

Белорусский государственный университет



Проректор по учебной работе

А.И.Данильченко

2014г.

Регистрационный № УД- 1295/Р

**ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА**

Учебная программа для специальности  
1-26 02 02 Менеджмент  
(второе высшее образование)

Факультет экономический  
(название факультета)

Кафедра аналитической экономики и эконометрики  
(название кафедры)

Курс (курсы) 1

Семестр (семестры) 1, 2

Лекции 16  
(количество часов)

Экзамен 2  
(семестр)

Практические (семинарские)  
занятия 12  
(количество часов)

Зачет 2  
(семестр)

Лабораторные  
занятия -  
(количество часов)

УСР -  
(количество часов)

Всего аудиторных  
часов по дисциплине 28  
(количество часов)

Курсовой проект (работа) -  
(семестр)

Всего часов  
по дисциплине 224  
(количество часов)

Форма получения  
высшего образования: заочная

Составила: доцент Дубатовская М.В.

2014г.

Учебная программа составлена на основе:  
типовой программы по дисциплине “Высшая математика”, утвержденной 18.03.2009,  
регистрационный № ТД-Е103/тип, образовательных стандартов Республики Бела-  
русь специальности 1-26 02 02 Менеджмент

Рассмотрена и рекомендована к утверждению на заседании кафедры аналитической  
экономики и эконометрики «\_\_\_\_\_» \_\_\_\_\_ 2015 г., протокол  
№ \_\_\_\_\_

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_ М.М. Ковалев

Одобрена и рекомендована к утверждению Учебно-методической комиссией  
экономического факультета

«\_\_\_\_\_» \_\_\_\_\_ 2015 г., протокол №\_\_\_\_\_

Председатель \_\_\_\_\_ И.А.Карачун

## ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Изучение разнообразных явлений и процессов окружающей действительности невозможно без учета случайных факторов. Теория вероятностей и математическая статистика - дисциплина, разрабатывающая и использующая математические методы для изучения случайных явлений. Любое экономическое исследование предполагает объединение теории (экономической модели) и практики (статистических данных). Использование методов теории вероятностей и математической статистики позволяет упростить построение математической модели экономической системы, выявить существенные для ее описания факторы и оценить достоверность полученных на основе модели прогнозируемых значений исследуемых показателей, что можно увидеть на примере формирования оптимального портфеля ценных бумаг или задачи принятия решений в условиях неопределенности и др.

Теория вероятностей и математическая статистика служат для обоснования экономической статистики, которая используется при планировании и организации производства, анализе технологических процессов, контроле качества продукции и решении многих других прикладных задач. Методы теории вероятностей и математической статистики лежат в основе эконометрики, которая устанавливает и исследует количественные закономерности и взаимосвязи в экономике, что позволяет проводить анализ и прогнозирование экономических процессов и принимать обоснованные управлочные решения.

**Целью изучения дисциплины** является овладение основными понятиями и методами теории вероятностей и математической статистики, приобретение умения и навыков использования вероятностно-статистического инструментария для решения прикладных экономических задач, в том числе для применения полученных знаний в дальнейшем при изучении статистики, эконометрики, исследования операций и теории игр, теории принятия решений, экономических моделей и методов, математической экономики.

**Основной задачей дисциплины** является изучение теоретических основ и приобретение практических навыков применения методов теории вероятностей и математической статистики для анализа реальных экономических данных.

В результате изучения дисциплины студенты должны **знать**:

- основные определения, теоремы и соотношения теории вероятностей и математической статистики;

- основные законы распределения случайных величин и их практические приложения;
- методы обработки и анализа статистических данных.

В результате изучения дисциплины студенты также должны **уметь**:

- применять вероятностные и статистические методы при решении задач прикладного характера, осуществлять сбор и обработку статистических данных, применять методы анализа полученных данных;

- моделировать простейшие экономические ситуации, связанные с неопределенностью исследуемых процессов;

- обосновывать оптимальное решение и проводить экономический анализ полученных результатов.

Для изучения курса в учебном плане предусматривается 28 аудиторных часов, из них: лекции - 16 часов, практические занятия - 12 часов. Форма контроля – зачет и экзамен.

Самостоятельная работа студентов предусматривает углубленное самостоятельное изучение некоторых теоретических разделов курса, выполнение тестов, выполнение групповых заданий. Предусмотрено выполнение контрольной работы.

Базовыми дисциплинами для изучения дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» являются: «Высшая математика», «Экономическая теория».

Дисциплина «Теория вероятностей и математическая статистика» относится к учебным дисциплинам компонента учреждения образования учебного плана специальности.

Программа составлена с учетом требований действующих образовательных стандартов по соответствующим экономическим специальностям и в увязке с другими курсами: «Экономическая теория», «Микроэкономика», «Макроэкономика», » и др.

## СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

№ п/п	Название разделов, тем	Количество часов				Са- мост. работа	
		Аудиторные					
		Лек- ции	Практ. , семин.	Лаб. за- нят.	УС Р		
<b>1</b>	<b>ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ</b>	<b>8</b>	<b>8</b>	-	-	<b>100</b>	
1.1	Случайные события	2	2	-	-	20	
1.2	Схема независимых испытаний Бернулли	2	2			20	
1.3	Случайные величины	2	2	-	-	30	
1.4	Предельные теоремы теории вероятностей	-	-			10	
1.5	Системы случайных величин	2	2	-	-	20	
<b>2</b>	<b>МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА</b>	<b>8</b>	<b>4</b>	-	-	<b>96</b>	
2.1	Выборочный метод в статистике	2	-	-	-	16	
2.2	Статистическое оценивание параметров	2	2	-	-	20	
2.3	Проверка статистических гипотез	2	2	-	-	20	
2.4	Корреляционно-регрессионный анализ	2	-	-	-	20	
2.5	Дисперсионный анализ	-	-	-	-	20	
	<b>Итого: 224 ч</b>	<b>16</b>	<b>12</b>	-	-	<b>196</b>	

## СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

### 1 ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

#### Тема 1.1 Случайные события

Элементарные сведения из теории множеств. Аксиомы теории вероятностей и их следствия. Правила сложения вероятностей. Условная вероятность и независимость событий. Правила умножения вероятностей. Формула полной вероятности. Теорема Байеса.

#### Тема 1.2 Схема независимых испытаний Бернулли

Независимые испытания. Формула Бернулли. Приближенные формулы в схеме Бернулли. Теорема Пуассона. Локальная и интегральная предельные теоремы Муавра-Лапласа.

#### Тема 1.3 Случайные величины

Закон распределения. Функция распределения случайной величины. Функция распределения и ряд распределения дискретной случайной величины. Непрерывная случайная величина. Плотность распределения. Числовые характеристики положения (математическое ожидание, медиана, мода). Моменты (дисперсия, среднее квадратичное отклонение, коэффициенты асимметрии и эксцесса). Распределения дискретных случайных величин: биноминальное распределение, распределение Пуассона, геометрическое распределение, гипергеометрическое распределение. Распределения непрерывных случайных величин: равномерное распределение, экспоненциальное распределение, нормальное распределение,  $\chi^2$ -распределение,  $t$ -распределение,  $F$ -распределение.

#### Тема 1.4 Предельные теоремы теории вероятностей

Основные неравенства теории вероятностей: неравенство Маркова, неравенство Чебышева, Закон больших чисел (теорема Чебышева). Обобщенная теорема Чебышева и теорема Маркова. Следствия закона больших чисел (теорема Бернулли и теорема Пуассона). Центральная предельная теорема.

## **Тема 1.5 Системы случайных величин**

Функция распределения системы двух случайных величин. Матрица распределения системы двух дискретных случайных величин. Совместная плотность распределения системы двух непрерывных случайных величин. Условные законы распределения. Ковариация и коэффициент корреляции.

## **2 МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА**

### **Тема 2.1 Выборочный метод в статистике**

Основные задачи математической статистики. Генеральная и выборочная совокупности. Повторная и бесповторная выборка. Способы отбора. Статистическое распределение выборки. Выборочная функция распределения. Полигон и гистограмма.

### **Тема 2.2 Статистическое оценивание параметров распределения**

Точечные и интервальные оценки. Свойства точечных оценок: несмещенность, эффективность, состоятельность. Генеральное и выборочное средние. Генеральная и выборочная дисперсии. Методы получения оценок параметров распределения. Интервальные оценки параметров и их свойства. Интервальные оценки математического ожидания и дисперсии нормальных случайных величин.

### **Тема 2.3 Проверка статистических гипотез**

Определение статистической гипотезы. Ошибки при проверке гипотез. Критерий для проверки гипотез. Критическая область и область принятия гипотезы. Мощность критерия. Общая схема проверки статистических гипотез. Проверка гипотез о математических ожиданиях. Проверка гипотез о дисперсиях. Проверка гипотез о доле признака в генеральной совокупности. Непараметрические гипотезы. Критерии согласия.  $\chi^2$ -критерии.

### **Тема 2.4. Корреляционный и регрессионный анализ**

Предмет и задачи корреляционного анализа. Парная корреляция. Проверка значимости коэффициента корреляции. Множественная корреляция. Предмет регрессионного анализа. Оценка параметров уравнения регрессии. Проверка значимости коэффициентов регрессионной модели.

### **Тема 2.5 Дисперсионный анализ**

Предмет дисперсионного анализа. Однофакторный дисперсионный анализ.

## **КУРСОВАЯ РАБОТА (ПРОЕКТ)**

Не предусмотрено выполнение курсовой работы (проекта) учебным планом.

## **ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ**

В процессе преподавания дисциплины используется текущий, периодический и итоговый контроль знаний, а также применяются следующие формы диагностики: устный опрос, решение задач, выполнение контролируемых самостоятельных работ, групповые задания. Учебным планом предусмотрен зачет, экзамен, контрольная работа.

Письменный экзамен продолжительностью 120 минут включает теоретические и практические задания по следующим разделам: решение комбинаторных задач, нахождение вероятности события, случайные величины и их законы распределения, системы случайных величин, вычисление выборочных характеристик, статистическое оценивание параметров распределения, проверка статистических гипотез, корреляционный и регрессионный анализ, дисперсионный анализ.

**Весовые коэффициенты**, определяющие вклад текущего и итогового контроля в рейтинговую оценку, по дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика» следующие:

- вклад текущего контроля в рейтинговую оценку знаний по дисциплине 50 %;
- вклад итогового контроля в рейтинговую оценку знаний по дисциплине 50 %.

## УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Номер раздела, темы, занятия	Название раздела, темы, учебного занятия; перечень изучаемых вопросов	Лекции	Количество аудиторных часов					Формы контроля знаний
			Практические занятия	Семинарские занятия	Лабораторные занятия	Управляемая самостоятельная работа	Иное	
1	2	3	4	5	6	7	8	9
<b>1</b>	<b>ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ (116 ч)</b>	<b>8</b>	<b>8</b>			<b>100</b>		
<b>1.1</b>	<b>Случайные события (24 ч)</b>	<b>2</b>	<b>2</b>			<b>20</b>		
1.1.1	Случайные события и действия над ними.	2	-			4		Самостоятельная работа студентов
1.1.2	Условные вероятности и независимость событий. Теоремы сложения и умножения вероятностей. Формула полной вероятности. Теорема (формула) Байеса.	-	-			4		Самостоятельная работа.
1.1.4	Теоретико-множественная интерпретация событий.	-	-			4		Самостоятельная работа
1.1.5	Геометрическое определение вероятности.	-				4		Самостоятельная работа
1.1.6	Формула полной вероятности. Теорема (формула) Байеса.	-	2			4		Опрос, решение задач, самостоятельная работа
<b>1.2</b>	<b>Схема независимых испытаний Бернулли (24 ч)</b>	<b>2</b>	<b>2</b>			<b>20</b>		
1.2.1	Схема испытаний Бернулли. Приближенные формулы Пуассона и Муавра-Лапласа в схеме Бернулли.	2	-			10		Самостоятельная работа, опрос
1.2.2	Схема независимых испытаний Бернулли. Формула Бернулли.	-	2			4		Решение задач, самостоятельная работа

1.2.3	Приближенные формулы в схеме Бернулли.	-	-			6		Самостоятель-ная работа
<b>1.3</b>	<b>Случайные величины (8 ч)</b>	<b>2</b>	<b>2</b>			<b>30</b>		
1.3.1	Непрерывные случайные величины. Плотность распределения. Свойства. Основные числовые характеристики случайных величин.	2				8		Самостоятель-ная работа, опрос
1.3.2	Случайные величины (дискретные и непрерывные) и их законы распределения. Функция распределения. Способы задания дискретных случайных величин.	-	-			8		Самостоятель-ная работа
1.3.3	Законы распределения дискретных случайных величин. Числовые характеристики случайных величин.	-	2			8		Опрос, реше-ние задач, са-мостоятельная работа
1.3.4	Законы распределения непрерывных случайных величин. Числовые характеристики случайных величин.	-	-			6		Самостоятель-ная работа
<b>1.4</b>	<b>Предельные теоремы теории вероятностей (10 ч)</b>	<b>-</b>	<b>-</b>			<b>10</b>		
1.4.1	Закон больших чисел. Неравенство Чебышева. Неравенство Маркова. Центральная предельная теорема.	-	-			6		Самостоятель-ная работа, опрос, само-стоятельная работа
1.4.2	Закон больших чисел. Неравенство Маркова. Неравенство Чебышева. Центральная предельная теорема.	-	-			4		Опрос, реше-ние задач, са-мостоятельная работа
<b>1.5</b>	<b>Системы случайных величин (24 ч)</b>	<b>2</b>	<b>2</b>			<b>20</b>		
1.5.1	Системы двух случайных величин. Основные числовые характеристики системы двух случайных величин. Матрица ковариаций. Коэффициент корреляции	2	-			10		Самостоятель-ная работа студентов, опрос
1.5.2	Системы двух дискретных случайных величин. Числовые характеристики двумерных СВ.	-	2			10		Опрос, реше-ние задач, са-мостоятельная работа
<b>2</b>	<b>МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА (108 ч)</b>	<b>8</b>	<b>4</b>			<b>96</b>		
<b>2.1</b>	<b>Выборочный метод в статистике. Выборочные характеристики (18 ч)</b>	<b>2</b>	<b>-</b>			<b>16</b>		

2.1.1	Выборочный метод в статистике. Выборочные характеристики.	2	-			8		Самостоятельная работа студентов, опрос
2.1.2	Статистическое распределение выборки. Статистический ряд. Эмпирическая функция распределения. Полигон и гистограмма. Выборочные характеристики.	-	2			8		Опрос, решение задач, самостоятельная работа
<b>2.2.</b>	<b>Статистическое оценивание параметров (24 ч)</b>	<b>2</b>	<b>2</b>			<b>20</b>		
2.2.1	Методы получения точечных оценок неизвестных параметров распределений: метод моментов и метод максимального правдоподобия.	2	-			6		Самостоятельная работа, опрос.
2.2.2	Нахождение доверительных интервалов для неизвестного математического ожидания, дисперсии и с.к.о. нормально распределенных случайных величин.	-	-			6		Самостоятельная работа.
,2.2.3	Построение оценок параметров дискретных распределений по методу моментов, методу максимального правдоподобия.	-	-			4		Самостоятельная работа
2.2.4	Построение доверительных интервалов для математического ожидания и дисперсии. Доверительный интервал для доли признака в генеральной совокупности.	-	2			4		Решение задач, опрос, самостоятельная работа
<b>2.3</b>	<b>Проверка статистических гипотез (24 ч)</b>	<b>2</b>	<b>2</b>			<b>20</b>		
2.3.1	Проверка параметрических гипотез.	2	-			10		Самостоятельная работа студентов, опрос
2.3.2	Проверка непараметрических гипотез. Критерии Пирсона и Колмогорова.	2	-			6		Самостоятельная работа студентов, опрос
2.3.3	Проверка параметрических гипотез. Проверка гипотез о математическом ожидании нормальной случайной величины. Проверка гипотезы о доле признака в генеральной совокупности. Сравнение двух независимых выборок.	-	2			4		Опрос, решение задач, самостоятельная работа
<b>2.4</b>	<b>Корреляционно-регрессионный анализ (22 ч)</b>	<b>2</b>	<b>-</b>			<b>20</b>		

2.4.1	Корреляционный анализ. Множественная корреляция.	2	-			10		Самостоятельная работа студентов
2.4.2	Корреляционно-дисперсионный анализ. Контрольная работа	-	2			10		Опрос, решение задач. Контрольная работа.
<b>2.5</b>	<b>Дисперсионный анализ (20 ч)</b>	-	-			<b>20</b>		-
2.5.1	Дисперсионный анализ.	-	-			20		Самостоятельная работа
<b>Итого: 224 ч</b>		<b>16</b>	<b>12</b>	-	-	<b>196</b>		

## **ЛИТЕРАТУРА**

### **ОСНОВНАЯ**

#### **Учебники и учебные пособия**

1. Вентцель Е.С., Овчаров Л.А. Теория вероятностей и ее инженерные приложения. – М.: Высш. шк., 2000.
2. Гринберг А.С. Теория вероятностей и математическая статистика: курс лекции / А.С. Гринберг, О.Б. Плющ, Б.В. Новыш. – Минск: Акад. упр. при Президенте Респ. Беларусь, 2008.
3. Колемаев В.А., Староверов О.В., Турундаевский В.Б. Теория вероятностей и математическая статистика. – М.: Высш. шк., 1991.
4. Общий курс высшей математики для экономистов: Учебник / Под ред. В.И. Ермакова. – М.: ИНФРА-М, 2004.
5. Савич Л.К. Теория вероятностей и математическая статистика: учеб. пособие для студентов эконом. специальностей учреждений, обеспечивающих получение высш. образования / Л.К. Савич, Н.А. Смольская; науч. ред. О.И. Лаврова. – Минск: Адукацыя і выхаванне, 2006.

#### **Сборники задач и упражнений**

6. Лунгу К.Н., Норин В.П., Письменный Д.Т., Шевченко Ю.А. Сборник задач по высшей математике. 2 курс. – М.: Айрис-пресс, 2007.
7. Общий курс высшей математики для экономистов: Учебное пособие / Под ред. В.И. Ермакова. – М.: ИНФРА-М, 2003.

### **ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ**

#### **Учебники и учебные пособия**

8. Вентцель Е.С. Теория вероятностей. – М.: Высш. шк., 1999.
9. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика. – М.: Высшее образование, 2004.
10. Гусак А.А. Высшая математика. Т. 2. – Минск: Изд-во «Университетское», 1984.
11. Колемаев В.А., Калинина В.Н. Теория вероятностей и математическая статистика. – М.: ИНФРА-М, 1997.
12. Кремер Н.Ш. Теория вероятностей и математическая статистика. – М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2000.
13. Мацкевич И.П., Свирид Г.П. Высшая математика. Теория вероятностей и математическая статистика. – Минск: Вышэйш. шк., 1993.

#### **Сборники задач и упражнений**

14. Вентцель Е.С., Овчаров Л.А. Задачи и упражнения по теории вероятностей. – М.: Высш. шк., 2002.
15. Гмурман В.Е. Руководство по решению задач по теории вероятностей и математической статистике. – М.: Высшее образование, 2006.
16. Рябушко А.П. Индивидуальные задания по высшей математике: Теория вероятностей. Математическая статистика. – Минск: Выш. шк., 2006.

**ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ  
ПО ИЗУЧАЕМОЙ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ  
С ДРУГИМИ ДИСЦИПЛИНАМИ СПЕЦИАЛЬНОСТИ**

Название дисциплины, с которой необходимо согласование	Название кафедры	Предложения об изменениях в содержании учебной программы по изучаемой учебной дисциплине	Решение, принятое кафедрой, которая разработала учебную программу (с указанием даты и номера протокола)
1	2	3	4
Статистика	Аналитической экономики и эконометрики		Протокол № <u>  </u> « <u>  </u> » <u>  </u> 20 <u>  </u> г.
Эконометрика	Аналитической экономики и эконометрики		Протокол № <u>  </u> « <u>  </u> » <u>  </u> 20 <u>  </u> г.
Математическая экономика	Аналитической экономики и эконометрики		Протокол № <u>  </u> « <u>  </u> » <u>  </u> 20 <u>  </u> г.

ДОПОЛНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ К УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЕ  
ПО ИЗУЧАЕМОЙ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ  
на \_\_\_\_\_ / \_\_\_\_\_ учебный год

№№ п/п	Дополнения и изменения	Основание

Учебная программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры аналитической экономики и эконометрики (протокол № \_\_\_\_\_ от «\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.)

Заведующий кафедрой  
д.ф.-м.н., профессор \_\_\_\_\_

Ковалев М.М.

УТВЕРЖДАЮ

Декан факультета  
д.ф.-м.н., профессор \_\_\_\_\_

Ковалев М.М.