

Белорусский государственный университет

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной работе

« 15 » _____ 2016 г.

Регистрационный № УД- 2181 /уч.

**ПРИМЕНЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА В
ЭКОНОМИКЕ**

**Учебная программа учреждения высшего образования
по учебной дисциплине для специальности**

**1-31 03 01 Математика (по направлениям)
Направление специальности 1-31 03 01-03
Математика (экономическая деятельность)**

2016 г.

Учебная программа составлена на основе ОСВО 1-31 03 01-2013, утвержденного 30.08.2013 № 88, и учебного плана, утвержденного 30.05.2013, регистрационный № G31-139/уч. по специальности 1-31 03 01 Математика (по направлениям) (направление специальности 1-31 03 01-03 Математика (экономическая деятельность)).

СОСТАВИТЕЛИ:

Вениамин Григорьевич Кротов – заведующий кафедрой теории функций механико-математического факультета Белорусского государственного университета, доктор физико-математических наук, профессор;

Михаил Александрович Прохорович – доцент кафедры теории функций механико-математического факультета Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент.

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:

Кафедрой теории функций

(протокол № 12 от 24.05.2016)

Учебно-методической комиссией механико-математического факультета Белорусского государственного университета

(протокол № 8 от 24.05.2016)

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Математический анализ, являясь одной из базовых математических дисциплин, имеет многочисленные приложения во многих областях человеческого знания. Его основные понятия допускают различные трактовки, в зависимости от реального смысла функции, возникшей в приложениях (физический, биологический и т.д.). Подобный процесс происходит и при использовании математического анализа при описании экономических процессов.

В данном специальном курсе рассматриваются первичные понятия математического анализа (предел, производная и определенный интеграл). При рассмотрении конкретных экономических задач они получают соответствующую трактовку в терминах экономических понятий (волатильность, эластичность, предельные величины и другие). Таким образом, средства математического анализа дают решения задач экономического содержания.

Цель дисциплины «Приложения математического анализа к экономике»: изучение методов применения дифференциального и интегрального исчисления функций одной и нескольких вещественных переменных в экономике. Создание базы для применения основных понятий и методов современной математики в экономике.

Задачей дисциплины является подробное изложение основных методов построения и исследования экономико-математических моделей с помощью математического анализа, а также рассмотрение конкретных примеров построения экономико-математических моделей, которые могут быть использованы ими в своей профессиональной деятельности после окончания университета.

Развивающая цель: формирование у студентов основ математического мышления, знакомство с методами построения математических моделей в экономике, изучение алгоритмов решения конкретных экономических задач.

В результате изучения учебной дисциплины студент должен

знать:

– основные методы применения дифференциального и интегрального исчисления функций одной и нескольких вещественных переменных в экономике;

уметь:

– использовать основные результаты математического анализа в практической деятельности;

– использовать теоретические и практические навыки применения дифференциального и интегрального исчисления в экономике;

владеть

– методами построения экономических моделей.

В результате изучения дисциплины специализации «Применение математического анализа в экономике» студент должен обладать следующими компетенциями:

АК-1. Уметь применять базовые научно-теоретические знания для решения

теоретических и практических задач.

АК-2. Владеть системным и сравнительным анализом.

АК-3. Владеть исследовательскими навыками.

АК-4. Уметь работать самостоятельно.

АК-5. Быть способным вырабатывать новые идеи (обладать креативностью).

АК-6. Владеть междисциплинарным подходом при решении проблем.

АК-7. Иметь навыки, связанные с использованием технических устройств, управлением информацией и работой с компьютером.

АК-8. Обладать навыками устной и письменной коммуникаций..

АК-9. Уметь учиться, повышать свою квалификацию в течение всей жизни.

СЛК-2. Быть способным к социальному взаимодействию.

СЛК-3. Обладать способностью к межличностным коммуникациям.

СЛК-5. Быть способным к критике и самокритике.

СЛК-6. Уметь работать в команде.

ПК-2. Владеть основными методами, способами и средствами получения, хранения, переработки информации. Применять современные методы проектирования информационных систем, использовать веб-сервисы, оформлять техническую документацию.

ПК-3. Применять методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности и в областях знаний, непосредственно не связанных со сферой деятельности.

ПК-5. Заниматься аналитической и научно-исследовательской деятельностью в области математики и информационных технологий.

ПК-7. Проводить исследования в области эффективности решения производственных задач.

ПК-8. Работать с научной, нормативно-справочной и специальной литературой; Самостоятельно приобретать с помощью информационных технологий и использовать в практической деятельности новые знания и умения, в том числе в новых областях знаний, непосредственно не связанных со сферой деятельности.

ПК-9. Осуществлять выбор оптимального варианта проведения научно-исследовательских работ.

ПК-13. Составлять документацию (графики работ, инструкции, планы, заявки, деловые письма и т.п.), а также отчетную документацию по установленным формам.

ПК-16. Разрабатывать и согласовывать представляемые материалы.

ПК-22. Осваивать и реализовывать управленческие инновации в сфере высоких технологий.

ПК-27. Разрабатывать новые информационные технологии на основе математического моделирования и оптимизации.

Учебная программа предназначена для студентов 4 курса (7 семестр) очной формы получения образования.

В соответствии с учебным планом специальности на изучение дисциплины отводится 80 часов, в том числе 36 часов аудиторных занятий. Распределение аудиторных часов по видам занятий: лекции – 30, УСП – 6 часов. Форма отчетности – зачет.

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

Тема 1. Некоторые экономические задачи.

Банковский счет и начисление процентов. Простые проценты. Сложные проценты. Задача об затратах на хранение товара. Задача об оптимальном размере закупок. Построение математической модели. Минимизация расходов. Паутинная модель рынка одного товара.

Тема 2. Эластичность.

Логарифмическая производная. Определение банковского процента по вкладу. Общее определение доходности актива. Эластичность функции. Экономическая мотивировка. Определение и свойства эластичности.

Тема 3. Применения эластичности в экономике.

Виды эластичности в экономике. Эластичность спроса по цене. Эластичность спроса по доходу. Перекрестная эластичность спроса по цене. Эластичность ресурсов по цене. Эластичность замещения ресурсов. Факторы, определяющие эластичность спроса. Распределение налогового бремени.

Тема 4. Предельные величины в экономике.

Цена, предельные издержки и объем производства. Предельные издержки и выручка. Случай, когда цена зависит от объема выпуска. Монопольный выпуск. Функция предложения конкурентной фирмы. Прибыль конкурентной фирмы. Случай возрастающих предельных издержек. Случай предельных издержек с точкой минимума.

Тема 5. Экстремумы и выпуклость для многих переменных.

Условный экстремум. Определение условного экстремума. Уравнение связи. Множители и функция Лагранжа. Выпуклые функции многих переменных. Выпуклые множества. Определение выпуклости функции. Условия выпуклости функции. Стационарные точки выпуклых функций. Наибольшее значение вогнутой функции. Однородные функции. Определение однородных функций. Формула Эйлера.

Тема 6. Функции многих переменных в экономике.

Предельные полезность и норма замещения. Линии уровня. Касательная к линии уровня. Функция полезности. Предельная норма замещения. Эластичность функции нескольких переменных. Функции спроса. Определение функций спроса. Свойства функции спроса. Случай вогнутой функции спроса. Уравнение Слуцкого.

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА

Номер раздела, темы	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов					Количество часов по УСП	Формы контроля знаний
		лекции	практические занятия	семинарские занятия	лабораторные занятия	Иное		
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	Некоторые экономические задачи.	4						
1.1	Банковский счет и начисление процентов. Простые проценты. Сложные проценты.	1						
1.2	Задача об затратах на хранение товара.	1						
1.3	Задача об оптимальном размере закупок. Построение математической модели. Минимизация расходов.	1						
1.4	Паутинная модель рынка одного товара.	1						Фронтальный опрос
2	Эластичность	2						
2.1	Логарифмическая производная. Определение банковского процента по вкладу. Общее определение доходности актива.	1						
2.2	Эластичность функции. Экономическая мотивировка. Определение и свойства эластичности.	1						Фронтальный опрос
3	Применения эластичности в экономике	4						
3.1	Виды эластичности в экономике. Эластичность спроса по цене. Эластичность спроса по доходу. Перекрестная эластичность спроса по цене. Эластичность ресурсов по цене. Эластичность замещения ресурсов. Факторы, определяющие эластичность спроса.	2						
3.2	Распределение налогового бремени.	2						
	Проверка знаний студентов по темам 1-3						2	Контрольная работа
4	Предельные величины в экономике	4						
4.1	Цена, предельные издержки и объем производства. Предельные издержки и выручка. Случай, когда цена зависит от объема выпуска. Монопольный выпуск.	2						
4.2	Функция предложения конкурентной фирмы. Прибыль конкурентной фирмы. Случай возрастающих	2						Проверка индивидуальных

	предельных издержек. Случай предельных издержек с точкой минимума.							заданий
5	Экстремумы и выпуклость для многих переменных	6						
5.1	Условный экстремум. Определение условного экстремума. Уравнение связи. Множители и функция Лагранжа.	2						
5.2	Выпуклые функции многих переменных. Выпуклые множества. Определение выпуклости функции. Условия выпуклости функции. Стационарные точки выпуклых функций. Наибольшее значение вогнутой функции.	2						
5.3	Однородные функции. Определение однородных функций. Формула Эйлера.	2						
	Проверка знаний студентов по темам 4-5						2	Контроль ная работа
6	Функции многих переменных в экономике.	10						
6.1	Предельные полезность и норма замещения. Линии уровня. Касательная к линии уровня. Функция полезности. Предельная норма замещения.	4						
6.2	Эластичность функции нескольких переменных.	2						
6.3	Функции спроса. Определение функций спроса. Свойства функции спроса. Случай вогнутой функции спроса. Уравнение Слуцкого.	4						
	Проверка знаний студентов по теме 6						2	Контроль ная работа
	Всего за семестр	30					6	
	Всего по дисциплине	30					6	

ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Список литературы

- 1 С.А. Минюк, Е.А. Ровба, К.К. Кузьмич Математические методы и модели в экономике: Учеб. Пособие. Мн.: ТетраСистемс, 2002.
- 2 А.С. Солодовников, В.А. Бабайцев, А.В. Браилов Математика в экономике: Учебник. В 2-х ч. М.: Финансы и статистика, 2000.
- 3 В.В. Альсевич Введение в математическую экономику. Конструктивная теория: 3 изд., М.: УРСС. 2009.

ОРГАНИЗАЦИЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

Самостоятельная работа студентов – это любая деятельность, связанная с воспитанием мышления будущего профессионала. В широком смысле под самостоятельной работой следует понимать совокупность всей самостоятельной деятельности студентов как в учебной аудитории, так и вне её, в контакте с преподавателем и в его отсутствии.

Целями самостоятельной работы являются: активизация учебно-познавательной деятельности; формирование умений и навыков самостоятельного приобретения, обобщения знаний и применение их на практике; саморазвитие и самосовершенствование.

Управляемая самостоятельная работа – это самостоятельная работа, выполняемая по заданию и при методическом руководстве преподавателя и контролируемая на определенном этапе обучения, целью, которой, дополнительно к вышесказанному, является целенаправленное обучение основным навыкам и умениям для выполнения самостоятельной работы.

Самостоятельная работа реализуется: непосредственно в процессе аудиторных занятий – на лекциях, практических занятиях, при выполнении индивидуальных работ; в контакте с преподавателем вне рамок расписания – на консультациях по учебным вопросам, в ходе творческих контактов, при ликвидации задолженностей, при выполнении индивидуальных заданий и т.д.; в библиотеке, дома, в общежитии, на кафедре при выполнении студентом учебных и творческих задач.

В процессе самостоятельной работы по дисциплине «Применение математического анализа в экономике» студент должен выполнять следующие виды внеаудиторной деятельности: изучение и конспектирование материала, вынесенного на лекциях и практических занятиях на самостоятельное изучение по источникам основной и дополнительной литературы; выполнение индивидуальных и домашних заданий. Контроль самостоятельной работы студентов осуществляется во время аудиторных занятий при проведении контрольных работ по конкретным темам.

ПЕРЕЧЕНЬ ИСПОЛЬЗУЕМЫХ СРЕДСТВ ДИАГНОСТИКИ РЕЗУЛЬТАТОВ УЧЕБНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ

Контроль освоения практических навыков осуществляется фронтальным опросом, проверкой индивидуальных заданий и на контрольных работах. По итогам семестра проводится зачет.

**ПРИМЕРНЫЙ ПЕРЕЧЕНЬ ЗАДАНИЙ ДЛЯ УПРАВЛЯЕМОЙ
САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ ПО ДИСЦИПЛИНЕ
«ПРИМЕНЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА В ЭКОНОМИКЕ»**

ТЕМА «ЭЛАСТИЧНОСТЬ ФУНКЦИЙ»

Упражнение 1. Вычислить эластичность функций

$$f(x) = C.$$

$$f(x) = 3x + 7.$$

$$f(x) = x^a.$$

$$f(x) = 6^x.$$

Упражнение 2. Вычислить эластичность функций

$$f(x) = x.$$

$$f(x) = 7x^2 + 8x + 9.$$

$$f(x) = x^4.$$

$$f(x) = 3^x.$$

Упражнение 3. Вычислить эластичность функций

$$f(x) = \ln x.$$

$$f(x) = 8x + 2.$$

$$f(x) = \sqrt{x}.$$

$$f(x) = 6x^2.$$

Упражнение 4. Вычислить эластичность функций

$$f(x) = e^x.$$

$$f(x) = 4x + 5.$$

$$f(x) = x^{17}.$$

$$f(x) = \sqrt[3]{x}.$$

Упражнение 5. Вычислить эластичность функций

$$f(x) = \sqrt[4]{x}.$$

$$f(x) = 4x + 7.$$

$$f(x) = x^7.$$

$$f(x) = 5^x.$$

**ТЕМА «ПРИМЕНЕНИЕ ЭЛАСТИЧНОСТИ В ЭКОНОМИКЕ:
ЦЕНОВАЯ ЭЛАСТИЧНОСТЬ»**

Упражнение 1. Пусть ценовая эластичность спроса равна -2, а ценовая эластичность предложения 7. Как увеличится цена единицы товара после введения налога в размере 300 и насколько уменьшится прибыль производителя на единицу товара.

Упражнение 2. Пусть ценовая эластичность спроса равна -3, а ценовая эластичность предложения 6. Как увеличится цена единицы товара после введения налога в размере 100 и насколько уменьшится прибыль производителя на единицу товара.

Упражнение 3. Пусть ценовая эластичность спроса равна -4, а ценовая эластичность предложения 5. Как увеличится цена единицы товара после введения налога в размере 200 и насколько уменьшится прибыль производителя на единицу товара.

Упражнение 4. Пусть ценовая эластичность спроса равна -5, а ценовая эластичность предложения 4. Как увеличится цена единицы товара после введения налога в размере 400 и насколько уменьшится прибыль производителя на единицу товара.

Упражнение 5. Пусть ценовая эластичность спроса равна -6, а ценовая эластичность предложения 3. Как увеличится цена единицы товара после введения налога в размере 500 и насколько уменьшится прибыль производителя на единицу товара.

ТЕМА «ПРЕДЕЛЬНЫЕ ВЕЛИЧИНЫ В ЭКОНОМИКЕ: МАКСИМИЗАЦИЯ ПРИБЫЛИ»

Упражнение 1. Найти объем производства, соответствующий наибольшей прибыли, если

$$p = 15; C(q) = q^2 + 3q.$$

Упражнение 2. Найти объем производства, соответствующий наибольшей прибыли, если

$$p = 35; C(q) = q^3 + q.$$

Упражнение 3. Найти объем производства, соответствующий наибольшей прибыли, если

$$p = 45; C(q) = q^4 + 7q.$$

Упражнение 4. Найти объем производства, соответствующий наибольшей прибыли, если

$$p = 55; C(q) = q^5 + 8q.$$

Упражнение 5. Найти объем производства, соответствующий наибольшей прибыли, если

$$p = 65; C(q) = q^6 + 9q.$$

ТЕМА «ПРЕДЕЛЬНЫЕ ВЕЛИЧИНЫ В ЭКОНОМИКЕ: ПРЕДЕЛЬНЫЕ ИЗДЕРЖКИ»

Упражнение 1. Пусть $C(q) = \frac{1}{2}q^2$ – издержки фирмы монополиста, $20-3p$ – функция спроса. Найти зависимость цены от количества произведенной продукции, оптимальный объем производства, соответствующую цену и предельные издержки.

Упражнение 2. Пусть $C(q) = \frac{1}{2}q^3$ – издержки фирмы монополиста, $30-2p$ – функция спроса. Найти зависимость цены от количества произведенной продукции, оптимальный объем производства, соответствующую цену и предельные издержки.

Упражнение 3. Пусть $C(q) = \frac{1}{2}q^4$ – издержки фирмы монополиста, $40-4p$ – функция спроса. Найти зависимость цены от количества произведенной продукции, оптимальный объем производства, соответствующую цену и предельные издержки.

Упражнение 4. Пусть $C(q) = \frac{1}{2}q^5$ – издержки фирмы монополиста, $70-6p$ – функция спроса. Найти зависимость цены от количества произведенной

продукции, оптимальный объем производства, соответствующую цену и предельные издержки.

Упражнение 5. Пусть $C(q) = \frac{1}{2}q^6$ – издержки фирмы монополиста, $60-5p$ – функция спроса. Найти зависимость цены от количества произведенной продукции, оптимальный объем производства, соответствующую цену и предельные издержки.

ТЕМА «ПРЕДЕЛЬНЫЕ ВЕЛИЧИНЫ В ЭКОНОМИКЕ: ФУНКЦИЯ ИЗДЕРЖЕК»

Упражнение 1. Найти функцию предложения конкурирующей фирмы, если ее функция издержек имеет вид $C(q) = q^3 + 5q + 5$.

Упражнение 2. Найти функцию предложения конкурирующей фирмы, если ее функция издержек имеет вид $C(q) = q^2 + 6q + 4$.

Упражнение 3. Найти функцию предложения конкурирующей фирмы, если ее функция издержек имеет вид $C(q) = q^4 + 9q + 3$.

Упражнение 4. Найти функцию предложения конкурирующей фирмы, если ее функция издержек имеет вид $C(q) = q^5 + 8q + 2$.

Упражнение 5. Найти функцию предложения конкурирующей фирмы, если ее функция издержек имеет вид $C(q) = q^6 + 7q$.

ТЕМА «ПРЕДЕЛЬНЫЕ ВЕЛИЧИНЫ В ЭКОНОМИКЕ: ФУНКЦИЯ ПРЕДЛОЖЕНИЯ»

Упражнение 1. Найти функцию предложения конкурентной фирмы, если задана функция издержек $C(q) = \frac{1}{3}q^3 - 2q^2 + 5q + 20$.

Упражнение 2. Найти функцию предложения конкурентной фирмы, если задана функция издержек $C(q) = \frac{1}{2}q^3 - q^2 + 6q + 30$.

Упражнение 3. Найти функцию предложения конкурентной фирмы, если задана функция издержек $C(q) = \frac{1}{4}q^3 - 3q^2 + 9q + 40$.

Упражнение 4. Найти функцию предложения конкурентной фирмы, если задана функция издержек $C(q) = \frac{1}{5}q^3 - 4q^2 + 7q + 50$.

Упражнение 5. Найти функцию предложения конкурентной фирмы, если задана функция издержек $C(q) = \frac{1}{6}q^3 - 5q^2 + 8q + 10$.

ТЕМА «ФУНКЦИИ МНОГИХ ПЕРЕМЕННЫХ В ЭКОНОМИКЕ: ПРЕДЕЛЬНАЯ НОРМА ЗАМЕЩЕНИЯ»

Упражнение 1. Найти предельную норму замещения x на y для функции полезности $U(x,y) = \ln x + \ln y$ в точках $(3,12)$, $(2,5)$.

Упражнение 2. Найти предельную норму замещения x на y для функции полезности $U(x,y) = 2\ln x + \ln y$ в точках $(4,12)$, $(2,4)$.

Упражнение 3. Найти предельную норму замещения x на y для функции полезности $U(x,y) = \ln x + 3\ln y$ в точках $(5,12)$, $(2,3)$.

Упражнение 4. Найти предельную норму замещения x на y для функции полезности $U(x,y) = 5\ln x + \ln y$ в точках $(6,12)$, $(2,2)$.

Упражнение 5. Найти предельную норму замещения x на y для функции полезности $U(x,y) = \ln x + 4 \ln y$ в точках $(7,12)$, $(2,1)$.

**ТЕМА «ФУНКЦИИ МНОГИХ ПЕРЕМЕННЫХ В ЭКОНОМИКЕ:
ФУНКЦИЯ СПРОСА»**

Упражнение 1. Найти функцию спроса для функции полезности

$$U(x,y) = \ln x + \ln y - \ln(x + y).$$

Упражнение 2. Найти функцию спроса для функции полезности

$$U(x,y) = 5 \ln x + \ln y - \ln(x + y).$$

Упражнение 3. Найти функцию спроса для функции полезности

$$U(x,y) = \ln x + 4 \ln y - \ln(x - y).$$

Упражнение 4. Найти функцию спроса для функции полезности

$$U(x,y) = 3 \ln x + \ln y - \ln(x + 2y).$$

Упражнение 5. Найти функцию спроса для функции полезности

$$U(x,y) = \ln x + 2 \ln y - \ln(2x + y).$$

ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ
ПО ИЗУЧАЕМОЙ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ
С ДРУГИМИ ДИСЦИПЛИНАМИ СПЕЦИАЛЬНОСТИ

[illegible]

ДОПОЛНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ К УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЕ
ПО ИЗУЧАЕМОЙ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ

на ____/____ учебный год

№п	Дополнения и изменения	Основание

Учебная программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры
(протокол № ____ от _____ 20_ г.)

Заведующий кафедрой

(степень, звание)

(подпись)

(И.О.Фамилия)

УТВЕРЖДАЮ
Декан факультета

(степень, звание)

(подпись)

(И.О.Фамилия)