использованием ЯП C# совместно с технологией WPF и сервера баз данных MS SQL Server; проведена .апробация КС в РПНЦ “Кардиология”.

Литература

1. *World Health Organization*. Global status report on noncommunicable diseases 2010. Geneva, World Health Organization, 2011.
2. *Pavlova O.S., Malugin V.I, Ogurtsova S.N., Novopolcev A. Yu.* Computer modeling of gene-gene and gene-environment interaction in essential hypertension // ISBRA. Minsk, 2016.
3. *Favorov A.V., Andreewski T.V., Sudomoina M.A., Favorova O.O., Parmigiani G., Ochs M.F. A* Markov Chain Monte Carlo technique for identification of combinations of allelic variants underlying complex diseases in Humans. Genetics. –171(4). – 2005. – P. 2113–2121.
4. *Gilks W.R., RichardsonS., Spiegelhalter D.I.* Markov Chain Monte Carlo in Practice. London: Chapman & Hall, 1996.
5. *Гринь Н.В., Малюгин В.И.* Исследование точности методов классификации многомерных данных в задачах кредитного скоринга // Вестник ГрГУ. Сер. 2. – 2008. – № 1. – С. 77–85.
6. *Малюгин В.И., Корчагин О.И., Гринь* Н.В. Исследование эффективности алгоритмов классификации заемщиков банков на основе балансовых коэффициентов // Банковский Вестник. – 2009. – № 7. – С. 27–32.
7. *Hosmer D.W.* Applies Logistic Regression. Third Edition / D.W. Hosmer // John Wiley & Sons. – 2013. – 509 p.
8. *Малюгин В.И., Пытляк Е.В.* Оценка устойчивости коммерческих банков на основе эконометрических моделей с дискретными зависимыми переменными // Банковский Вестник. – 2007. – № 4(369). – С. 30–36.

АДАПТИВНЫЕ АЛГОРИТМЫ ПОСТРОЕНИЯ ОПТИМАЛЬНЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ

Д. Д. Васильков

ВВЕДЕНИЕ

Классическим подходом к моделированию поверхностей является двухэтапный метод: построение триангуляции на исходном наборе точек и построение линейных или нелинейных частей поверхности на полученных треугольниках [1]. Однако даже оптимальные алгоритмы построения триангуляции не гарантируют отсутствия треугольников с углами, близкими к 0 или 180 градусам (левая триангуляция на рис. 1). В таком случае качество поверхности существенно ограничивает ее применение на практике.

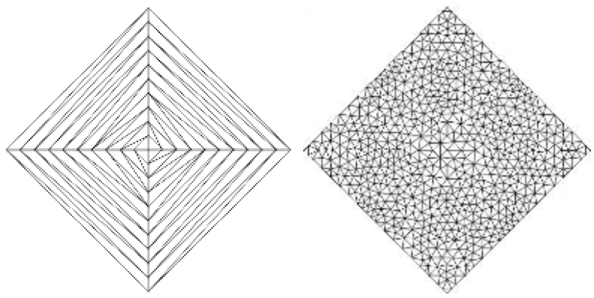

Рис. 1. Триангуляция Делоне точек, расположенных «крестом», и триангуляция после вставки точек Штейнера

Решением является вставка в исходный набор дополнительных точек, называемых точками Штейнера [2] (правая триангуляция на рис. 1). Однако, после их вставки возникает задача восстановления высот в этих точках.

В настоящей работе предложен новый подход, основанный на методе наименьших квадратов, позволяющий восстанавливать высоты в точках Штейнера с оптимизацией формы поверхности по критерию минимальной кривизны.

АЛГОРИТМ

Дана триангуляция T множества точек P на плоскости. В некоторых точках $p_i \in P$ известна высота z_i. На основе триангуляции T требуется построить кусочно-линейную поверхность S, интерполирующую точки с известной высотой и минимизирующую некоторый функционал. В данной работе в качестве такого функционала используется аналог интегральной гауссовской кривизны, описанный ниже.

Предлагаемый здесь метод решения отличается от известных подходов глобальным характером восстановления высот. В основе алгоритма лежит метод наименьших квадратов, позволяющий учитывать все входные данные при восстановлении высоты в каждой точке.

Условно разобьем множество P на два множества $P = V \cup W$, причем $V \cap W = \emptyset$, $v_i \in V, w_j \in W$. В точках v_i известны высоты z_i, в точках w_j высоты не известны. На наборе точек P построена триангуляция T. Алгоритм основывается на следующем предположении для аналитических поверхностей: достаточно малая окрестность каждой точки аппроксимируется плоскостью.

Нам необходимо ввести аналог кривизны для кусочно-линейных поверхностей и оценить величину погрешности, связанной с вышеуказанным предположением, в каждой вершине для последующей её минимизации. Для этого мы поставим в соответствие каждой вершине $p_j \in P$ матрицу M_j размера 4×4 и определим погрешность для вершины $p_j = (x_j, y_j, z_j, 1)^T$, как квадратичную форму $\delta(p_j) = p_j^T M_j p_j$.

Для выбора матрицы M_j необходимо использовать эвристику, которая характеризует геометрическую погрешность. Выберем матрицу M_j так, чтобы квадратичная форма выражала квадрат расстояния от точки p_j до некоторой плоскости. Пусть задана некоторая плоскость:

$$ax + by + cz + d = 0,\ a^2 + b^2 + c^2 = 1$$

Обозначим через l вектор коэффициентов этой плоскости: $l = (a, b, c, d)^T$. Тогда квадрат расстояния от вершины p_j до плоскости равен $(l^T p_j)^2$. Это выражение можно переписать, как $p_j^T(ll^T)p_j$. Тогда $M_j = (ll^T)$ и будет матрицей, определяющей геометрическую погрешность.

$$M_j = (ll^T) = \begin{pmatrix} a^2 & ab & ac & ad \\ ab & b^2 & bc & bd \\ ac & bc & c^2 & cd \\ ad & bd & cd & d^2 \end{pmatrix}$$

Так как нам известны значения высот в некоторых точках P, мы можем составить систему линейных уравнений и применить метод наименьших квадратов, минимизируя сумму квадратов расстояний от точек из P до некоторых плоскостей, причем значения коэффициентов уравнений плоскости также будут являться переменными в этой системе. Обозначим через $N(p_i)$ множество вершин, смежных p_i в триангуляции T. Тогда будет минимизироваться следующий функционал:

$$\sum_{p_i \in P} \sum_{p_j \in N(p_i) \cup p_i} p_j^T M_i p_j \to min$$

Таким образом, для каждой вершины $p_i \in P$ и смежных ей точек из триангуляции T мы будем строить такую матрицу M_i, чтобы минимизировать $\delta(p_i) = p_i^T M_i p_i$. Матрица будет общей для самой точки p_i и для смежных ей вершин. Т.е. задача состоит в том, чтобы для каждой точки из P построить такую плоскость, а также восстановить высоты в точках из S так, что сумма квадратов расстояний от этой вершины и смежных ей вершин до построенной плоскости была бы минимальна. Т.к. для точек $w_i \in W$ координаты z_i неизвестны, для линеаризации уравнений необходимо избавиться от неизвестного коэффициента c в уравнениях плоскости $ax + by + cz + d = 0$ чтобы устранить произведение неизвестных. В качестве начальных значений высот в точках w_i возьмем значения линейной интерполяции. Тогда для вектора нормали $[\,a\ b\ c\,]$ в качестве коэффициента c для матрицы, соответствующей точке w_i, возьмем значение третьей компоненты нормализованного вектора нормали $n(w_i)$ в вершине w_i.

Тогда все уравнения в системе будут иметь вид:

$$ax_i + by_i + cz_i + d = 0,$$

где неизвестными являются a, b, d и z_i в случае, если $p_i = (x_i, y_i, z_i) \in W$.

Таким образом для каждой вершины p_i, $|N(p_i)| = n$, составляем $n + 1$ уравнение вида, где a, b и d, являющиеся общими для точки и её соседей, играют роль неизвестных, координаты точек $p_i = (x_i,\ y_i,\ z_i)$ – коэффициенты уравнений в случае, если $p \in V$. Если же $p \in V$, x_i и y_i являются коэффициентами, а z_i – неизвестная.

Вычислительная сложность предложенного алгоритма совпадает с вычислительной сложностью реализации метода наименьших квадратов.

ПРИМЕРЫ РАБОТЫ АЛГОРИТМА

Были произведены тесты на различных наборах данных, в том числе содержащих контуры, «дырки» и точки с неизвестной высотой за пределами выпуклой оболочки множества V. На рис. 2 представлен пример работы алгоритма на триангуляции из рис 1.

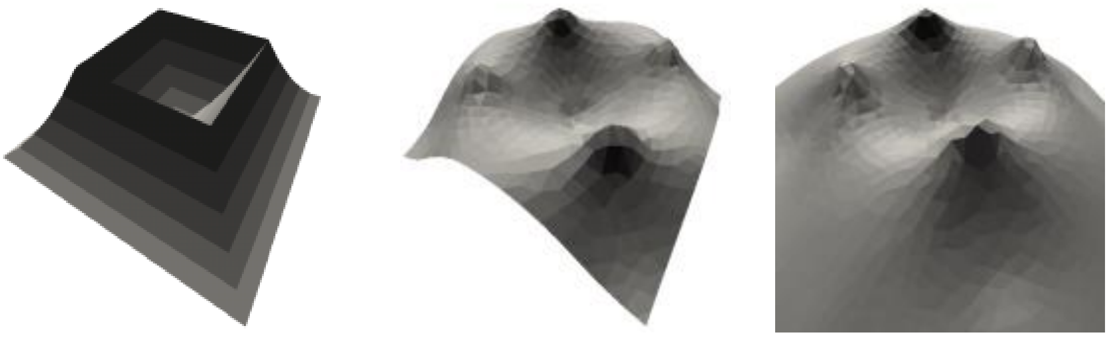

Рис. 2. Пример работы алгоритма:
слева – поверхность, построенная на исходной триангуляции; по центру – поверхность после работы алгоритма; справа – экстраполированная поверхность после работы алгоритма

На рис. 3 приведены примеры работы алгоритма на поверхности, содержащей «дырку», а также на поверхности, заданной контуром с известными высотами лишь в нескольких точках.

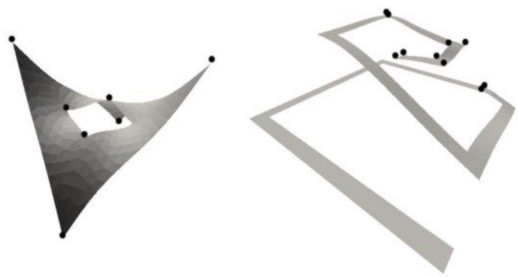

Рис. 3. Пример работы алгоритма
на специальных поверхностях
слева – поверхность с дыркой; справа –
устойчивая экстраполяция поверхности,
заданной контуром

Как видно из примеров, моделируемая поверхность ведет себя предсказуемо и устойчиво при экстраполяции, а алгоритм не зависит от топологических свойств поверхности.

Литература

1. *Marco Hugentobler*, Terrain Modelling with Triangle Based Free-Form Surfaces / Dissertation zur Erlangung der naturwissenschaftlichen Doktorwürde(Dr. sc. nat.) vorgelegt der Mathematisch-naturwissenschaftlichen Fakultät der Universität Zürich, Zürich, 2004.
2. *Jonathan Richard Shewchuk*, What Is a Good Linear Finite Element? / CA 94720 – Department of Electrical Engineering and Computer Sciences University of California at Berkeley, Berkeley CA-94720, 2002.

ОДНА ЗАДАЧА ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ РЕКЛАМОЙ И ПОЛИТИКОЙ ЦЕНООБРАЗОВАНИЯ

И. А. Герасевич

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим монополистическую фирму из [1], которая производит новый продукт длительного пользования и планирует рекламную и ценовую политику на конечном временном промежутке $[0,T]$. При составлении математической модели, предполагается, что жители конкретного географического региона делятся на два класса:

- неосведомленные – те, кто еще не знают о продукте, но положительно относится к инновациям;
- осведомленные – те, кто знает о продукте и активно распространяет информацию о нем.