7 – 10 декабря

Международная конференция

Четвертые Богдановские чтения по обыкновенным дифференциальным уравнениям

Тезисы докладов

Минск
2005

АЛГОРИТМЫ РЕШЕНИЯ РАЗРЕЖЕННЫХ ЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ В ДВОЙСТВЕННЫХ ЗАДАЧАХ ПОТОКОВОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

Л.А.Пилипчук (г. Минск, Беларусь)

В двойственных задачах потокового программирования для определения приращения потенциалов $\Delta u = (\Delta u_i, i \in I; \Delta r_p, p = \overline{1, q})$ рассматривается система линейных алгебраических уравнений вида

$$\Delta\delta_{i_0 j_0} = -(\Delta u_{i_0} - \mu_{i_0 j_0} \Delta u_{j_0} + \sum_{q=1}^{p} \lambda^{p}_{i_0 j_0} \overset{\Delta}{\cancel{\delta}} r_p) = \alpha,$$

$$\Delta\delta_{ij} = -(\Delta u_i - \mu_{i,j}\Delta u_j + \sum_{q=1}^{p} \lambda_{ij}^{p}\delta r_p) = 0, (i,j) \in U_K \backslash (i_0, j_0),$$

$$\Delta\delta_i = \Delta u_i sign(i) - \sum_{q=1}^{p} \lambda_i^p \Delta r_p = 0, i = I_k^*,$$

где совокупность множеств $K = \{U_K, I_K^*\}$ – опора сети $G = (I, U)$ [1] со свойствами, приведенными в [2], $(i_0, j_0) \in U \backslash U_K$, α, λ_{ij}^p – заданные действительные числа. Сетевые свойства опоры [2] играют существенную роль при построении численных решений рассматриваемой системы. Приведем алгоритм построения решения рассматриваемой системы, основанный на принципах декомпозиции переменных [1-2]. Используя фундаментальную систему решений $\delta_{\tau\rho} = (\delta_{ij}^{\tau\rho}, (i,j) \in U; \delta_i^{\tau\rho}, i \in I^*)$, $\delta_\gamma = (\delta_{ij}^\gamma, (i,j) \in U; \delta_i^\gamma, i \in I^*), \gamma \in I^* \backslash I_R^*$ системы

$$\sum_{j \in I_i^+(U)} x_{ij} - \sum_{j \in I_i^-(U)} \mu_{ji} x_{ji} = \begin{cases} x_i sign(i), \, i \in I^* \\ 0, \, i \in I \backslash I^* \end{cases}$$

вычислим вектор $\Delta r = (\Delta r_p, p = \overline{1,q})$, компоненты которого удовлетворяют системе:

$$\sum_{p=1}^{q} \Lambda_{\tau\rho}^p \Delta r_p = -\alpha\delta_{i_0 j_0}^{\tau\rho}, (\tau,\rho) \in U_W, \sum_{p=1}^{q} \Lambda_\gamma^p \Delta r_p = -\alpha\delta_{i_0 j_0}^\gamma, \gamma \in I_W^*,$$

$$\Lambda_{\tau\rho}^p = \sum_{(i,j)\in U_R} \lambda_{ij}^p \delta_{ij}^{\tau\rho} + \sum_{i \in I_R^*} \lambda_i^p \delta_i^{\tau\rho} + \lambda_{\tau\rho}^p, \Lambda_\gamma^p = \sum_{(i,j)\in U_R} \lambda_{ij}^p \delta_{ij}^\gamma + \sum_{i \in I_R^*} \lambda_i^p \delta_i^\gamma + \lambda_\gamma^p,$$

$$I_i^+(U) = \{j : (i,j) \in U\}, I_i^-(U) = \{j : (j,i) \in U\}, I_W^* \subseteq I_K^*, U_W \subseteq U_K.$$

В матрично-векторной форме указанная система имеет вид

$$\Lambda_W' \Delta r = \overline{\alpha}, \overline{\alpha} = (-\alpha\delta_{i_0 j_0}^{\tau\rho}, (\tau\rho) \in U_W; -\alpha\delta_{i_0 j_0}^\gamma, \gamma \in I_W^*),$$
$$\Lambda_W = (\Lambda_{W_1}, \Lambda_{W_2}), \Lambda_{W_1} = (\Lambda_{\tau\rho}^p, p = \overline{1,q}; (\tau,\rho) \in U_W),$$
$$\Lambda_{W_2} = (\Lambda_\gamma^p, p = \overline{1,q}, \gamma \in I_W^*).$$

Поскольку совокупность множеств $K = \{U_K, I_K^*\}$ является опорой сети G, то матрица Λ_W невырожденная [2]. Следовательно, однозначно вычисляется вектор Δr : $\Delta r = (\Lambda_W')^{-1}\overline{\alpha}$. Компоненты $\Delta u_i, i \in I$ вектора потенциалов вычисляются с учетом специфики системы, сетевых свойств опоры [2].

Литература. 1. Pilipchuk L.A., Malakhouskaya Y.V., Kincaid D.R., Lai M. // East-West J. of Mathematics – 2002, Vol. 4, №2. – P. 191-202. 2. Пилипчук Л. А. // Современные прикладные задачи и технологии обучения в математике и информатике. Сб. науч. статей. Брест, 2004, с.188-194.