

Белорусский государственный университет

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной работе

« 15 » июня 2016 г.

Регистрационный № УД- 2177 /уч.



ОСНОВЫ ТЕОРИИ СИГНАЛА

**Учебная программа учреждения высшего образования
по учебной дисциплине для специальности**

1-31 03 01 Математика (по направлениям)

Направление специальности 1-31 03 01-01

Математика (научно-производственная деятельность)

2016 г.

Учебная программа составлена на основе ОСВО 1-31 03 01-2013, утвержденного 30.08.2013 № 88, и учебного плана, утвержденного 30.05.2013, регистрационный № G31-140/уч. по специальности 1-31 03 01 Математика (по направлениям) (направление специальности 1-31 03 01-01 Математика (научно-производственная деятельность)).

СОСТАВИТЕЛИ:

Вениамин Григорьевич Кротов – заведующий кафедрой теории функций механико-математического факультета Белорусского государственного университета, доктор физико-математических наук, профессор;

Игорь Леонидович Васильев – доцент кафедры теории функций механико-математического факультета Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент.

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:

Кафедрой теории функций
(протокол № 12 от 24.05.2016)

Учебно-методической комиссией механико-математического факультета
Белорусского государственного университета
(протокол № 8 от 24.05.2016)

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Теория сигнала является в настоящее время одним из мощных средств изучения математических моделей динамических систем и находит обширные приложения в теории фильтрации, теории информации, при расчете электрических и радиоцепей и т.д. Основными математическими моделями при этом являются системы дифференцируемых и разностных уравнений. Наиболее важным средством изучения этих моделей является операционное исчисление. Кроме того, операционное исчисление применяется при решении многих задач математики, относящихся к функциональному анализу, теории уравнений с частными производными и других ее разделов.

Особое место здесь занимает теория колец и их расширений до поля. В каждом конкретном случае соответствующее кольцо и его расширение строятся отдельно. Впервые такое построение осуществил Микусинский.

Предлагаемый специальный курс посвящен изучению основных операционных методов решения дифференциальных, интегральных и разностных уравнений с помощью соответствующих интегральных преобразований и на основе абстрактной схемы.

Методика, применяемая при решении указанных задач, является удобным средством изучения многих объектов, рассматриваемых в математическом и функциональном анализе, теории систем, теории сигнала и т.д.

Цель дисциплины:

Ознакомление студентов с основными понятиями и методами теории сигнала, а также с операционным исчислением.

Образовательная цель: изложение основ теории сигнала основных моделей аналоговых и дискретных фильтров.

Развивающая цель: формирование у студентов основ математического мышления, изучение алгоритмов решения задач о фильтрации системы, решение дифференциальных и разностных уравнений.

Основные задачи, решаемые в рамках изучения дисциплины:

- ✓ Формирование у студентов понятия сигнала и системы;
- ✓ Формирование у студентов понятия динамической системы и фильтра;
- ✓ Использование операционного исчисления при решении задач.

В результате изучения дисциплины «Основы теории сигнала» обучаемый студент должен:

- ✓ **Знать**
 - основные понятия и результаты теории систем;
 - методы построения аналоговых и дискретных фильтров;
 - методы исследования разностных уравнений.
- ✓ **Уметь**
 - использовать основные результаты теории сигнала в практической деятельности;
 - использовать теоретические и практические навыки теории сигнала в других разделах математики.
- ✓ **Владеть**
 - основными методами и результатами теории сигнала;
 - методами расчета аналоговых и дискретных фильтров;

- методами построения операционного исчисления в аналоговых и дискретных случаях;
- навыками самообразования и способами использования аппарата теории сигнала для проведения междисциплинарных исследований.

В результате изучения дисциплины специализации «Основы теории сигнала» студент должен обладать следующими компетенциями:

- АК-1. Уметь применять базовые научно-теоретические знания для решения теоретических и практических задач.
- АК-2. Владеть системным и сравнительным анализом.
- АК-3. Владеть исследовательскими навыками.
- АК-4. Уметь работать самостоятельно.
- АК-5. Быть способным вырабатывать новые идеи (обладать креативностью).
- АК-6. Владеть междисциплинарным подходом при решении проблем.
- АК-7. Иметь навыки, связанные с использованием технических устройств, управлением информацией и работой с компьютером.
- АК-8. Обладать навыками устной и письменной коммуникаций..
- АК-9. Уметь учиться, повышать свою квалификацию в течение всей жизни.
- СЛК-2. Быть способным к социальному взаимодействию.
- СЛК-3. Обладать способностью к межличностным коммуникациям.
- СЛК-5. Быть способным к критике и самокритике.
- СЛК-6. Уметь работать в команде.
- ПК-1. Разрабатывать практические рекомендации по использованию научных исследований, планировать и проводить экспериментальные исследования, исследовать патентоспособность и показатели технического уровня разработок программного обеспечения информационных систем.
- ПК-2. Владеть основными методами, способами и средствами получения, хранения, переработки информации. Применять современные методы проектирования информационных систем, использовать веб-сервисы, оформлять техническую документацию.
- ПК-3. Применять методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности и в областях знаний, непосредственно не связанных со сферой деятельности.
- ПК-4. Разрабатывать и тестировать информационные системы, осуществлять защиту приложений и данных.
- ПК-5. Заниматься аналитической и научно-исследовательской деятельностью в области математики и информационных технологий.
- ПК-6. Использовать и развивать современные информационные технологии и средства автоматизации управленческой деятельности.
- ПК-7. Проводить исследования в области эффективности решения производственных задач.
- ПК-8. Работать с научной, нормативно-справочной и специальной литературой; Самостоятельно приобретать с помощью информационных технологий и использовать в практической деятельности новые знания и умения, в том числе в новых областях знаний, непосредственно не связанных со сферой деятельности.

ПК-9. Осуществлять выбор оптимального варианта проведения научно-исследовательских работ.

ПК-13. Составлять документацию (графики работ, инструкции, планы, заявки, деловые письма и т.п.), а также отчетную документацию по установленным формам.

ПК-16. Разрабатывать и согласовывать представляемые материалы.

ПК-22. Осваивать и реализовывать управленческие инновации в сфере высоких технологий.

ПК-27. Разрабатывать новые информационные технологии на основе математического моделирования и оптимизации.

Дисциплина специализации «Основы теории сигнала» тесно связана с дисциплинами «Математический анализ» и «Теория функций комплексного переменного».

Специальный курс предназначен для студентов 4 курса (7,8 семестры) специальности 1-31 03 01 Математика (по направлениям) 1-31 03 01-01 Математика (научно-производственная деятельность), специализирующихся в области теории функций, функционального анализа, уравнений с частными производными очной формы получения образования.

В соответствии с учебным планом специальности на изучение дисциплины отводится 228 часов, в том числе 98 часов аудиторных занятий. Распределение аудиторных часов по видам занятий:

4 курс 7 семестр – лекции – 66 часов, контролируемая (управляемая) самостоятельная работа – 6 часов. Форма отчетности – зачет.

4 курс 8 семестр – лекции – 32 часа, контролируемая (управляемая) самостоятельная работа – 4 часа. Форма отчетности – экзамен.

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

ТЕМА 1. Сигналы и системы

Сигналы и системы.

Дискретные сигналы и системы.

Z-преобразование, дискретное преобразование Фурье и их свойства.

Аналоговые сигналы и системы.

Преобразование Фурье и их свойства.

ТЕМА 2. Восстановление цифрового сигнала по отсчетам

Сигналы бесконечной энергии.

Спектр дискретизированного сигнала. Теорема Котельникова.

Классические аналоговые и дискретные фильтры.

ТЕМА 3. Элементы теории оценивания.

Основные типы оценок.

Линейные оптимальные оценки.

Интегральное уравнение Винера–Хопфа.

Фильтр Калмана. Фильтр Калмана–Бьюси.

ТЕМА 4. Решение уравнений

Решение дифференциальных уравнений

Решение разностных уравнений

ТЕМА 5. Преобразование Лапласа и его приложения к решению дифференциальных и интегральных уравнений

Преобразование Лапласа

Решение дифференциальных и интегральных уравнений

ТЕМА 6. Дискретные свертки и преобразования Лапласа и Фурье

Дискретная свертка и преобразование Фурье

Дискретная свертка и преобразование Лапласа.

ТЕМА 7. Кольца, поля. Поле отношений

Кольца, поля

Поле отношений

Тема 8. Дискретное операционное исчисление. Поле гиперпоследовательностей.

Кольцо последовательностей. Поле гиперпоследовательностей.

Алгебраическое дифференцирование и интегрирование.

Решение разностных уравнений с постоянными коэффициентами.

Решение разностных уравнений с переменными коэффициентами.

ТЕМА 9. Операционное исчисление Микусинского. Гиперфункции.

Кольцо функций.

Поле гиперфункций.

Решение дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.

Решение дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами.

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА

Номер раздела, темы	Номер занятия	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов					Количество часов по УСР	Формы контроля знаний
			лекции	практические занятия	семинарские занятия	лабораторные занятия	Иное		
1		2	3	4	5	6	7	8	9
		7 семестр							
ТЕМА 1	1	Сигналы и системы	2						
	2	Основные модели динамических систем	2						
	3	Дискретные сигналы и системы	2						
	4	Теоремы о свертке	2						
	5	Z-преобразование и его свойства	2						
	6	Дискретное преобразование Фурье и его свойства	2						
	7	Аналоговые сигналы и системы	2						
	8	Линейные инвариантные системы	2						
	9	Ограниченность оператора свертки	2						
	10	Преобразование Фурье и его свойства	2						
	11	Теоремы о свертке «Равенство Парзеля»	2						
		Проверка знаний студентов по теме 1 «Сигналы и системы»						2	Контрольная работа
ТЕМА 2	12	Сигналы бесконечной энергии	2						
	13	Спектр дискретизированного сигнала	2						
	14	Теорема Котельникова	2						
	15	Классические аналоговые фильтры	2						
	16	Классические дискретные фильтры	2						
		Проверка знаний студентов по теме 2 «Восстановление цифрового сигнала по отсчетам»						2	Контрольная работа
ТЕМА 3	17	Основные типы оценок	2						
	18	Постановка задачи оптимального оценивания	2						
	19	Оптимальная фильтрация в дискретных системах	2						
	20	Оптимальное предсказание в дискретных системах	2						
	21	Оптимальное сглаживание в дискретных системах	2						

	22	Байесовские оценки	2						
	23	Предгибельтовы пространства наблюдений	2						
	24	Интегральное уравнение Винера-Хопфа	2						
	25	Фильтр Кальмана	2						
	26	Оптимальные оценки в непрерывных системах	2						
	27	Соотношение вход-выход	2						
	28	Фильтр Кальмана-Бьюси	2						
ТЕМА 4	29	Решение дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами	2						
	30	Решение дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами	2						
	31	Решение уравнений в частных производных	2						
	32	Решение разностных уравнений с постоянными коэффициентами	2						
	33	Решение разностных уравнений с переменными коэффициентами	2						
		Проверка знаний студентов по теме 4 «Решение уравнений»						2	Контрольная работа
		Всего за 7 семестр	66					6	зачет

		8 семестр							
ТЕМА 5	1	Преобразование Лапласа и его свойства	2						
	2	Решение дифференциальных и интегральных уравнений	2						
ТЕМА 6	3	Дискретные преобразования Лапласа	2						
	4	Дискретные свертки и преобразование Фурье	2						
	5	Решение бесконечных алгебраических систем	2						
ТЕМА 7	6	Кольца, алгебры, идеалы	2						
	7	Расширение кольца до поля	2						
	8	Поле отношений	2						
		Проверка знаний студентов по теме 7 «Кольца, поля. Поле отношений».						2	Контрольная работа
ТЕМА 8	9	Кольцо последовательностей. Поле гиперпоследовательностей.	2						
	10	Алгебраическое дифференцирование и интегрирование.	2						
	11	Решение разностных уравнений с постоянными коэффициентами	2						
	12	Решение разностных уравнений с постоянными коэффициентами.	2						
	13	Решение разностных уравнений с переменными коэффициентами.	2						
ТЕМА 9	14	Кольцо функций. Поле функций	2						
	15	Решение разностных уравнений с постоянными коэффициентами.	2						
	16	Решение разностных уравнений с переменными коэффициентами.	2						
		Проверка знаний студентов по теме 9 «Операционное исчисление Микусинского. Гипефункции».						2	Контрольная работа
		Всего за 8 семестр	32					4	экзамен
		Всего по дисциплине	98					10	

ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Диткин В.А., Прудников А.П. Операционное исчисление // Математический анализ, М., 1966. – С. 54-71.
2. Брычков Ю.А., Прудников А.П., Шишков В.С. Операционное исчисление // Математический анализ, М., 1979, т.16. – С. 99-148.
3. Иосида К. Операционное исчисление: теория гиперфункций. – Мн.: Университетское, 1989. – 168 с.
4. Гахов Ф.Д., Черский Ю.И. Уравнения типа свертки. – М., 1978. – 296 с.
5. Ленг С. Алгебра.– М.: Мир, 1968.– 564 с.
6. Сиберт У.М. – Цепи, сигналы, системы: В 2-х частях: Ч.1.– М.: Мир, 1988.– 336 с.
7. Сиберт У.М. – Цепи, сигналы, системы: В 2-х частях: Ч.2.– М.: Мир, 1988.– 336 с.

ОРГАНИЗАЦИЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

Самостоятельная работа студентов – это любая деятельность, связанная с воспитанием мышления будущего профессионала. В широком смысле под самостоятельной работой следует понимать совокупность всей самостоятельной деятельности студентов как в учебной аудитории, так и вне её, в контакте с преподавателем и в его отсутствии.

Целями самостоятельной работы являются: активизация учебно-познавательной деятельности; формирование умений и навыков самостоятельного приобретения, обобщения знаний и применение их на практике; саморазвитие и самосовершенствование.

Управляемая самостоятельная работа – это самостоятельная работа, выполняемая по заданию и при методическом руководстве преподавателя и контролируемая на определенном этапе обучения, целью, которой, дополнительно к вышесказанному, является целенаправленное обучение основным навыкам и умениям для выполнения самостоятельной работы.

Самостоятельная работа реализуется: непосредственно в процессе аудиторных занятий – на лекциях, практических занятиях, при выполнении индивидуальных работ; в контакте с преподавателем вне рамок расписания – на консультациях по учебным вопросам, в ходе творческих контактов, при ликвидации задолженностей, при выполнении индивидуальных заданий и т.д.; в библиотеке, дома, в общежитии, на кафедре при выполнении студентом учебных и творческих задач.

В процессе самостоятельной работы по дисциплине «Основы теории сигнала» студент должен выполнять следующие виды внеаудиторной деятельности: изучение и конспектирование материала, вынесенного на лекциях и практических занятиях на самостоятельное изучение по источникам основной и дополнительной литературы; выполнение индивидуальных и домашних заданий. Контроль самостоятельной работы студентов осуществляется во время аудиторных занятий при проведении контрольных работ по конкретным темам.

ПРИМЕРНЫЙ ПЕРЕЧЕНЬ ИСПОЛЬЗУЕМЫХ СРЕДСТВ ДИАГНОСТИКИ РЕЗУЛЬТАТОВ УЧЕБНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ

Контроль освоения практических навыков осуществляется в форме написания контрольных работ. По итогам семестров (7 и 8) проводится зачет и экзамен.

ПРИМЕРНЫЙ ПЕРЕЧЕНЬ ЗАДАНИЙ ДЛЯ УПРАВЛЯЕМОЙ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

Контрольная работа по теме «Сигналы и системы»

1. Дать определение аналоговой линейной инвариантной системы.
2. Сформулировать теорему о свертке для преобразования Лапласа.
3. Используя равенство Парсеваля, вычислить интеграл

$$I = \int_0^{\infty} \frac{\sin(at) * \sin(bt)}{t} dt, a > 0, b > 0$$

4. С помощью преобразования Лапласа решить ДУ

$$\begin{cases} x''(t) + x(t) = e^t + \cos t \\ x(0) = x'(0) = 1 \end{cases}$$

5. С помощью преобразования Лапласа решить систему ДУ

$$\begin{cases} x' = -y' \\ y' = 2x + 2y \end{cases} \quad x'(0) = y(0) = 1$$

Контрольная работа

по теме «Восстановление цифрового сигнала»

1. Дать определение дискретной линейной инвариантной системы.
2. Сформулировать теорему Котельникова.
3. Пусть $F(a_k) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k e^{ik\theta} = A(\theta)$.

Найти $F\{\overline{a_k}\}$, $F\{a_{-k}\}$, $F\{a_k b_k\}$

4. Решить бесконечную алгебраическую систему

$$x_n + \lambda \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{x_k}{(n-k)^2 + 1} = \frac{1}{n^2 + 1}, \quad n \in \mathbb{Z}$$

5. Восстановить сигнал $x(t)$ по отсчетам

$$\begin{cases} x(0) \\ x(n) = \frac{1}{n}, \quad n \neq 0 \end{cases}$$

Контрольная работа по теме «Решение уравнений»

1. Дать определение кольца функций и поля гиперфункций.
2. Сформулировать теорему о свертке.
3. Определить гиперфункции, соответствующие функциям $t^n, e^{-at}, \sin bt$
4. В поле гиперфункций решить ДУ

$$x''(t) + 3x'(t) + 2x(t) = 0 \quad x(0) = 1, x'(0) = 2$$

5. В поле гиперфункций решить систему ДУ

$$\begin{cases} x'' + y = 1 \\ y'' + x = 0 \end{cases} \quad x(0) = y(0) = x'(0) = y'(0) = 0$$

Контрольная работа по теме «Кольца, поля. Поле отношений»

1. Дать определение алгебры гиперпоследовательностей.
2. Сформулировать теорему об ограниченности оператора свертки в e_p .
3. Пусть a, b – последовательности. Доказать $e^{a+b} = e^a + e^b$.
4. Пусть a -последовательность, $\gamma \in \mathbb{R}$.
Доказать $D(I + ah)^\gamma = \gamma(I + ah)^{\gamma-1}$
5. Методом Льенара-Шипара исследовать разрешимость РУ

$$\begin{cases} 6x_{n+2} - 5x_{n+1} + x_n = y_n, \\ x_0 = 1, \quad x_1 = 0 \end{cases}$$

Контрольная работа

по теме «Операционное исчисление Микусинского. Гиперфункции»

1. Дать определение банахова модуля $e_p^{m \times m}$
2. Сформулировать теорему об алгебраической матрицанте.
3. Пусть $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$. Вычислите e^A .
4. С помощью алгебраического матрицанта решить матричное РУ:

$$\begin{cases} (n+1)X_{n+1} + \left\{ n \begin{bmatrix} 0,5 & 0 \\ 0 & 0,7 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0,5 \end{bmatrix} \right\} X_n = 0 \\ X_0 = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \end{cases}$$

5. Решить матричное РУ с коммутативными коэффициентами:

$$\begin{cases} \left\{ n \begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -10 & 0 \\ 0 & -10 \end{bmatrix} \right\} X_{n+1} + \left\{ n \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \right\} X_n = 0 \\ X_0 = 0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \end{cases}$$

ДОПОЛНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ К УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЕ
ПО ИЗУЧАЕМОЙ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ

на ____ / ____ учебный год

№п	Дополнения и изменения	Основание

Учебная программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры
(протокол № ____ от _____ 20_ г.)

Заведующий кафедрой

(степень, звание)

(подпись)

(И.О.Фамилия)

УТВЕРЖДАЮ

Декан факультета

(степень, звание)

(подпись)

(И.О.Фамилия)