Анализ типичных ошибок студентов при изучении Excel и пути их устранения

В. И. Воюш,
кандидат экономических наук, доцент,
Белорусский государственный аграрный
технический университет

Информационные дисциплины играют важную роль при подготовке специалистов в учреждениях высшего образования. Сама по себе информатика не является сложной дисциплиной. Но при выполнении лабораторных работ по электронным таблицам студенты совершают много ошибок.

Причины их возникновения разные. Как правило, эти ошибки простые и анализ их не требует времени. Но есть и такие, которые требуют анализа. Преподаватель должен объяснить причину возникновения ошибочной ситуации, что предъявляет к нему определенные требования. Дело в том, что преподаватель на лабораторных занятиях работает с группой студентов, постоянно обращающихся к нему с вопросами. Преподаватель находится в «стрессовой» ситуации и обычно не имеет времени для анализа причин появления ошибки, а потому не всегда может быстро дать исчерпывающее математическое объяснение на возникший вопрос, если он незнаком с данной ситуацией. Если же преподавателю известна эта ошибка, то он будет «на высоте». В статье разбираются наиболее часто возникающие ошибки студентов и раскрываются причины их возникновения. Конечно, не рассматриваем ошибки, являющиеся следствием обычной невнимательности.

К первой группе относятся тривиальные ошибки, которые связаны с очень простыми математическими понятиями. К ошибкам приводит недостаточно хорошая математическая подготовка студентов. К сожалению, студенты «спотыкаются» и на простых ошибках. Поиск причин их появления и исправление занимают у студентов много времени, особенно при дистанционном обучении.

1. Запись функций и действия над ними. Суть ситуации в том, что очень многие студенты не осознают основное правило записи функций: после названия функции всегда должен следовать заключенный в скобки аргумент. Если же над функцией требуется выполнить какое-либо действие, например возвести ее в степень, то неправильная запись выражения становится чуть ли не неизбежной. Ошибка состоит в том, что студент записывает название функции, затем операцию над функцией и только потом аргумент (бывает, что аргумент вообще опускается). Получается запись типа sin^2(b4+g7) вместо правильной sin (b4+g7) ^2. Эта ситуация возникает очень часто.

2. Запись чисел в экспоненциальном формате (как мантисса, умноженная на возведенное в нужную степень число 10, численное значение степени называется порядком числа). Запись числа в таком формате воспринимается студентами с большим трудом. Например, число 5.4.10-2 они так и записывают, несмотря на то, что в методическом пособии показано, что это число должно представляться как 5.4Е-2. Здесь обычно делают сразу несколько ошибок: студенты не осознают того факта, что основание степени 10 просто нужно заменить на букву Е, непосредственно за которой записывается порядок, при этом запись самого основания (числа 10) не требуется, а также не нужен знак умножения. Эта ситуация также возникает очень часто.

3. Неумение анализировать и объяснять поведение функции. Есть задания, в которых требуется посредством электронных таблиц найти корни нелинейной функции. Для этого нужно построить график функции на отрезке аргумента, к которому предположительно принадлежат корни функции. В некоторых предлагаемых вариантах этого задания функции имеют особые точки, на которых знаменатель, являющийся частью функции, обращается в нуль. Для правильного решения требуется выделить эти особые точки и исключить их из отрезка, на котором ищутся корни функции. Иначе можно получить совершенно неверное решение, которое будет выглядеть правдоподобным.

Вторую группу составляют более сложные ошибки, причины появления которых не так очевидны. Изучаемые по информатике приложения базируются на непростых математических моделях. Как следствие, при выполнении вычислений в электронных таблицах, в частности Excel, можно получить результаты, которые выглядят парадоксальными и причины возникновения таких результатов студенты определить не могут. Причиной этого является неправильный анализ рабочей ситуации и, соответственно, неверный выбор математического решения. Студент должен самостоятельно выработать алгоритм решения задачи, но не всегда с этим справляется. В итоге он получает результат, отличающийся от приведенного в методическом пособии, и у студента возникает естественный вопрос, в чем же причина расхождения результатов. Рассмотрим такого рода ситуации.

4. Неправильная трактовка среднеарифметического значения – это самая интересная и нетривиальная ошибка. Обычно среднеарифметическое значение кажется настолько простым понятием, что студенты не задумываются о его сущности и оперируют им «интуитивно». Но это не такое простое понятие, как кажется, и для него свойственны интересные «кажущиеся» парадоксы. Суть данной ситуации иллюстрируется примером, который представляет типичное задание по Excel для итоговых вычислений (табл. 1).

Требуется вычислить урожайность полей (ячейки D_i) при заданных их площадях (ячейки B_i) и весе собранного на каждом поле урожая (ячейки *Ci*). Здесь урожайность

Таблица 1. **Первое задание для итоговых вычислений – правильный расчет**

	A	B	C	D	E
1	Поля	Площадь, га	Вес, ц	Урожайность, ц/га	Формула расчета урожайности
2	Поле 1	15	3900	260	=C2/B2
3	Поле 2	8	1840	230	=C3/B3
4	Поле 3	12	3300	275	=C4/B4
5	Итого	35	9040	258	=C5/B5

Таблица 2. **Первое задание – неправильный расчет**

	A	B	C	D	E
1	Поля	Площадь, га	Вес, ц	Урожайность, ц/га	Формула расчета
2	Поле 1	15	3900	260	=C2/B2
3	Поле 2	8	1840	230	=C3/B3
4	Поле 3	12	3300	275	=C4/B4
5	Итого	35	9040	255	=СРЗНАЧ(D2:D4)

полей, в том числе и итоговая (ячейки D_i), рассчитывается как отношение веса урожая, собранного с конкретного поля, к площади поля: C_i / B_i (1). В результате итоговая урожайность имеет значение 258. Но некоторые студенты вычисляют ее как среднеарифметическое значение урожайностей для всех полей по формуле $(D2+D3+D4)/3$ (2). В результате получается значение 255 (табл. 2).

Результаты различны. Разница между этими результатами относительно небольшая, но она существует, потому что расчеты выполняются по разным формулам. Вот только дело в том, что студент ожидает, что, вычисляя среднеарифметическое значений, находящихся в ячейках $D2 \div D4$, он тоже получит среднюю урожайность и потому полагает, что результаты должны быть одинаковыми, независимо от метода их расчета. После этого он ищет у преподавателя объяснение тому факту, что в методическом пособии приведен результат 258. Ответ, что он использовал другую формулу, его не устраивает, ему требуется более наглядное объяснение.

То, что расчеты, предлагаемые в методическом пособии и выполненные студентом, не являются тождественными, можно показать таким образом. Не нарушая общности, можно ограничиться анализом матрицы размерности 3, это соответствует приведенному заданию. Обозначим конкретные значения площадей полей как p_i, а вес собранного урожая на каждом поле – как b_i. Тогда имеем для правильного варианта:

$$\begin{pmatrix} p_1 & b_1 & \dfrac{b_1}{p_1} \\ p_2 & b_2 & \dfrac{b_2}{p_2} \\ p_3 & b_3 & \dfrac{b_3}{p_3} \end{pmatrix},$$

где p_i – площадь, b_i – вес, b_i/p_i – урожайность.

Итоговая урожайность, рассчитанная по формуле (1), представляется выражением

$$\frac{b_1+b_2+b_3}{p_1+p_2+p_3}.$$

Если урожайность вычисляется как среднеарифметическое значение по формуле (2), то имеем

$$\left(\frac{b_1}{p_1}+\frac{b_2}{p_2}+\frac{b_3}{p_3}\right)/3 = \frac{p_2 p_3 b_1 + p_1 p_3 b_2 + p_1 p_2 b_3}{3 p_1 p_2 p_3}.$$

Очевидно, что равенство

$$\frac{b_1+b_2+b_3}{p_1+p_2+p_3} = \frac{p_2 p_3 b_1 + p_1 p_3 b_2 + p_1 p_2 b_3}{3 p_1 p_2 p_3}$$

выполняется только при определенных значениях p_i и b_i, например, когда $p_1 = p_2 = p_3$.

5. Использование среднеарифметического значения в более сложной ситуации. В предыдущей ситуации итоговые результаты не различаются слишком сильно. Но возможны более поразительные расхождения. Одна из лабораторных работ представлена заданием, которое приведено в табл. 3. Итоговый «Удельный расход топлива» (для строки «Всего»), обозначим его как УРТ, вычисляется как отношение

$$\frac{R}{b \times S}, \qquad (3)$$

где R – расход горючего, b – вес груза, S – расстояние. Значение УРТ равно 0,000953984. Но часто студент предполагает, что это значение является средним арифметическим для соответствующих значений каждой из строк E2÷E6. Полученное таким образом значение равно 0,004931. Эти значения различаются существенно. В данной ситуации используется более сложный алгоритм итоговых вычислений, нежели в первой, чем и объясняется столь большая разница в значениях УРТ. Покажем причину этого факта. Как и в предыдущей ситуации, не нарушая общности, можно ограничиться анализом матрицы размерности 3:

$$\begin{pmatrix} b_1 & s_1 & r_1 & \dfrac{r_1}{b_1 s_1} \\ b_2 & s_2 & r_2 & \dfrac{r_2}{b_2 s_2} \\ b_3 & s_3 & r_3 & \dfrac{r_3}{b_3 s_3} \end{pmatrix}$$

Таблица 3. **Второе задание для итоговых вычислений – правильный расчет**

	A	B	C	D	E
1	Автомобиль	Вес грузов, т	Расстояние, км	Расход горючего, л	Удельный расход топлива, л/т · км
2	1	34	328	64	0,005738881
3	2	48	312	72	0,004807692
4	3	56	237	57	0,004294756
5	4	37	346	61	0,00476488
6	5	45	154	35	0,005050505
7	Всего	220	1377	289	0,000953984

Итоговый УРТ, вычисленный по формуле (3), представляется как

$$\frac{r_1+r_2+r_3}{(b_1+b_2+b_3)(s_1+s_2+s_3)}=$$

$$=\frac{r_1+r_2+r_3}{b_1s_1+b_1s_2+b_1s_3+b_2s_1+b_2s_2+b_2s_3+b_3s_1+b_3s_2+b_3s_3}. \qquad (4)$$

В то же время среднеарифметическое для строк E2÷E6 представляется как

$$\left(\frac{r_1}{b_1s_1}+\frac{r_2}{b_2s_2}+\frac{r_3}{b_3s_3}\right)/3=$$

$$=\frac{b_2s_2b_3s_3r_1+b_1s_1b_3s_3r_2+b_1s_1b_2s_2r_3}{3b_1s_1b_2s_2b_3s_3}. \qquad (5)$$

Полученные формулы (4) и (5) совершенно разные и их равенство можно даже не рассматривать. Но можно оценить динамику их изменения в зависимости от используемых параметров. Упростим эти выражения, исходя из конкретных областей их применения. Для реальных условий можно предположить, что величины b_i имеют и одинаковый диапазон изменений, для оценки допустимо приравнять их к постоянной величине. Это же предположение можно считать верным и для величин s_i и r_i. Тогда, полагая $b_is_i = L$, а $r_i = R$ (для каждого i), формула (4) преобразуется в такую:

$$\frac{R+R+R}{L+L+L+L+L+L+L+L+L}=\frac{3R}{9L}=\frac{R}{3L}.$$

Аналогично левая часть (5) преобразуется таким образом:

$$\left(\frac{R}{L}+\frac{R}{L}+\frac{R}{L}\right)/3=\frac{3R}{3L}=\frac{R}{L}.$$

Эти оценки функций показывают, что скорости их изменения (своего рода производные) существенно разные: $R/3L$ для (4) и R/L для (5). УРТ как отношение в принципе значительно меньше среднеарифметического, особенно учитывая, что 3 в знаменателе на самом деле является размерностью матрицы, т. е. этот коэффициент также сильно влияет на конечное значение УРТ. Этот факт подтверждается пробными просчетами значения УРТ для разных размерностей матрицы.

Данный пример является иллюстрацией того, что среднеарифметическим нельзя подменять вычисление итогового значения. И разница в получаемых значениях существенно зависит от функции, используемой для расчетов результата на основании задаваемых параметров. Покажем это подробнее. В общем случае такого типа задания можно представить в виде следующей матрицы:

$$\begin{pmatrix} p_1 & r_1 & s_1 & f(p_1,r_1,s_1) \\ p_2 & r_2 & s_2 & f(p_2,r_2,s_2) \\ p_3 & r_3 & s_3 & f(p_3,r_3,s_3) \end{pmatrix}.$$

Опять-таки, не нарушая общности, можно ограничиться анализом матрицы размерности 3. Количество параметров p, r, s в строке тоже несущественно – оно может быть произвольным. Функция $f(a_i,b_i,c_i)$ вычисляет результат на основании параметров a_i, b_i, c_i. Итоговый результат, вычисленный по формуле (1), является функцией $f(a_1+a_2+a_3, b_1+b_2+b_3, c_1+c_2+c_1)$. Если же для расчетов использовать формулу (2), то итоговый результат представляется как $(f(a_1,b_1,c_1)+f(a_2,b_2,c_2)+f(a_3,b_3,c_3))/3$. Понятно, что эти результаты совершенно разные и их равенство не имеет смысла рассматривать. Здесь в какой-то мере проявляется закон ассоциативности – один из фундаментальных законов математики.

С ошибками первой группы (ошибки 1–3) можно бороться. Их причиной является недостаточно хорошая математическая подготовка студентов. Ее уровень у студентов, поступающих, по крайней мере, в некоторые учебные заведения, в последние годы не повышается. Если даже в перспективе уровень подготовки студентов повысится, в настоящее время приходится считаться с реалиями. Наиболее простой способ избежать рассмотренных ситуаций – предварительно (в начале выполнения лабораторной работы) знакомить студентов с ошибками этого рода. Также можно включить в методические пособия описания этих ошибок, что позволит их избегать.

Ошибки второй группы возникают значительно реже и причины их появления требуют обстоятельных разъяснений. По этой причине нерационально заблаговременно информировать о них всех студентов. Предпочтительнее о них умолчать в надежде, что они не появятся. А уж если эта ситуация возникнет, то тогда и объяснить ее причину.

Список литературы

1. Решение прикладных задач обработки информации средствами электронных таблиц Microsoft Excel. Методические указания к лабораторным занятиям по дисциплине «Информационные технологии» / А. И. Шакирин, О. М. Львова. – Минск, БГАТУ, 2007. – 72 с.