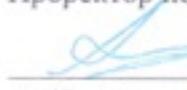


Белорусский государственный университет

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной работе

  
« 15 » июля 2016 г.

Регистрационный № УД-2114 / уч.



**АНАЛИТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ПОНЯТИЙ  
СХОДИМОСТИ И БЕСКОНЕЧНОСТИ**

Учебная программа учреждения высшего образования  
по учебной дисциплине для специальности

1-31 03 01 Математика (по направлениям)

Направление специальности 1-31 03 01-02

Математика (научно-педагогическая деятельность)

2016 г.

Учебная программа составлена на основе ОСВО 1-31 03 01-2013, утвержденного 30.08.2013 № 88, и учебного плана, утвержденного 30.05.2013, регистрационный № G31-138/уч. по специальности 1-31 03 01 Математика (по направлениям) (направление специальности 1-31 03 01-03 Математика (научно-педагогическая деятельность)).

**СОСТАВИТЕЛИ:**

**Наталья Владимировна Бровка** – профессор кафедры теории функций механико-математического факультета Белорусского государственного университета, доктор педагогических наук, профессор.

**РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:**

Кафедрой теории функций  
(протокол № 12 от 24.05.2016)

Учебно-методической комиссией механико-математического факультета  
Белорусского государственного университета  
(протокол № 8 от 24.05.2016)

## ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

В связи с переходом обучения в университете на четырёхлетний срок обучения, объем лекционных курсов, практических и лабораторных занятий по курсу «Математический анализ» уменьшен. Ввиду особой важности фундаментального курса «Математический анализ» для усвоения содержания остальных математических дисциплин, важно дополнить программу первых трех семестров теми разделами этого курса, изучение которых способствует формированию глубоких знаний и умений осознанно применять эти знания в решении профессиональных задач. С этой целью для студентов научно-педагогического отделения введён курс «Аналитические методы использования понятий бесконечности и сходимости».

Математический анализ является основой для изучения курсов «Дифференциальные уравнения», «Функциональный анализ и интегральные уравнения», «Уравнения математической физики», «Дифференциальная геометрия», «Вариационное исчисление и методы оптимизации». Базовые конструкции дифференциального и интегрального исчисления используются также при изучении и других математических дисциплин.

Основными задачами обучения дисциплине «Аналитические методы использования понятий бесконечности и сходимости» являются освоение студентами теоретических знаний на базе лекционного курса и в процессе самостоятельной работы с теоретическим материалом. Контроль усвоения теоретического материала проводится в форме аудиторного тестирования, в процессе выполнения студентами самостоятельных и индивидуальных работ.

Практические навыки использования теоретических положений при решении различных задач и упражнений отрабатываются на аудиторных занятиях, а также в процессе выполнения студентами самостоятельных, индивидуальных, творческих работ. Контроль освоения практических навыков осуществляется во время практических занятий в форме проверки домашних заданий, тестирования, опросов и письменных ответов на задания в течение семестра.

**Цель дисциплины «Аналитические методы использования понятий сходимости и бесконечности»:** закрепление математических знаний и умений по их использованию на основе обобщения и систематизации краеугольных понятий курса математического анализа, как важнейших составляющих академических и профессиональных компетенций будущего математика.

**Образовательная цель:** формирование профессионально-ориентированных математических и методических компетенций в математической подготовке будущих преподавателей математики.

**Развивающая цель:** формирование у студентов математического мышления, знаний основных методов математических доказательств, умений исследования математических объектов, а также методов решения конкретных математических задач.

**Основные задачи,** решаемые в рамках изучения дисциплины «Аналитические методы использования понятий сходимости и бесконечности»:

- формирование у студентов знаний о способах введения множества действительных чисел;
- освоение методов применения предельного перехода к решению различных математических задач;

– освоение способов использования дифференциального исчисления для решения экстремальных и других задач современной математики;

– освоение способов использования методов интегрального исчисления для решения задач математики, механики, математической физики.

В результате изучения учебной дисциплины студент должен

**знать:**

– методы применения дифференциального и интегрального исчисления для решения различных математических задач;

– способы доказательств и методы решения типовых задач курса математического анализа;

– новейшие достижения в области математического анализа и их приложения в задачах естествознания;

**уметь:**

– использовать основные понятия и методы математического анализа в практической деятельности;

– использовать теоретические и практические навыки применения методов дифференциального и интегрального исчисления в математике;

**владеть:**

– основными методами интегрирования и дифференцирования функций, рядов и интегралов;

– методами доказательств и аналитического исследования функций, рядов и интегралов на непрерывность, сходимость, равномерную сходимость;

– навыками самообразования и способами использования аппарата математического анализа для проведения математических и междисциплинарных исследований.

В результате изучения дисциплины специализации «Функциональные методы решения задач» студент должен обладать следующими компетенциями:

АК-1. Уметь применять базовые научно-теоретические знания для решения теоретических и практических задач.

АК-2. Владеть системным и сравнительным анализом.

АК-3. Владеть исследовательскими навыками.

АК-4. Уметь работать самостоятельно.

АК-5. Быть способным вырабатывать новые идеи (обладать креативностью).

АК-6. Владеть междисциплинарным подходом при решении проблем.

АК-7. Иметь навыки, связанные с использованием технических устройств, управлением информацией и работой с компьютером.

АК-8. Обладать навыками устной и письменной коммуникаций.

АК-9. Уметь учиться, повышать свою квалификацию в течение всей жизни.

СЛК-2. Быть способным к социальному взаимодействию.

СЛК-3. Обладать способностью к межличностным коммуникациям.

СЛК-5. Быть способным к критике и самокритике.

СЛК-6. Уметь работать в команде.

ПК-1. Разрабатывать практические рекомендации по использованию научных исследований, планировать и проводить экспериментальные исследования, исследовать патентоспособность и показатели технического уровня разработок программного обеспечения информационных систем.

ПК-2. Владеть основными методами, способами и средствами получения, хранения, переработки информации. Применять современные методы проектирования информационных систем, использовать веб-сервисы, оформлять техническую

документацию.

ПК-3. Применять методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности и в областях знаний, непосредственно не связанных со сферой деятельности.

ПК-4. Разрабатывать и тестировать информационные системы, осуществлять защиту приложений и данных.

ПК-5. Заниматься аналитической и научно-исследовательской деятельностью в области математики и информационных технологий.

ПК-6. Использовать и развивать современные информационные технологии и средства автоматизации управленческой деятельности.

ПК-7. Проводить исследования в области эффективности решения производственных задач.

ПК-8. Работать с научной, нормативно-справочной и специальной литературой; Самостоятельно приобретать с помощью информационных технологий и использовать в практической деятельности новые знания и умения, в том числе в новых областях знаний, непосредственно не связанных со сферой деятельности.

ПК-9. Осуществлять выбор оптимального варианта проведения научно-исследовательских работ.

ПК-13. Составлять документацию (графики работ, инструкции, планы, заявки, деловые письма и т.п.), а также отчетную документацию по установленным формам.

ПК-16. Разрабатывать и согласовывать представляемые материалы.

ПК-22. Осваивать и реализовывать управленческие инновации в сфере высоких технологий.

ПК-27. Разрабатывать новые информационные технологии на основе математического моделирования и оптимизации.

ПК-28. Применять методы анализа и организации внедрения инноваций.

ПК-29. Реализовывать инновационные проекты в профессиональной деятельности.

ПК-30. Проводить учебные занятия по математике и информатике в 5-12 классах учреждений общего среднего образования на базовом и повышенном уровнях.

ПК-31. Вести преподавательскую работу в высших и средних специальных учебных заведениях в соответствии с полученной квалификацией.

Учебная программа предназначена для студентов дневной формы получения образования.

В соответствии с учебным планом специальности на изучение дисциплины отводится 90 часов, в том числе 52 часов аудиторных занятий, из них лекционных – 36 часов, практических занятий – 10 часов, семинарских – 2 часа, УСП – 4 часа. Рекомендуемая форма отчетности – экзамен.

## СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

### **ТЕМА 1. Теоретические основания и методические особенности различных моделей построения множества действительных чисел**

Сущность аксиоматического подхода к введению действительных чисел (полнота, непротиворечивость, минимальность). Аксиоматика множества действительных чисел.

Отношения эквивалентности и порядка, классы эквивалентных последовательностей Коши. Неполнота множества действительных чисел. Основные положения теории сечений Дедекинда.

Непротиворечивость, изоморфизм моделей множества действительных чисел. Полнота. Эквивалентность основных семи опорных теорем теории действительных чисел.

### **ТЕМА 2. Обобщения понятия «сходимость» методом смысловых опор применительно к основным объектам курса математического анализа: функциям, рядам, интегралам**

Смысловые опоры понятия «сходимость» применительно к функциям одной и многих переменных, последовательностям и числовым рядам, функциональным рядам и несобственным интегралам, интегралам, зависящим от параметра.

Смысловые опоры формулировки критерия Коши применительно к функциям одной и многих переменных, последовательностям и числовым рядам, функциональным рядам и несобственным интегралам, интегралам, зависящим от параметра.

### **ТЕМА 3. Применение метода смысловых опор к понятию «равномерная сходимость» в отношении основных объектов курса математического анализа: функций, рядов, интегралов**

Смысловые опоры понятия «равномерная сходимость» применительно к функциям одной и многих переменных, последовательностям и числовым рядам, функциональным рядам и несобственным интегралам, интегралам, зависящим от параметра.

Аналогия формулировок критерия Коши равномерной сходимости применительно к функциям одной и многих переменных, последовательностям и числовым рядам, функциональным рядам и несобственным интегралам, интегралам, зависящим от параметра.

Равномерная сходимость как условие непрерывности, дифференцируемости, интегрируемости суммы рядов и интегралов, зависящих от параметра.

### **ТЕМА 4. Предельный переход как основа введения понятия «дифференцируемость» применительно к различным объектам курса математического анализа**

Аналогия и обобщение при введении понятия производной и дифференцируемости для функций одной и многих переменных, производной по направлению.

Непрерывность и равномерная сходимость как условия дифференцируемости и интегрируемости рядов и интегралов, зависящего от параметра.

Обобщенная схема исследования на экстремум (функций, собственных интегралов, зависящих от интеграла).

**ТЕМА 5. Потенциальная и актуальная бесконечность. Счетные и континуальные множества. Элементы теории меры Жордана**

Потенциальная и актуальная бесконечность. Счетные и континуальные множества.

Элементы теории меры Жордана.

**ТЕМА 6. О методике введения различных видов интегралов по жордановым множествам**

Алгоритм введения интегралов по жордановым множествам.

Систематизация основных методов интегрирования.

Интеграл Стильеса и его свойства.

## УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА

Но м е р р а з д е л а, т е м ы	Но м е р з а н я т и я	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов					К о л и ч е с т в о ч а с о в У С Р	Форма контроля знаний
			л е к ц и и	п р а к т и ч е с к и е и з а н я т и я	с е м и н а р с к и е з а н я т и я	л а б о р а т о р н ы е з а н я т и я	И н о е		
		9 семестр							
1		<b>Тема 1. Теоретические основания и методические особенности различных моделей построения множества действительных чисел</b>	6	2	1				
	1.1	Сущность аксиоматического подхода к введению действительных чисел (полнота, непротиворечивость, минимальность). Аксиоматика множества действительных чисел.	2						
	1.2	Отношения эквивалентности и порядка, классы эквивалентных последовательностей Коши. Неполнота множества действительных чисел. Основные положения теории сечений Дедекинда.	2		1				
	1.3	Непротиворечивость, изоморфизм моделей множества действительных чисел. Полнота. Эквивалентность основных семи опорных теорем теории действительных чисел.	2	2					Фронтальный опрос
2		<b>Тема 2. Обобщения понятия «сходимость» методом смысловых опор применительно к основным объектам курса математического анализа: функциям, рядам, интегралам.</b>	8	2				2	
	2.1	Смысловые опоры понятия «сходимость» применительно к функциям одной и многих переменных, последовательностям и числовым рядам.	2						

	2.2	Смысловые опоры понятия «сходимость» применительно к функциональным рядам и несобственным интегралам, интегралам, зависящим от параметра.	2						Математический диктант
	2.3	Смысловые опоры формулировки критерия Коши применительно к функциям одной и многих переменных, последовательностям и числовым рядам.	2						
	2.4	Смысловые опоры формулировки критерия Коши применительно к функциональным рядам и несобственным интегралам, интегралам, зависящим от параметра.	2	2					
		Проверка знаний студентов по теме № 2						2	Контрольная работа № 1
<b>3</b>		<b>Тема 3. Применение метода смысловых опор к понятию «равномерная сходимость» в отношении основных объектов курса математического анализа: функций, рядов, интегралов</b>	<b>6</b>	<b>2</b>	<b>1</b>				
	3.1	Смысловые опоры понятия «равномерная сходимость» применительно к функциям одной и многих переменных, последовательностям и числовым рядам, функциональным рядам и несобственным интегралам, интегралам, зависящим от параметра.	2						Фронтальный опрос
	3.2	Аналогия формулировок критерия Коши равномерной сходимости применительно к функциям одной и многих переменных, последовательностям и числовым рядам, функциональным рядам и несобственным интегралам, интегралам, зависящим от параметра.	2						Тест
	3.3	Равномерная сходимость как условие непрерывности, дифференцируемости, интегрируемости суммы рядов и интегралов, зависящих от параметра	2	2	1				Проверка индивидуальных заданий
<b>4</b>		<b>Тема 4. Предельный переход как основа введения понятия «дифференцируемость» применительно к различным объектам курса математического анализа</b>	<b>6</b>	<b>2</b>				<b>2</b>	
	4.1	Аналогия и обобщение при введении понятия производной и дифференцируемости для функций одной и многих переменных, производной по направлению	2						

4.2	Непрерывность и равномерная сходимость как условия дифференцируемости и интегрируемости рядов и интегралов, зависящего от параметра.	2						
4.3	Обобщенная схема исследования на экстремум (функций, собственных интегралов, зависящих от интеграла).	2	2					
	Проверка знаний студентов по темам 3-4						2	Контрольная работа № 2
<b>5</b>	<b>Тема 5. Потенциальная и актуальная бесконечность. Счетные и континуальные множества. Элементы теории меры Жордана</b>	<b>4</b>						
5.1	Потенциальная и актуальная бесконечность. Счетные и континуальные множества.	2						
5.2	Элементы теории меры Жордана.	2						
<b>6</b>	<b>Тема 6. О методике введения различных видов интегралов по жордановым множествам</b>	<b>6</b>	<b>2</b>					
6.1	Алгоритм введения интегралов по жордановым множествам.	2						
6.2	Систематизация основных методов интегрирования.	2	2					Проверка индивидуальных заданий
6.3	Интеграл Стильеса и его свойства.	2						
	<b>Всего за 9 семестр</b>	<b>36</b>	<b>10</b>	<b>2</b>			<b>4</b>	<b>Экзамен</b>

## ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

### Список литературы

#### Основная

- 1 Архипов Г.И., Садовничий В.А., Чубариков В.Н. Лекции по математическому анализу, М.: Высшая школа, 2000.
- 2 Зорич В.А. Математический анализ (2 тома), М.: Наука, 1981.
- 3 Кудрявцев Л.Д. Курса математического анализа. Т. 1, 2, 3.- М.: Высшая школа, 1988.
- 4 Никольский С.М. Курс математического анализа Т. I, II.-М.: Наука. 1990.
- 5 Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу.- М.: Наука, 1990.
- 6 Зверович Э.И. Вещественный и комплексный анализ. Т. 1-6. - Минск, Высшая школа, 2008

#### Дополнительная литература

- 7 Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. В 3-х томах.- М.: Наука, 1970.
- 8 Ильин В.А., Садовский В.А., Сендов Б.Х., Садовский В.А. Математический анализ. - М.: Наука, 1979.
- 9 Тер-Крикоров А.М., Шабунин И.И. Курс математического анализа. М.: Наука, 1988.
- 10 Рудин У. Основы математического анализа.- М.: Мир, 1976.
- 11 Суетин П.К. Классические ортогональные многочлены. М. ФИЗМАТЛИТ, 2005.
- 12 Олвер Ф. Асимптотика и специальные функции. -М.: Наука, 1990.

## **ОРГАНИЗАЦИЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ**

Самостоятельная работа студентов – это любая деятельность, связанная с воспитанием мышления будущего профессионала. В широком смысле под самостоятельной работой следует понимать совокупность всей самостоятельной деятельности студентов как в учебной аудитории, так и вне её, в контакте с преподавателем и в его отсутствии.

Целями самостоятельной работы являются: активизация учебно-познавательной деятельности; формирование умений и навыков самостоятельного приобретения, обобщения знаний и применение их на практике; саморазвитие и самосовершенствование.

Управляемая самостоятельная работа – это самостоятельная работа, выполняемая по заданию и при методическом руководстве преподавателя и контролируемая на определенном этапе обучения, целью, которой, дополнительно к вышесказанному, является целенаправленное обучение основным навыкам и умениям для выполнения самостоятельной работы.

Самостоятельная работа реализуется: непосредственно в процессе аудиторных занятий – на лекциях, практических занятиях, при выполнении индивидуальных работ; в контакте с преподавателем вне рамок расписания – на консультациях по учебным вопросам, в ходе творческих контактов, при ликвидации задолженностей, при выполнении индивидуальных заданий и т.д.; в библиотеке, дома, в общежитии, на кафедре при выполнении студентом учебных и творческих задач.

В процессе самостоятельной работы по дисциплине «Аналитические методы использования понятий сходимости и бесконечности» студент должен выполнять следующие виды внеаудиторной деятельности: изучение и конспектирование материала, вынесенного на лекциях и практических занятиях на самостоятельное изучение по источникам основной и дополнительной литературы; выполнение индивидуальных и домашних заданий. Контроль самостоятельной работы студентов осуществляется во время аудиторных занятий при проведении контрольных работ по конкретным темам.

### **ПЕРЕЧЕНЬ ИСПОЛЬЗУЕМЫХ СРЕДСТВ ДИАГНОСТИКИ РЕЗУЛЬТАТОВ УЧЕБНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ**

Контроль освоения практических навыков осуществляется при фронтальном опросе, математическом диктанте, тестировании, проверке индивидуальных заданий и на контрольных работах. По итогам семестра проводится экзамен.

**ПРИМЕРНЫЙ ПЕРЕЧЕНЬ ЗАДАНИЙ УПРАВЛЯЕМОЙ  
САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ ПО ДИСЦИПЛИНЕ  
«АНАЛИТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ПОНЯТИЙ  
СХОДИМОСТИ И БЕСКОНЕЧНОСТИ»**

**Контрольная работа № 1**

**Контрольная работа № 2**




ДОПОЛНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ К УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЕ  
ПО ИЗУЧАЕМОЙ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ

на \_\_\_\_ / \_\_\_\_ учебный год

№п	Дополнения и изменения	Основание

Учебная программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры  
(протокол № \_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ 20\_ г.)

Заведующий кафедрой

\_\_\_\_\_

(степень, звание)

\_\_\_\_\_

(подпись)

\_\_\_\_\_

(И.О.Фамилия)

УТВЕРЖДАЮ

Декан факультета

\_\_\_\_\_

(степень, звание)

\_\_\_\_\_

(подпись)

\_\_\_\_\_

(И.О.Фамилия)