5}$	$0{,}0592 Re^{-1/5}$
Прандтль	$0{,}455/(\lg\, Re)^{2{,}58}$	$(2\lg\, Re + 0{,}65)^{-2{,}3}$
Шульц-Грунов	$0{,}427(\lg\, Re - 0{,}407)^{-2{,}64}$	$0{,}370(\lg\, Re)^{-2{,}584}$
Никурадзе	$0{,}02666\, Re^{-0{,}139}$	$0{,}02296\, Re^{-0{,}139}$

Таблица 2.4. Сводка формул местного c'_f и полного c_f коэффициента трения для пластины

Чтобы учесть наличие ламинарного участка принимают весь погранслой турбулентным и отнимают разницу в трении ламинарного и турбулентного течения на ламинарном участке

$$c_f = \frac{0{,}455}{(\lg\, Re)^{2{,}58}} - \Delta c_f \tag{2.38}$$
$$\Delta c_f = \frac{Re_{kr}}{Re_l}(c_{ft} - c_{fl}).$$

Для профильного сопротивления крыла при нулевой подъёмной силе но с учётом градиента давления можно указать две интерполяционные формулы. Первая исходит из формы профиля [4]

$$c_{xp} = 2c_f(0{,}93 + 2{,}8\overline{c})(1 + 5\overline{c} Ma^4), \tag{2.39}$$

где $2c_f$ - коэффициент трения плоской пластины с длиной, равной хорде крыла, и с таким же, как у крыла, положением точки перехода ламинарного пограничного слоя в турбулентный. $\overline{c}$ - относительная толщина профиля.

Вторая из потенциального распределения скоростей [9]

$$c_{xp} = \frac{0{,}074}{Re^{1/5}} \left[\int\limits_{x_{kr}/l}^{1} \left(\frac{U}{U_\infty} \right)^{3{,}5} d\left(\frac{x}{l} \right) + C \right]^{0{,}8} \tag{2.40}$$

$$C = 62{,}5 \left(\frac{\delta_{2\,kr}}{l} \right)^{5/4} Re^{-1/4} \left(\frac{U_{krit}}{U_\infty} \right)^{3{,}75}$$

Глава 3

Выполнение расчёта.

Все вычисления будем проводить для одного режима полёта при следующих исходных данных [7, 13]

- $H = 500\,\text{м}$ - высота
- $\rho = 1{,}1673\,\text{кг}/\text{м}^3$ - плотность
- $T = 284\,K$ - температура
- $\nu = 1{,}52 \times 10^{-5}\,\text{м}^2/\text{с}$ - кинематическая вязкость
- $Re = 1{,}7 \times 10^6\,(V = 25\,\text{м}/\text{с})$ - число Рейнольдса
- $b = 1\,\text{м}$ - ширина крыла
- $\lambda = 5$, $\lambda = l^2/S$ - удлиннение крыла
- $c_y = 0{,}4$ - коэффициент подъёмной силы

3.1 Подъёмная сила.

Рассчитаем подъёмную силу и момент по теории тонкого крыла. Для этого возьмём данные из Приложения из табл. 4 и покажем наглядно на профиле рис. 3.1 коэффициент подъёмной силы рис. 3.2 и момента рис. 3.3

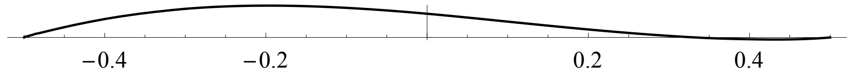

Рис. 3.1. Средняя линия профиля.

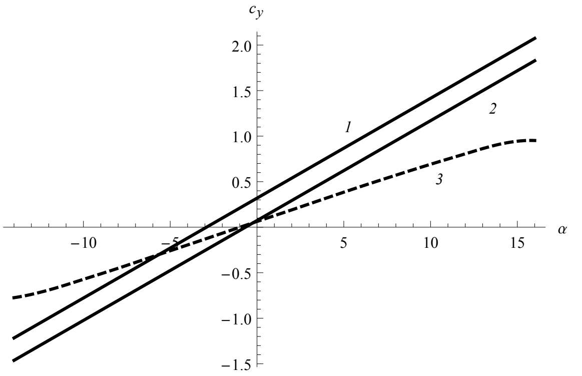

Рис. 3.2. Сравнение c_y расчётных и экспериментальных.1 - Метод Нужина (1.9c), 2 - Метод Седова (1.7c), 3 - эксперимент табл. 5.

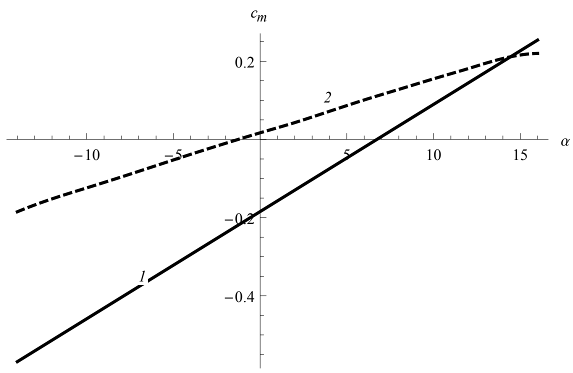

Рис. 3.3. Сравнение c_m расчётных и экспериментальных. 1 - Метод Седова (1.7d), 2 - эксперимент табл. 5.

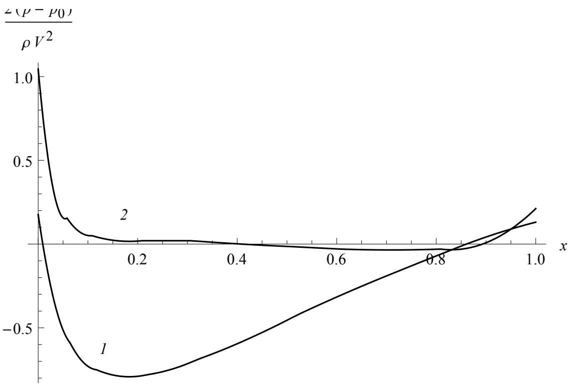

Рис. 3.4. Распределение давления. 1 - верхняя сторона, 2 - нижняя сторона.

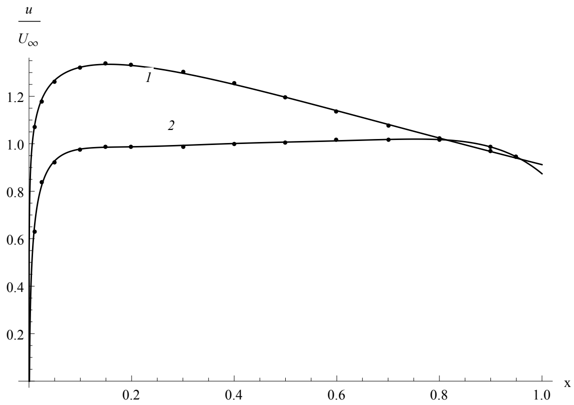

Рис. 3.5. Распределение скорости. 1 - верхняя сторона, 2 - нижняя сторона.

3.2 Сопротивление

Расчёт ведётся по распределению давления и скоростей, показанных на рис. 3.4 и рис. 3.5 За точку перехода [7] на верхней границе примем точку $\overline{x}_{.} = 0{,}33$ на нижней границе $\overline{x}_{\overline{c}} = 0{,}65$ В качестве ориентировочных результатов примем приближение плоской пластины и сравним основные характеристики на рис. 3.6. Расчёт сопротивления и коэффициента сопротивления с учётом точек пеерхода на верхней и нижней сторонах оформим в виде таблицы табл. 3.1. Точка перехода для плоской пластины была выбрана из условия $Re_{\text{пер}} = 3 \cdot 10^5$ [9] $x_{krit} = 0{,}19$.

	Верх. ст.	Ниж. ст.	Пластина	Вся пластина (накл.)	Вся пластина (плоск.)
c_{fl}	0,00191	0,00269	0,00242	0,00230	0,00485
W $[H]$	0,126	0,177	0,160	0,303	0,320

Таблица 3.1. Коэффициент трения c_{fl} и сопротивление трения W для пластины

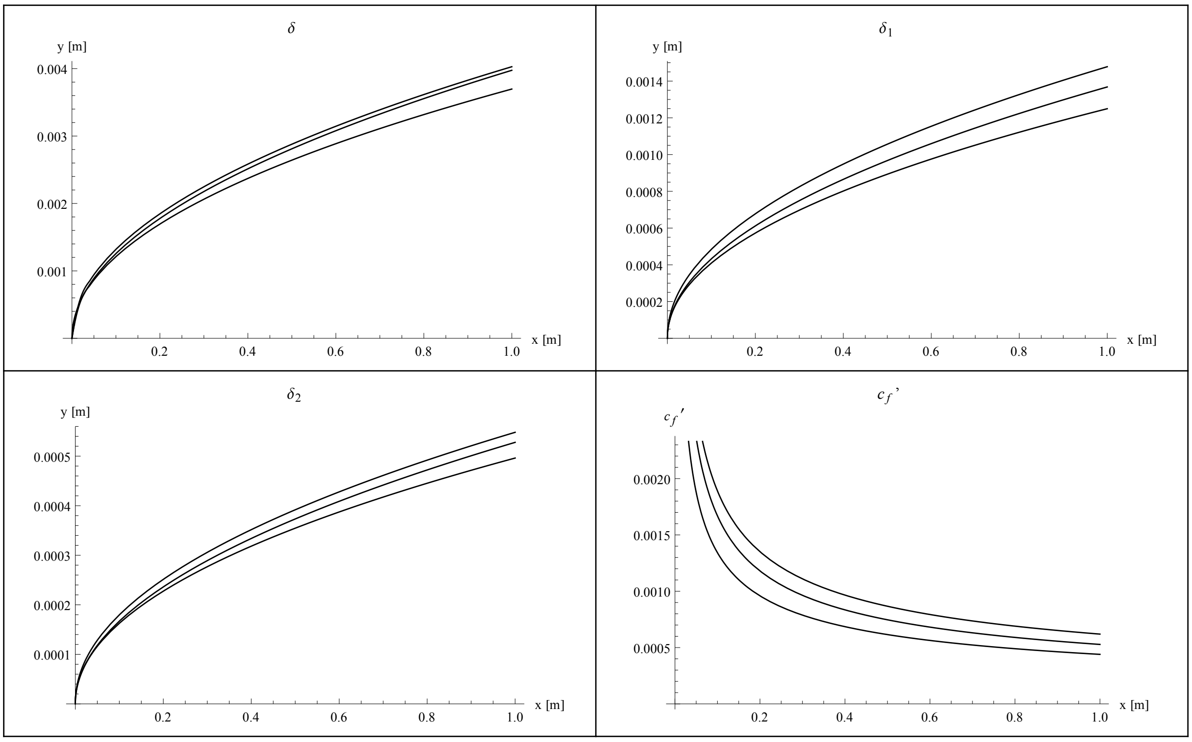

Рис. 3.6. Основные характеристики пограничного слоя на случай ламинарного течения для плоской пластины. Для наклонной пластины угол атаки принят 5,4°. δ - толщина погранслоя (верхний график - верхняя сторона пластины, средний - плоская пластина, нижний - нижняя сторона пластины. То же для δ_1, δ_2), δ_1 - толщина вытеснения, δ_2 - толщина потери импульса, c'_f - местный коэффициент трения (верхний график - нижняя сторона, средний - плоская пластина, нижний - верхняя сторона.)

Определим коэффициенты профильного сопротивления по эмпирическим формулам (2.39), (2.40) и полного сопротивления крыла с учётом подъёмной силы и сравним с экспериментом [7], оформив в виде табл. 3.2

Распределение скоростей в ряде сечений поперёк пограничного слоя изобразим на табл. 3.2, рис. 3.2, пользуясь методом. описанным в разд. 2.2.3

Насколько можно судить о приемлимости результатов принятия крыла как плоской пластины и как полноценного крыла с действительным градиентом давления покажем на вычисленных определяющих пограничный слой характеристиках

Произведём расчёт с управлением пограничного слоя. Сперва сравним результаты метода расчёта пограничного слоя с отсасыванием при отсутствии расхода газа через поверхность с уже имеющимися результатами при расчёте плоского погранслоя на примере толщины потери импульса (2.8). На рис. 3.20 и рис. 3.19 кривые почти не различимы. По графикам H_{32} рис. 3.21 рис. 3.22 можно судить об отрыве: они должны пересекать пунктирную черту и в том месте, где они её пересекают и происходит отрыв. То, что отрыва не происходит, можно было заключить и из рис. 3.17 и рис. 3.18, так как в точке отрыва трение нулевое.

Рассмотрим верхнюю сторону. Из рис. 3.21 можно сделать важное заключение, что стремление к отрыву есть у ламинарного погранслоя на длине $\approx 0{,}2\,l$ и у турбулентного к задней кромке крыла, причём в задней кромке это выражено сильнее,

	c_{xp}^{up}	c_{xp}^{down}	c_{xp}^{profil}	погр. c_{xp}^{profil}	c_x	погр. c_x
формула (2.39) [4]	0,00385	0,00262	0,00647	10%	0,0166	7%
формула (2.40) [9]	0,00418	0,00191	0,00610	15%	0,0163	8%
эксперимент [7]	-	-	0,00715	-	0,0179	-

Таблица 3.2. Коэффициент профильного сопротивления c_{xp} и полного сопротивления $c_x = c_{xp} + c_{xi} = c_{xp} + \dfrac{c_y^2}{\pi\lambda}$ в сравнении с экспериментом. $\lambda = l^2/S$ - удлиннение

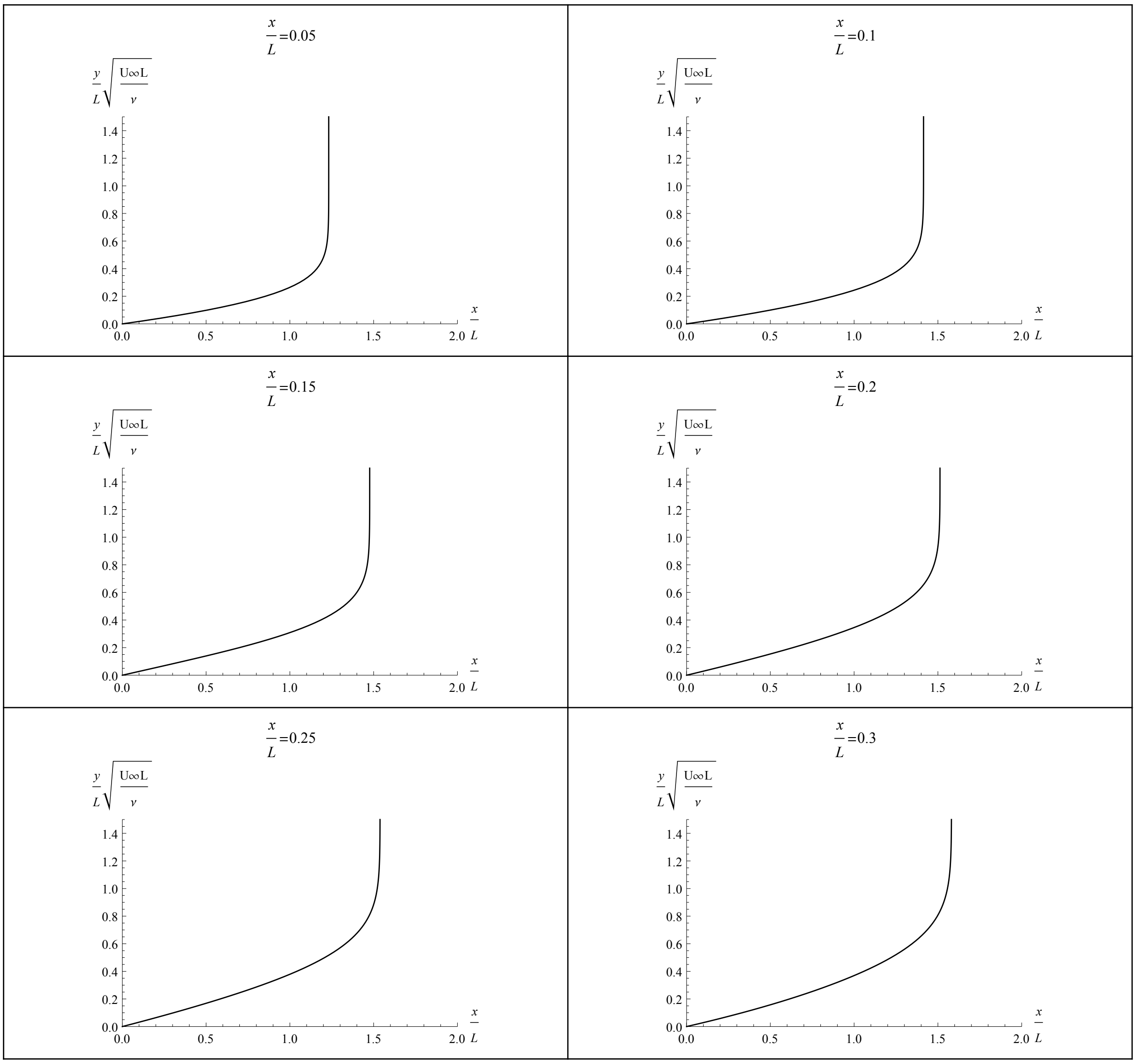

Рис. 3.7. Профиль скорости на верхней поверхности

т.к. если мы сделаем вдув воздуха по нормали к поверхности на протяжении всей хорды рис. 3.23 (что дестабилизирут погранслой), то отрыв произойдёт именно в конце. В то же время, сделав отсасывание погранслоя с тем же расходом рис. 3.23

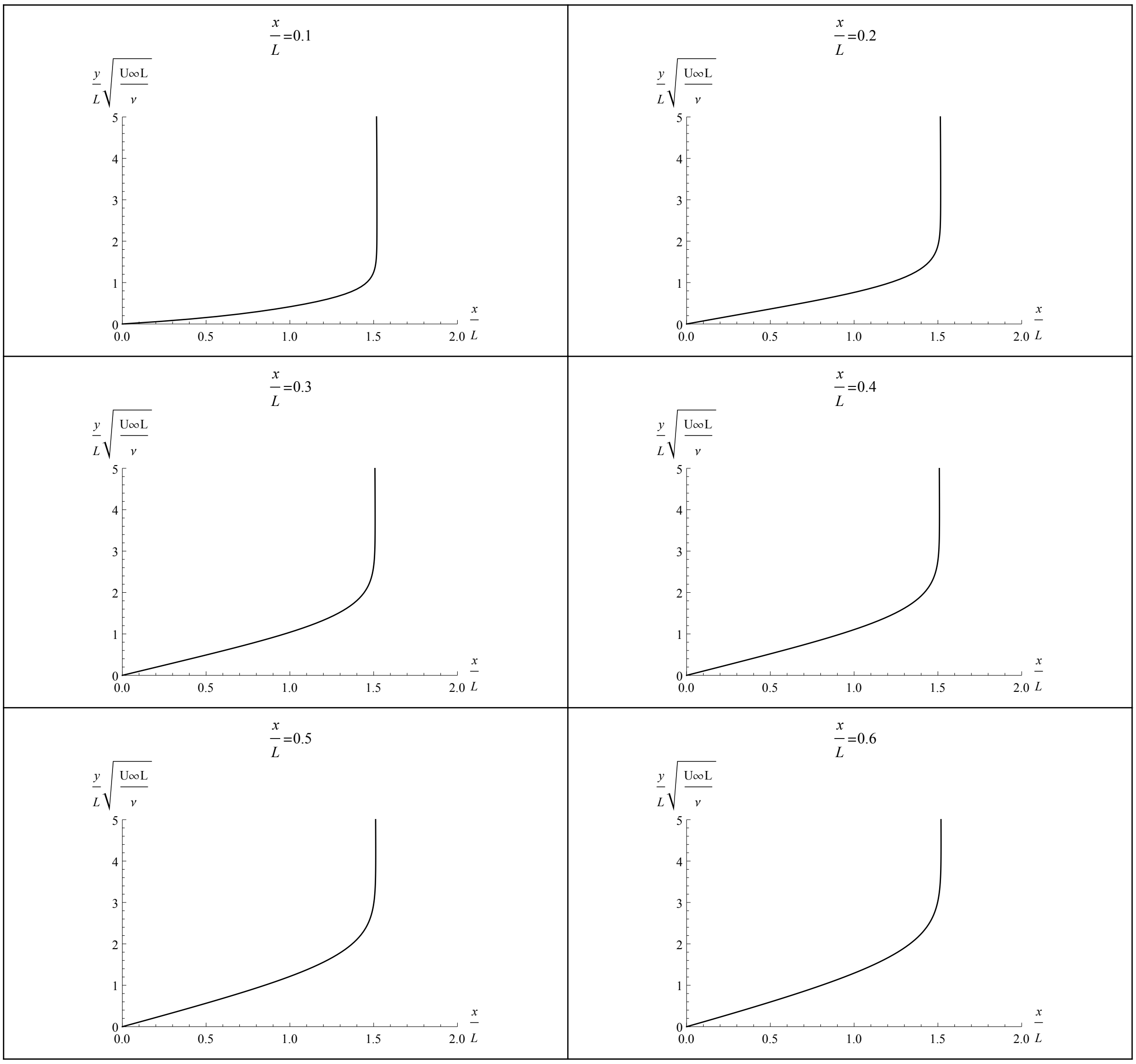

Рис. 3.8. Профиль скорости на нижней поверхности

	τ_l^{up}	τ_l^{down}	τ_t^{up}	τ_l^{down}	τ_{full}
Пластина	0,2107	0,2958	0,5977	0,2776	1,3172
Профиль	0,3113	0,3636	0,1251	0,1099	0,9100

Таблица 3.3. Сопротивление трения на плоской пластине (безградиентное обтекание) и профиле (учёт градиента давления) при наличии ламинарного и турбулентного участков. Точка перехода на пластине и на профиле считается одинаковой

увидим, что кривая H_{32} отодвигается вверх от критической пунктирной линии, что в свою очередь подтверждает качественно предположение о влиянии на стабильность погранслоя расхода воздуха через поверхность и наводит на мысль где именно предпринимать меры по управлению погранслоем. Предотрывными являются усло-

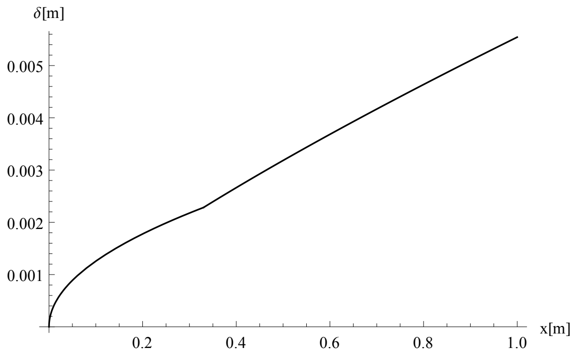

Рис. 3.9. Толщина погранслоя на верхней стороне

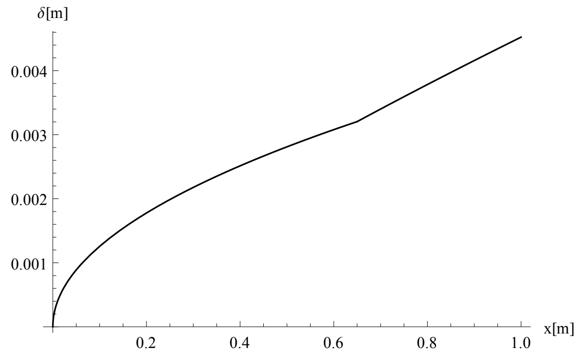

Рис. 3.10. Толщина погранслоя на нижней стороне

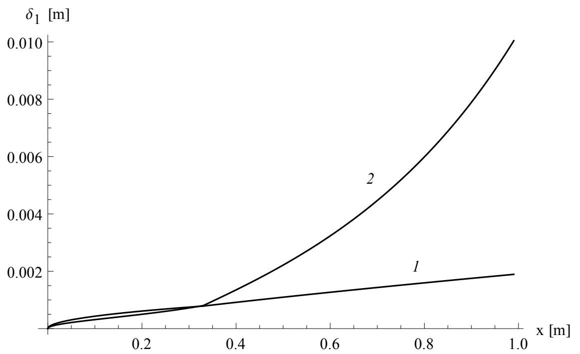

Рис. 3.11. Толщина вытеснения на верхней стороне. 1 - пластина, 2 - крыло

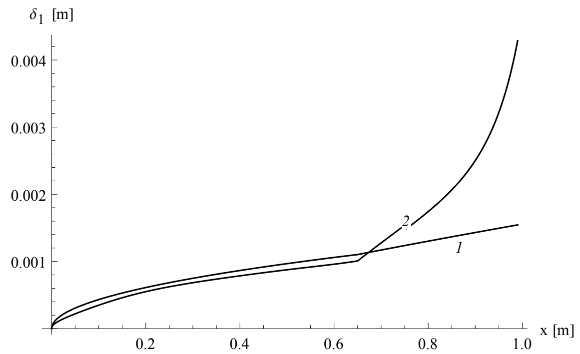

Рис. 3.12. Толщина вытеснения на нижней стороне. 1 - пластина, 2 - крыло

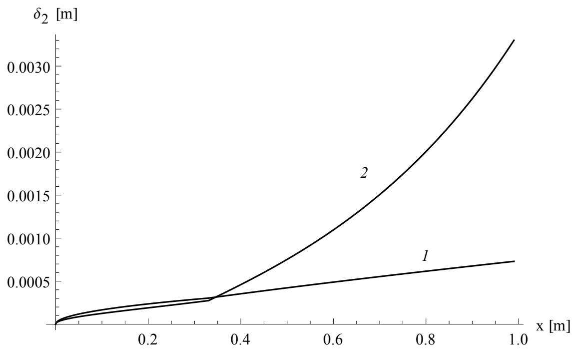

Рис. 3.13. Толщина потери импульса на верхней стороне. 1 - пластина, 2 - крыло

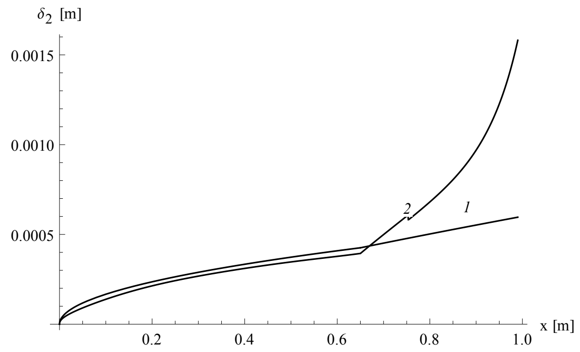

Рис. 3.14. Толщина потери импульса на нижней стороне. 1 - пластина, 2 - крыло

вия, что на верхней стороне производится вдувание на расстоянии до $x = 0{,}2l$ с расходом $c_Q = 0{,}0015$. Касательное трение при этом показано на рис. 3.26 и предотрывность состояния на рис. 3.25. На рис. 3.26 можно видеть, что в зоне вдувания трение уменьшается и составляет $W = 1{,}1795$ Н а для пластины без вдува $W = 1{,}2386$ Н, что на 5% больше. На нижней стороне стремление к отрыву есть

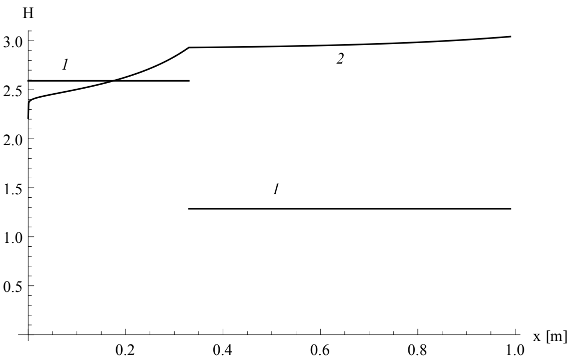

Рис. 3.15. $H = \delta_1/\delta_2$ на верхней стороне. 1 - пластина, 2 - крыло

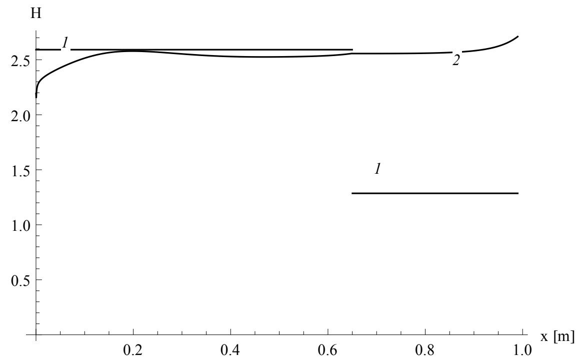

Рис. 3.16. $H = \delta_1/\delta_2$ на нижней стороне. 1 - пластина, 2 - крыло

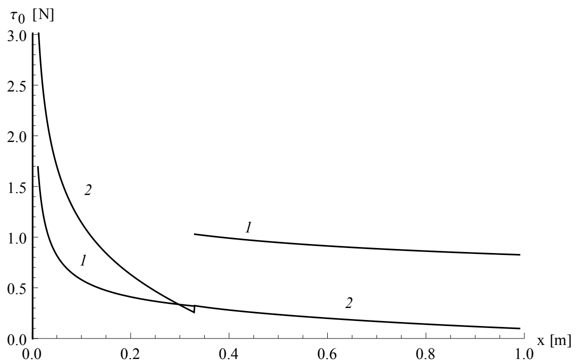

Рис. 3.17. Касательное трение на верхней стороне. 1 - пластина, 2 - крыло

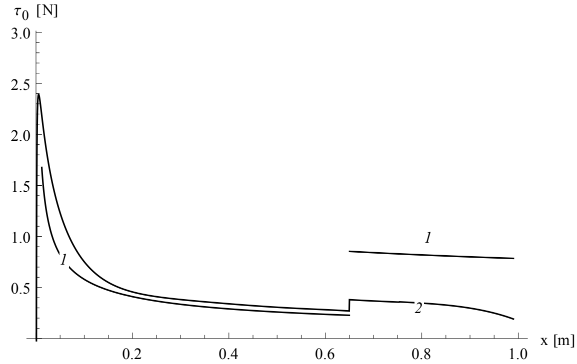

Рис. 3.18. Касательное трение на нижней стороне. 1 - пластина, 2 - крыло

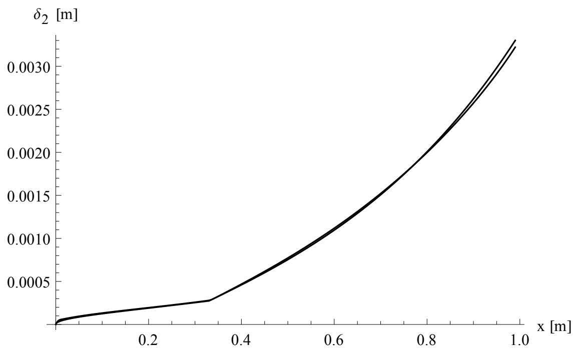

Рис. 3.19. Толщина потери импульса на верхней стороне. Расчёт методом Лойцянского и с отсасыванием погранслоя с нулевым расходом

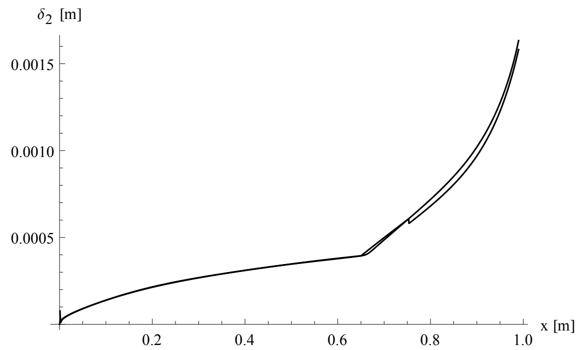

Рис. 3.20. Толщина потери импульса на нижней стороне с нулевым расходом

на длине $x = 0{,}15\,l$ рис. 3.27 затем кривая H_{32} почти горизонтальна. Учитывая, что всякое удлинение зоны вдувания требует дополнительных затрат мощности, то примем границей вдувания точку $x = 0{,}15\,l$. Оптимальным является вдувание ко-

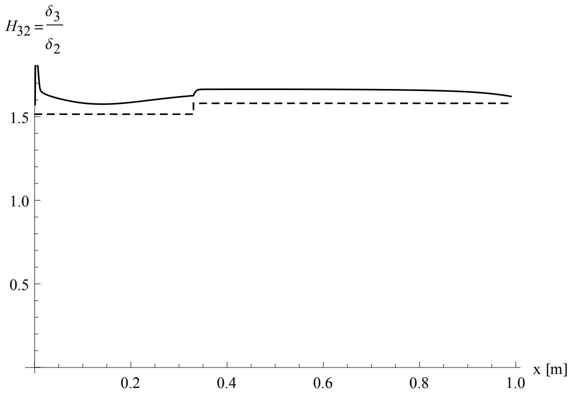

Рис. 3.21. $H_{32} = \dfrac{\delta_3}{\delta_2}$ на верхней стороне $c_Q = \dfrac{v}{U_\infty} = 0$

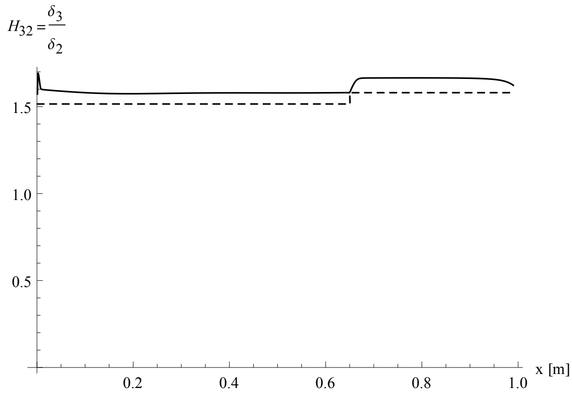

Рис. 3.22. $H_{32} = \dfrac{\delta_3}{\delta_2}$ на нижней стороне $c_Q = \dfrac{v}{U_\infty} = 0$

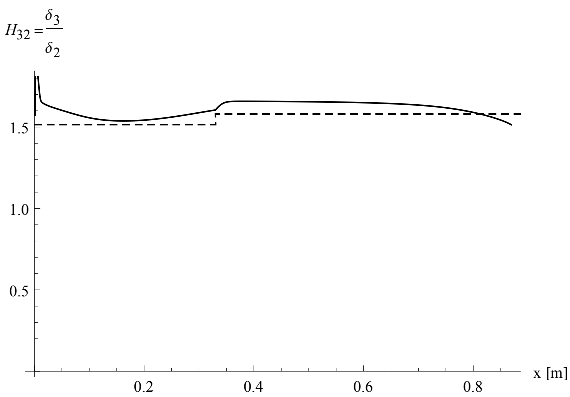

Рис. 3.23. Вдувание на верхней стороне $c_Q = 0{,}001$

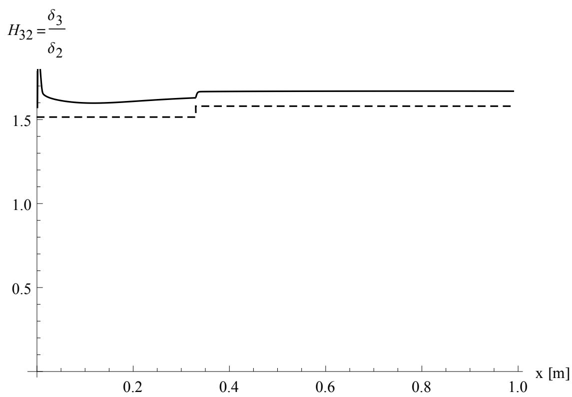

Рис. 3.24. Отсасывание на верхней стороне $c_Q = -0{,}001$

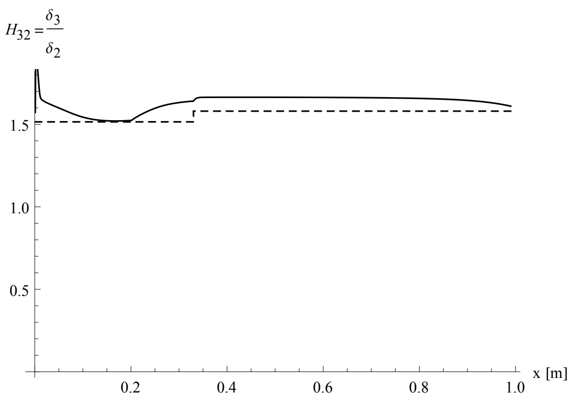

Рис. 3.25. H_{32} вдувание на верхней стороне $c_Q = 0{,}0015$

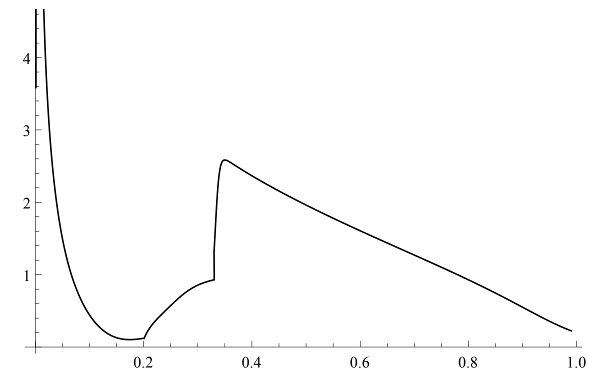

Рис. 3.26. τ_0 вдувание на верхней стороне $c_Q = 0{,}0015$

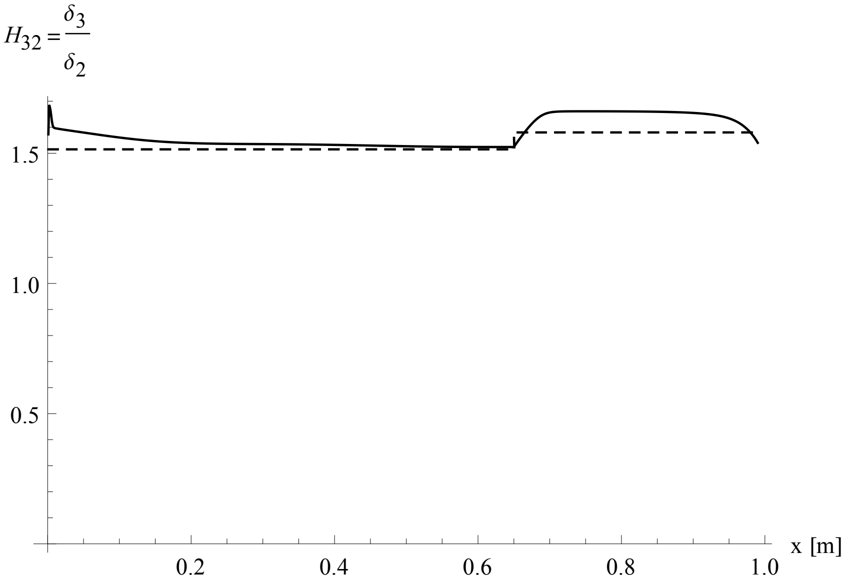

Рис. 3.27. Характер предотрывности на нижней стороне профиля $c_Q = 0{,}0007$

личества воздуха $c_Q = 0{,}0015$ рис. 3.28, касательное трение в точке $x = 0{,}15\,l$ почти нулевое рис. 3.29 и полное трение составляет $W = 0{,}7601$Н против $W = 0{,}9349$Н для пластины с такой же точкой перехода, выигрыш 19%.

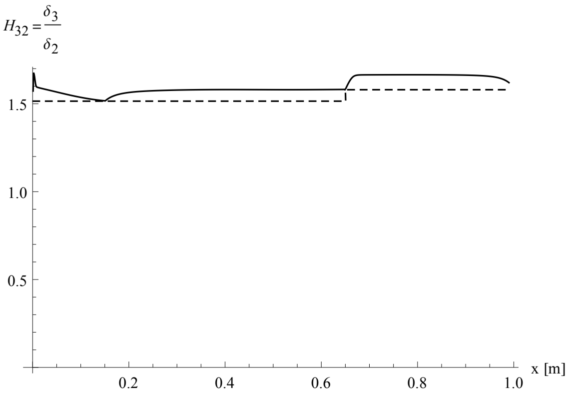

Рис. 3.28. H_{32} вдувание на нижней стороне $c_Q = 0{,}0015$

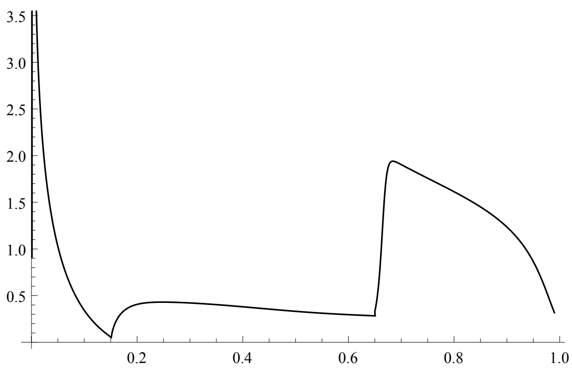

Рис. 3.29. τ_0 вдувание на нижней стороне $c_Q = 0{,}0015$

Заключение

Подъёмная сила и сопротивление являются основными результаатми вычислений при аэродинамическом расчёте. Теоретическое определение подъёмной силы является исключительно предметом теории функции комплексной переменной, при расчёте же сопротивления приходится решать упрощённые уравнения Навье-Стокса систему Прандтля и руководствоваться соображениями физичности процесса. В данной работе произведен ознакомительный расчёт подъёмной силы и полее подробный расчёт сопротивления при распределении давления и переходе ламинарной формы течения в турбулентную, взятым из экспериментальных данных. из основных характеристик при расчёте сопротивления: касательное напряжение, переход, отрыв, рассчитывалось сопротивление и отрыв пограничного слоя. При отрыве очень сильно искажается потенциальное обтекание, а именно в застойной зоне резко падает давление, что ведёт к увеличению давления, так как спереди давление становится намного больше, чем сзади. В литературе не встречается каких-либо методов к его оценке и оно определяется экспериментольно, либо при полном интегрировании уравнений Навье-Стокса в системах CFX. В работе показана безотрывность обтекания профиля как с верхней, так и с нижней стороны и указан метод управления пограничным слоем, позволяющий предотвратить отрыв, если он всё-таки есть, дающий количественные данные для получения безотрывного обтекания и данные для уменьшения сопротивления трения при первоначально безотрывном обтекании. Дана рекомендация по уменьшению сопротивления трения на 5% с верхней стороны и 19% с нижней. Полученный способ управления пограничным слоем не является универсальным, а верен только для данного распределения давления. т.е. при $c_y = 0{,}4$. При других углах атаки будут и другие зоны отсасывания: при увеличении угла атаки на верхней стороне зона отсасывания затягивается и другой расход воздуха через поверхность, на нижней стороне всё наоборот, как по знаку, так и по величине: при увеличении угла атаки на верхней стороне вдув меняется на отсасывание и увеличивается расход. Существуют и другие методы по повышению подъёмной силы и уменьшению сопротивления, не расмотренные в данной работе: тангенциальный вдув, тщательная обработка поверхности, применение гибких стенок или нанесение на поверхность вязкоупругого покрытия, вдув полимеров для сохранения погранслоя ламинарным, охлаждение стенки.

Литература

[1] *Краснов Н.Ф.* Аэродинамика. "Высшая школа". 1980

[2] *Кочин Н.Е. Кибель И.А. Розе Н.В.* Теоретическая гидромеханика. ОГИЗ ГИТТЛ. 1948

[3] *Седов Л.И.* Плоские задачи гидродинамики и аэромеханики. Гостехиздат. 1950

[4] *Остославский И.В.* Аэродинамика самолёта. Оборонгиз. 1957

[5] *Федоренко Р.П.* Введение в вычислительную физику. Интеллект. 2008

[6] *Лойцянский Л.Г.* Универсальные уравнения и параметрические приближения в теории ламинарного пограничного слоя. ПММ, Том 29, 1965

[7] *Ушаков Б.А., Красильщиков П.П., Волков А.К., Гржегоржевский А.Н.* Атлас аэродинамических характеристик профилей крыльев. БНТ НКАП при ЦАГИ, 1940

[8] *Лойцянский Л.Г.* Механика жидкости и газа. ГИТТЛ, 1950

[9] *Шлихтинг Г.* Теория пограничного слоя. М. Наука., 1974

[10] *Каменецкий А.И.* Эмпирический метод расчёта турбулентного пограничного слоя в несжимаемой жидкости. Труды ЛПИ, №313, 1970

[11] *Пасконов В.М., Полежаев В.И., Чудов Л.А.* Численное моделирование процессов тепло- и массообмена. М. Наука., 1984

[12] *Eppler R.* Praktische Berechnung laminarer und turbulenter Absauge-Grenzschichten. Ing.-Arch. **32**, 1963

[13] ГОСТ 4401-81.Атмосфера стандартная.Параметры. 1980

Приложение А Форма профиля В.

$\overline{x}$ [%]	0.25	0.50	0.75	1.00	1.25	1.75	2.50	3.25
$\overline{y}_{\text{в.эп}}$ [%]	5.700	8.250	10.300	12.200	13.900	16.850	20.700	24.100
$\overline{y}_{\text{н.эп}}$ [%]	-4.800	-6.800	-8.250	-9.600	-10.600	-12.600	-14.900	-16.800
$\overline{h}_{\text{эп}}$ [%]	10.500	15.050	18.550	21.800	24.500	29.450	35.600	40.900
$\overline{y}_{\text{ср.л.эп}}$ [%]	0.450	0.725	1.025	1.300	1.650	2.125	2.900	3.650
$\overline{x}$ [%]	5	7.50	10.00	15.00	20.00	30.00	40.00	50.00
$\overline{y}_{\text{в.эп}}$ [%]	30.900	38.500	44.800	54.250	60.660	66.100	64.680	58.200
$\overline{y}_{\text{н.эп}}$ [%]	-20.150	-23.300	-25.620	-28.860	-30.860	-32.980	-33.880	-33.500
$\overline{h}_{\text{эп}}$ [%]	51.050	61.800	70.420	83.110	91.520	99.050	98.560	91.700
$\overline{y}_{\text{ср.л.эп}}$ [%]	5.375	7.600	9.590	12.695	14.900	16.560	15.400	12.350
$\overline{x}$ [%]	60.00	70.00	80.00	85.00	90.00	95.00	10.00	
$\overline{y}_{\text{в.эп}}$ [%]	48.440	36.880	24.520	18.320	12.220	6.060	0.000	
$\overline{y}_{\text{н.эп}}$ [%]	-31.960	-28.560	-22.860	-18.980	-14.040	-8.080	0.000	
$\overline{h}_{\text{эп}}$ [%]	80.400	65.440	47.380	37.300	26.260	14.140	0.000	
$\overline{y}_{\text{ср.л.эп}}$ [%]	8.240	4.160	0.830	-0.330	-0.910	-1.010	0.000	

Таблица 4. Координаты эпюрного профиля В

Рис. 30. Контур профиля В-12.

Приложение В   Аэродинамические коэффициенты.

α	c_y	c_x	c_m	$\overline{x}_д$	c_{xp}
$-14°$	-0.774	0.0730	-0.185	0.239	
$-12°$	-0.690	0.0481	-0.152	0.220	
$-10°$	-0.572	0.0350	-0.124	0.217	
$-\ 8°$	-0.451	0.0251	-0.096	0.213	
$-\ 6°$	-0.322	0.0172	-0.067	0.208	
$-\ 4°$	-0.195	0.0119	-0.038	0.194	0.0095
$-\ 2°$	-0.066	0.0085	-0.010	0.151	0.0080
$0°$	0.063	0.0075	0.017	0.270	0.0068
$2°$	0.190	0.0087	0.043	0.226	0.0063
$4°$	0.320	0.0132	0.072	0.225	0.0064
$6°$	0.448	0.0207	0.101	0.225	0.0075
$8°$	0.571	0.0313	0.128	0.224	0.0098
$10°$	0.691	0.0449	0.155	0.225	0.0134
$12°$	0.805	0.0611	0.181	0.225	
$14°$	0.912	0.0785	0.207	0.227	
$16°$	0.952	0.1015	0.220	0.231	

Таблица 5. Таблица значений аэродинамических коэффициентов (λ=5)

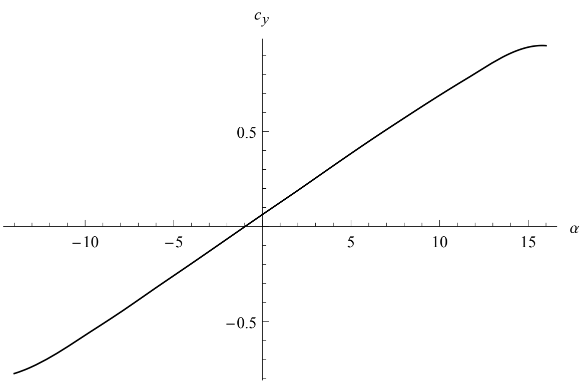

Рис. 31. Коэффициент подъёмной силы c_y

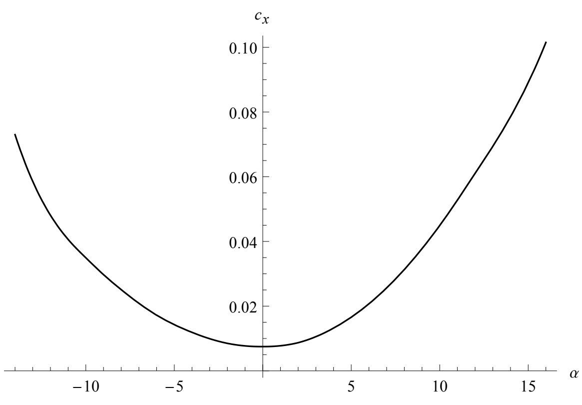

Рис. 32. Коэффициент сопротивления c_x

Приложение C Распределение давления.

Верхняя поверхность								
$\overline{x}\,[\%]$	$c_y=-0.1$	$c_y=0$	$c_y=0.1$	$c_y=0.2$	$c_y=0.3$	$c_y=0.4$	$c_y=0.6$	$c_y=0.8$
1.0	0.800	0.710	0.570	0.440	0.180	-0.150	-0.800	-1.800
2.5	0.530	0.410	0.260	0.080	-0.120	-0.390	-0.920	-1.600
5.0	0.235	0.130	-0.035	-0.205	-0.390	-0.590	-1.020	-1.455
10.0	-0.070	-0.190	-0.340	-0.455	-0.610	-0.750	-1.060	-1.350
15.0	-0.235	-0.340	-0.450	-0.560	-0.675	-0.790	-1.020	-1.270
20.0	-0.325	-0.410	-0.495	-0.590	-0.680	-0.780	-0.960	-1.180
30.0	-0.385	-0.440	-0.500	-0.570	-0.630	-0.690	-0.820	-0.950
40.0	-0.370	-0.405	-0.445	-0.490	-0.530	-0.570	-0.650	-0.725
50.0	-0.305	-0.330	-0.360	-0.380	-0.410	-0.425	-0.480	-0.520
60.0	-0.215	-0.235	-0.250	-0.260	-0.280	-0.290	-0.325	-0.355
70.0	-0.110	-0.130	-0.130	-0.140	-0.155	-0.165	-0.185	-0.210
80.0	-0.010	-0.015	-0.030	-0.030	-0.040	-0.045	-0.050	-0.075
90.0	0.075	0.065	0.070	0.070	0.070	0.065	0.060	0.060
95.0	0.105	0.110	0.110	0.120	0.130	0.110	0.100	0.105

Нижняя поверхность								
$\overline{x}\,[\%]$	$c_y=-0.1$	$c_y=0$	$c_y=0.1$	$c_y=0.2$	$c_y=0.3$	$c_y=0.4$	$c_y=0.6$	$c_y=0.8$
1.0	-0.900	-0.560	-0.230	0.080	0.450	0.600	0.920	0.990
2.5	-0.850	-0.580	-0.330	-0.110	0.110	0.300	0.650	0.820
5.0	-0.730	-0.540	-0.350	-0.180	-0.010	0.155	0.450	0.640
10.0	-0.550	-0.430	-0.295	-0.175	-0.055	0.050	0.270	0.440
15.0	-0.430	-0.350	-0.240	-0.145	-0.060	0.020	0.190	0.330
20.0	-0.350	-0.280	-0.200	-0.125	-0.050	0.020	0.150	0.270
30.0	-0.250	-0.200	-0.140	-0.090	-0.040	0.020	0.110	0.210
40.0	-0.180	-0.160	-0.120	-0.075	-0.040	0.000	0.080	0.160
50.0	-0.160	-0.145	-0.110	-0.075	-0.045	-0.015	0.055	0.125
60.0	-0.160	-0.140	-0.110	-0.085	-0.055	-0.030	0.030	0.095
70.0	-0.150	-0.130	-0.105	-0.085	-0.060	-0.035	0.015	0.070
80.0	-0.110	-0.095	-0.080	-0.070	-0.040	-0.030	0.010	0.040
90.0	0.000	0.010	0.015	0.020	0.020	0.025	0.030	0.030
95.0	0.095	0.110	0.110	0.110	0.100	0.110	0.100	0.110

Таблица 6. Таблица значений $\overline{\boldsymbol{p}}$

Список иллюстраций

Список таблиц