

**Учреждение образования
«Международный государственный экологический университет
имени А.Д.Сахарова»**

УТВЕРЖДАЮ



Проректор по учебно-воспитательной
и идеологической работе
МГЭУ им. А.Д.Сахарова

В.И.Красовский

2015

Регистрационный № УД- 517-151 р/з.

**Тензорный анализ и компьютерная геометрия
УЧЕБНАЯ ПРОГРАММА УЧРЕЖДЕНИЯ ВЫСШЕГО
ОБРАЗОВАНИЯ ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ ДЛЯ
СПЕЦИАЛЬНОСТЕЙ**

**1-100 01 01 «Ядерная и радиационная безопасность»
1-31 04 05 «Медицинская физика»**

2015

УМО. Красовский

Учебная программа составлена на основе образовательного стандарта для специальности 1-100 01 01 Ядерная и радиационная безопасность (ОСВО 1-100 01 01-2013), образовательного стандарта специальности 1-31 04 05 Медицинская физика (ОСВО 1-31 04 05-2014) и учебного плана кафедры ядерной и радиационной безопасности на 2015-2016 учебный год специальности 46-14/уч.

СОСТАВИТЕЛЬ:

А.И.Тимощенко, доцент кафедры ядерной и радиационной безопасности, к.ф-м.н., доцент.

РЕЦЕНЗЕНТЫ:

Н.Г.Абрашина-Жадаева, заведующая кафедрой высшей математики и математической физики физического факультета Белорусского государственного университета, доктор физико-математических наук Российской Федерации, доцент.

В.А.Иванюкович, заведующий кафедрой экологических информационных систем Учреждения образования «Международный государственный экологический университет имени А.Д.Сахарова».

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:

Кафедрой ядерной и радиационной безопасности Международного государственного экологического университета им. А.Д.Сахарова

(протокол № _____ от _____ 2015).

Научно-методическим советом факультета мониторинга окружающей среды Международного государственного экологического университета им. А.Д.Сахарова

(протокол № __ от _____ 2015).

I. ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Векторное и тензорное исчисление является мощным инструментом в решении сложных научно-технических задач. Оно находит своё применение как в физике ядер и элементарных частиц, так и в приложениях к механике сплошной среды, теории деформаций, теории колебаний и волн, медицинской физики, а также во многих других разделах физики и техники. Векторный и тензорный анализ формирует язык компьютерной геометрии – прикладного раздела математики, лежащего в основе проектирования и конструирования.

Инженер, занимающийся обеспечением радиационной защиты, медицинский физик, разрабатывающий методы планирования облучения пациентов должен уметь моделировать сложные геометрические объекты, каким является ядерный реактор, система отведения тепла из активной зоны, механические напряжения, возникающие в конструкциях атомной станции, от которых зависит их надёжность, тело человека и т.п.. Он должен владеть теорией процессов, происходящих в любых других источниках ионизирующего излучения, а также быть способным описывать распространение в пространстве и времени радионуклидов, находящихся в составе выбросов. К тому же, ионизирующее излучение и взаимодействие его с веществом требуют для своего описания знания релятивистской физики, применение которой без тензорного исчисления становится весьма ограниченным, а важнейшие результаты – недоступными для понимания.

Тензорный анализ, являясь эффективным инструментом для решения прикладных задач, позволяет сформировать особый стиль мышления физика и инженера. Начала его закладываются при изучении аналитической геометрии и линейной алгебры, и основаны на идее линейной зависимости. Тензорный анализ дает в руки не только инструмент сведения геометрических задач к алгебраическим, но и прививает культуру понимания того, что линейные алгебраические операции применимы лишь к соразмерным объектам. Это находит своё применение, например, в теории размерностей и подобия, широко применяемой в механике жидкости и газа. Это позволяет инженеру проверять проводимые им вычисления на наличие в них возможных ошибок и устранять их.

Перед преподающими дисциплину ставятся следующие задачи:

- систематически и полно изложить основные понятия и методы векторного и тензорного анализа, в первую очередь, на двумерной евклидовой плоскости и в трёхмерном евклидовом пространстве;
- показать важнейшие приложения векторного и тензорного анализа к решению типовых задач физики и техники;
- способствовать развитию научного мировоззрения;
- подготовить студентов к изучению других специальных дисциплин.

Кроме того, этот курс должен способствовать успешному изучению квантовой физики.

В результате усвоения дисциплины студент должен:

знать:

- общее определение тензора, тензорной плотности и псевдотензора;
- основные алгебраические операции над величинами;
- определения метрического тензора и символа Леви-Чивита в трёхмерном евклидовом пространстве и запись с их помощью скалярного и векторного произведений векторов;
- понятия кривизны и кручения линии, нормальных кривизн поверхности в трёхмерном евклидовом пространстве;
- основные методы моделирования кривых и поверхностей в трёхмерном евклидовом пространстве и их проекций на плоскость;
- основные методы описания векторов и тензоров в четырёхмерном пространстве Минковского;
- понятие многообразия и классификацию геометрических объектов на многообразиях, основные виды неевклидовых пространств, используемых в физике;
- применение тензорного исчисления в теории упругости и оптике;
- о важнейших группах преобразований и их наиболее употребительных представлениях: группа вращения, группа Лоренца, группа унитарных преобразований, общая линейная группа;

уметь:

- вычислять кривизну и кручение линии, первую и вторую квадратичные формы поверхности и её кривизны в трёхмерном евклидовом пространстве;
- аппроксимировать кривые и участки поверхностей различными функциями;
- выполнять вычисления с векторами и тензорами, заданными в пространстве Минковского;
- применять тензорное исчисление в типовых задачах теории деформаций;

владеть:

- алгебраическими операциями над векторами и тензорами;
- методикой бескоординатных вычислений с векторами и тензорами в трёхмерном евклидовом пространстве;
- правилами действия векторных дифференциальных операторов на скалярные, векторные и тензорные функции в произвольных системах координат.

Учебная программа по учебной дисциплине «Тензорный анализ и компьютерная геометрия» разработана в соответствии с образовательными стандартами высшего образования первой ступени по специальностям 1-100 01 01 «Ядерная и радиационная безопасность» и 1-31 04 05 «Медицинская физика». Программа рассчитана на 180 часов, из них 96 аудиторных часов, в том числе на лекции отводится 56 часов и на практические занятия - 40 часов. На практических занятиях следует обратить внимание на решение задач с примерами из физики и техники.

Контроль знаний предполагает проведение трёх контрольных работ и сдачу зачёта по практическим занятиям.

Форма текущей аттестации по дисциплине – экзамен в 3 семестре.

Форма получения высшего образования – очная.

2. СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

Тема 1. Векторная и тензорная алгебра на двумерной евклидовой плоскости и в трёхмерном евклидовом пространстве

Двумерная евклидова плоскость и трёхмерное евклидово пространство. Декартов базис. Косоугольный базис. Понятие о контра- и ковариантных векторах. Понятие о метрическом тензоре. Первичные общие понятия о тензорах. Свёртка. Тензоры второй валентности на двумерной плоскости. Преобразования базисов на двумерной плоскости. Основные алгебраические операции над величинами. Метрический тензор и скалярное произведение векторов в трёхмерном евклидовом пространстве. Диадное (тензорное) произведение векторов в декартовом базисе трёхмерного евклидового пространства. Символы Леви-Чивита в трёхмерном евклидовом пространстве. Векторное произведение векторов в трёхмерном евклидовом пространстве. Бивекторы. Тензор, дуальный вектору. Геометрические образы антисимметричных тензоров в трёхмерном евклидовом пространстве. Взаимный тензор второй валентности. Определитель тензора второй валентности. Тензор, взаимный к сумме тензоров и определитель суммы тензоров в трёхмерном евклидовом пространстве. Классификация тензоров второй валентности в трёхмерном евклидовом пространстве.

Тема 2. Дифференциальная геометрия в трёхмерном евклидовом пространстве

Векторные и тензорные функции. Предел, непрерывность, дифференцируемость векторных функций скалярного аргумента.

Кривые в трёхмерном пространстве, их параметризация. Сопровождающий трёхгранник кривой. Формулы Френе. Кривизна и кручение кривой в трёхмерном евклидовом пространстве.

Поверхности в трёхмерном пространстве. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Первая и вторая квадратичные формы и их применение. Площадь поверхности. Нормальные кривизны поверхности. Изометрическая проекция. Стереографическая проекция.

Тема 3. Основы компьютерной геометрии

Моделирование натуральных уравнений кривой. Применение полиномов к моделированию плоских кривых. Приближение кривых сплайнами. Моделирование участков поверхностей с помощью полиномов и сплайнов. Понятие о компьютерной геометрии проективно преобразованных изображений. Основные методы геометрического моделирования. Геометрические вычисления. Понятие о методах компьютерной графики.

Тема 4. Векторные и тензорные поля. Дифференцирование и интегрирование

Оператор «набла». Действие оператора «набла» на скалярные и векторные функции в декартовом базисе. Криволинейные, поверхностные и объёмные интегралы. Инвариантное определение дифференциальных операций в трёхмерном евклидовом пространстве. Формулы Грина, Стокса и Остроградского – Гаусса. Повторные дифференциальные операции. Потенциальные и соленоидальные поля. Прямые и координатные вычисления. Криволинейные системы координат. Глобальные и локальные базисы криволинейных систем координат. Базис Ламе. Дифференциальные операции в криволинейных координатах. Понятие о ковариантной производной. Коэффициенты линейной связности в криволинейной системе координат. Понятие о неголономном базисе. Интегрирование в криволинейных координатах.

Тема 5. Алгебра тензоров над произвольным линейным пространством

Аксиомы линейного пространства. Аффинные пространства. Сопряжённые линейные и аффинные пространства. Прямое (тензорное) произведение линейных пространств. Абстрактное определение тензора.

Комплексные линейные пространства и тензоры над ними.

Скалярное произведение. Норма. Евклидовы и унитарные пространства. Пространства с неопределённой сигнатурой метрики.

Тема 6. Векторы и тензоры в четырёхмерном пространстве Минковского

Псевдоевклидовы пространства. Геометрические объекты в четырёхмерном псевдоевклидовом пространстве. Тензорные плотности. Псевдотензоры. Инварианты бивекторов и некоторых других геометрических объектов в четырёхмерном псевдоевклидовом пространстве. Применение к специальной теории относительности.

Тема 7. Понятие о группах преобразований

Элементы теории групп непрерывных преобразований. Понятие о представлениях групп. Группа движений трёхмерного евклидова пространства. Группа движений четырёхмерного псевдоевклидова пространства.

Тема 8. Применение тензорного исчисления в теории упругости и оптике

Тензор деформаций. Тензор напряжений. Равномерное сжатие. Тензор дилатации. Закон Гука. Тензоры диэлектрической и магнитной проницаемости в оптике анизотропных сред.

3. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Номера тем, наименования тем и (или) содержания, количество аудиторных часов (лекции, практические (семинарские) занятия, лабораторные занятия и управляемая самостоятельная работа), номера методических средств, учебно-методические материалы и номера форм контроля знаний:

№ п/п	Название темы	Лекции	Практические занятия	Семинарские занятия	Лабораторные занятия	Кол-во часов УСП	Литература	Формы контроля знаний
1	2	3	4	5	6			
1	Векторная и тензорная алгебра на двумерной евклидовой плоскости и в трёхмерном евклидовом пространстве							
1.1	Двумерная евклидова плоскость и трёхмерное евклидово пространство. Декартов базис. Косоугольный базис. Понятие о контра- и ковариантных векторах. Понятие о метрическом тензоре. Первичные общие понятия о тензорах. Свёртка. Тензоры второй валентности на двумерной плоскости.	2	2	-	-	-	[1,3,4]	1,2
1.2	Преобразования базисов на двумерной плоскости. Основные алгебраические операции над величинами. Метрический тензор и скалярное произведение векторов в трёхмерном евклидовом пространстве. Диадное (тензорное) произведение векторов в декартовом базисе трёхмерного евклидового пространства.	2	2				[1,3,4,13]	1-4
1.3	Символы Леви-Чивита в трёхмерном евклидовом пространстве. Векторное произведение векторов в трёхмерном евклидовом пространстве. Бивекторы.	2	2				[1,3,4,13]	1-4
1.4	Тензор, дуальный вектору. Геометрические образы антисимметричных тензоров в трёхмерном евклидовом	2	2				[1,3,4,13]	1-4

№ п/п	Название темы	Лекции	Практические занятия	Семинарские занятия	Лабораторные занятия	Кол-во часов УСР	Литература	Формы контроля знаний
1	2	3	4	5	6			
	пространстве.							
1.6	Взаимный тензор второй валентности. Определитель тензора второй валентности. Тензор, взаимный к сумме тензоров и определитель суммы тензоров в трёхмерном евклидовом пространстве.	2	2				[1,3,4,13]	1-4
1.6	Классификация тензоров второй валентности в трёхмерном евклидовом пространстве.	2					[1,3,4,13]	1,2
2	Дифференциальная геометрия в трёхмерном евклидовом пространстве							
2.1	Векторные и тензорные функции. Предел, непрерывность, дифференцируемость векторных функций скалярного аргумента	2					[1,3,5,6,11]	1-4
2.2	Кривые в трёхмерном пространстве, их параметризация. Сопровождающий трёхгранник кривой. Формулы Френе. Кривизна и кручение кривой в трёхмерном евклидовом пространстве.	2	2				[1,3,5,6,11]	1-4
2.3	Поверхности в трёхмерном пространстве. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Первая квадратичная форма поверхности. Площадь поверхности.	2	2				[1,3,5,6,11]	1-4
2.4	Вторая квадратичная форма поверхности. Нормальные кривизны поверхности.	2	2				[1,3,5,6,11]	1-4
2.5	Изометрическая проекция. Стереографическая проекция	2					[1,3,5,6,11]	1,2
3	Основы компьютерной геометрии							

№ п/п	Название темы	Лекции	Практические занятия	Семинарские занятия	Лабораторные занятия	Кол-во часов УСР	Литература	Формы контроля знаний
1	2	3	4	5	6			
3.1	Моделирование натуральных уравнений кривой. Применение полиномов к моделированию плоских кривых.	2					[2]	1,2
3.2	Применение полиномов к моделированию плоских кривых.	2	2				[2]	1,2
3.3	Приближение кривых сплайнами.	2	2				[2]	1,2
3.4	Моделирование участков поверхностей с помощью полиномов и сплайнов.	2	2				[2]	1,2
3.5	Понятие о компьютерной геометрии проективно преобразованных изображений.	2					[2]	1,2
3.6	Основные методы геометрического моделирования. Геометрические вычисления.	2	4				[2]	1,2
3.7	Понятие о методах компьютерной графики.	2	4				[2]	1,2
4	Векторные и тензорные поля. Дифференцирование и интегрирование							
4.1	Оператор «набла». Действие оператора «набла» на скалярные и векторные функции в декартовом базисе. Криволинейные, поверхностные и объёмные интегралы. Инвариантное определение дифференциальных операций в трёхмерном евклидовом пространстве. Формулы Грина, Стокса и Остроградского – Гаусса.	2	2				[1,3-5,6,11]	1-4
4.2	Повторные дифференциальные операции. Потенциальные и соленоидальные поля. Прямые и координатные вычисления.	2	4				[1,3-5,6,11]	1-4
4.3	Криволинейные системы координат. Глобальные и локальные базисы криволинейных систем координат. Базис Ламе.	2	4				[1,3-5,6,11]	1-4

№ п/п	Название темы	Лекции	Практические занятия	Семинарские занятия	Лабораторные занятия	Кол-во часов УСР	Литература	Формы контроля знаний
1	2	3	4	5	6			
	Дифференциальные операции в криволинейных координатах. Понятие о ковариантной производной. Коэффициенты линейной связности в криволинейной системе координат.							
4.4	Понятие о неголономном базисе. Интегрирование в криволинейных координатах.	2					[1,3-5,6,11]	
5	Алгебра тензоров над произвольным линейным пространством	2					[1,3,5,6]	1,2
6	Векторы и тензоры в четырёхмерном пространстве Минковского							
6.1	Псевдоевклидовы пространства. Геометрические объекты в четырёхмерном псевдоевклидовом пространстве. Тензорные плотности. Псевдотензоры. Инварианты бивекторов и некоторых других геометрических объектов в четырёхмерном псевдоевклидовом пространстве.	2					[1,34,10]	1,2
6.2	Применение к специальной теории относительности.	2					[1,34,10]	1,2
7	Понятие о группах преобразований	2					[7]	1,2
8	Применение тензорного исчисления в теории упругости и оптике							
8.1	Тензор деформаций. Тензор напряжений. Равномерное сжатие. Тензор дилатации. Закон Гука.	2					[13]	1,2
8.2	Тензоры диэлектрической и магнитной проницаемости в оптике анизотропных сред.	2					[13]	1,2

4. Информационно-методическая часть

Основная литература

1. Мак-Коннел А.Дж. Введение в тензорный анализ с приложениями к геометрии, механике и физике. М., Физматгиз, 1963.
2. Компьютерная геометрия: учеб. Пособие для студентов вузов / Н.Н.Голованов, Д.П.Ильютко, Г.В.Носовский, А.Т.Фоменко – М.: Издательский центр «Академия», 2006. 515 с.
3. Рашевский П.К. Риманова геометрия и тензорный анализ. М., Наука, 1987.
4. Схоутен Я.А. Тензорный анализ для физиков. М.: Наука, 1965.
5. Сизый С.В. Лекции по дифференциальной геометрии. М.: Физматлит, 2007.
6. Розендорн Э.Р. Задачи по дифференциальной геометрии. М.: Наука, 1971.
7. Хамермеш М. Теория групп и ее применение к физическим проблемам. М.: Мир, 1966.

Дополнительная литература

8. Зубелевич О.Э., Павловский О.В. Методическое пособие по курсу «Элементы тензорного анализа». М.: ИТЭФ, 2008.
9. Корнев Г.В. Тензорное исчисление. М.: МФТИ, 2000.
10. Дубровин Б.А., Новиков С.П., Фоменко А.Т. Современная геометрия. М.: Наука, 1979.
11. Постников М.М. Лекции по геометрии. В 5 т. М.: Наука, 1979 – 1988.
12. Гантмахер Ф.Р. Теория матриц. М.: Наука, 1988.
13. Федоров Ф.И. Теория гиротропии. Минск: Наука и техника, 1976.
14. Мантуров О.В. Элементы тензорного исчисления. М.: Просвещение, 1991.
15. Ибрагимов Н.Х. Группы преобразований в математической физике. М.: Наука, 1983.

Темы контрольных работ:

№ п / п	Тема	Содержание	Объем (часы)
1.	Действия над тензорами	Координатные и бескоординатные вычисления с тензорами в трёхмерном евклидовом пространстве	2
2.	Кривые и поверхности	Переход от параметрических уравнений к другим типам уравнений, описывающих кривые и поверхности на плоскости и в трёхмерном евклидовом пространстве. Репер Френе. Первая и вторая квадратичные формы поверхности	2
3.	Дифференциальные операции над векторами и тензорами	Действие оператора «набла» на сложные скалярные и векторные функции. Повторные дифференциальные операции. Интегральные теоремы. Тензоры и их дифференцирование в криволинейных координатах	2

Наименования и виды методических средств:

№ п / п	Наименование	Вид
1.	Задания к практическим занятиям	Электронные и рукописные виды
2.	Презентации лекций	Электронный файл

Формы контроля знаний:

№ п / п	Форма
1.	Выборочный контроль на лекциях
2.	Проверка конспектов лекций студентов
3.	Проведение контрольных работ в группе
4.	Аттестация по индивидуальной работе

5. Протокол согласования учебной программы с другими дисциплинами специальности

Название дисциплины, с которой требуется согласование	Название кафедры	Предложения об изменениях в содержании учебной программы по изучаемой дисциплине	Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу (с указанием даты и номера протокола)

Учебную программу разработал:
доцент кафедры ядерной и радиационной безопасности

_____ А.И.Тимощенко

6. Дополнения и изменения к учебной программе на ____ / ____ учебный год

№ п / п	Дополнения и изменения	Основание

Учебная программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры физики и высшей математики (протокол № __ от _____ 20__).

Заведующий кафедрой

к.т.н., доцент _____ Н.Н.Тушин

УТВЕРЖДЕНО

Декан факультета мониторинга окружающей среды

к.б.н., доцент _____ В.В.Журавков