

СТАТИСТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА КООПЕРАТИВНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ НЕИЗОХРОННЫХ ЭЛЕКТРОНОВ-ОСЦИЛЛЯТОРОВ

С. В. АНИЩЕНКО¹, В. Г. БАРЫШЕВСКИЙ¹

¹ НИУ «Институт ядерных проблем» Белорусского государственного университета,
ул. Бобруйская, 11, 220030, г. Минск, Республика Беларусь

Рассмотрено влияние дробового шума и разброса частиц по энергиям на статистические свойства кооперативного излучения, испускаемого ансамблем неизохронных электронов-осцилляторов. В отсутствие разброса по энергиям установлена зависимость среднеквадратичного отклонения как пиковой мощности излучения, так и времени автофазировки от числа частиц. При числе электронов $N_e \sim 10^9 - 10^{12}$ (характерное число электронов в однопроводных лазерах на свободных электронах) относительное среднеквадратичное отклонение времени автофазировки от его среднего значения составляет величину

$\delta_T \approx \frac{1,1}{\ln N_e} \sim 0,03 - 0,05$. Флуктуации пиковой мощности при этом оказываются пренебрежимо малыми – $\delta_T < 10^{-4}$. В усло-

виях предварительной модуляции электронов-осцилляторов по фазам происходит изменение зависимости δ_T от числа частиц. Относительное среднеквадратичное отклонение времени автофазировки δ_T становится обратно пропорциональным $\sqrt{N_e}$. Продemonстрировано, что даже незначительный разброс по энергиям (~4 %) приводит к резкому снижению мощности кооперативного излучения.

Ключевые слова: кооперативное излучение; дробовой шум; энергетический разброс; неизохронные электроны-осцилляторы.

STATISTICAL PROPERTIES OF COOPERATIVE RADIATION PRODUCED BY NONISOCHRONOUS ELECTRON-OSCILLATORS

S. V. ANISHCHENKO^a, V. G. BARYSHEVSKY^a

^a Research Institute for Nuclear Problems of Belarusian State University,
Bobrujskaja street, 11, 220030, Minsk, Republic of Belarus

We study the influence of shot noise and energy spread on statistical properties of cooperative radiation produced by the ensemble of nonisochronous electron-oscillators. We find how the root-mean-square deviations of radiated peak power and phasing time depend on the number of particles in the absence of energy spread. It has been shown that when the number of electrons $N_e \sim 10^9 - 10^{12}$ (characteristic number of electrons in single-pass free electron lasers), the relative root-mean-square deviation of the self-phasing

time from its mean is $\delta_T \approx \frac{1,1}{\ln N_e} \sim 0,03 - 0,05$. In this case, the fluctuations of the peak radiated power appear to be negligibly small

$\delta_T < 10^{-4}$. Under phase pre-modulation of electrons-oscillators the behavior of δ_T depending on the number of particles changes. The relative root-mean-square deviation of the self-phasing time δ_T becomes inversely proportional to $\sqrt{N_e}$. It is shown that even a low energy spread (~4 %) leads to a sufficient suppression of the radiated power.

Key words: cooperative radiation; shot noise; energy spread; nonisochronous electron-oscillators.

Образец цитирования:

Анищенко С. В., Барышевский В. Г. Статистические свойства кооперативного излучения неизохронных электронов-осцилляторов // Вестн. БГУ. Сер. 1, Физика. Математика. Информатика. 2016. № 1. С. 56–61.

For citation:

Anishchenko S. V., Baryshevsky V. G. Statistical properties of cooperative radiation produced by nonisochronous electron-oscillators. *Vestnik BGU. Ser. 1, Fiz. Mat. Inform.* 2016. No. 1. P. 56–61 (in Russ.).

Авторы:

Сергей Владимирович Анищенко – магистр физико-математических наук, младший научный сотрудник лаборатории сильноточной электроники.

Владимир Григорьевич Барышевский – доктор физико-математических наук, профессор, главный научный сотрудник.

Authors:

Sergei Anishchenko, master of physics and mathematics; junior researcher at the laboratory of high-current electronics.

sanishchenko@mail.ru

Vladimir Baryshevsky, doctor habilitatus of physics and mathematics, full professor; chief researcher.

bar@inp.bsu.by

Ансамбль неизохронных электронов-осцилляторов, взаимодействующих друг с другом посредством собственного поля излучения, является одной из базовых моделей для описания нелинейных процессов при генерации электромагнитных волн [1–4]. В работах [3, 4] продемонстрировано, что в отсутствие внешнего воздействия в ансамбле неизохронных электронов-осцилляторов развивается неустойчивость. Начальная стадия неустойчивости сопровождается экспоненциальным ростом мощности излучения и автофазировкой электронов-осцилляторов. В дальнейшем рост мощности ограничивается из-за нелинейности и формируется импульс кооперативного излучения [3].

В работе [4] детально изучено влияние неизохронности на пиковую мощность кооперативного излучения и время автофазировки электронов-осцилляторов. При этом авторами статьи [4] предполагалось, что обладающие одинаковой начальной энергией частицы подвергнуты предварительной модуляции по фазам на частоте излучения. (Подобная постановка начальных условий довольно часто встречается при теоретическом анализе процессов неустойчивости [5].) Предварительная модуляция заряженных частиц по фазам приводит к тому, что в отсутствие внешнего источника излучения процесс генерации электромагнитных колебаний начинается не со спонтанного излучения отдельных электронов, а со спонтанного когерентного излучения всех частиц. Указанный режим начала генерации был впервые экспериментально реализован в однопроходных лазерах на свободных электронах [6].

Между тем следует выяснить, как себя ведет кооперативное излучение электронов-осцилляторов в отсутствие предварительной модуляции, когда генерация излучения начинается со спонтанного испускания электромагнитных волн отдельными частицами. В этом случае для корректного описания кооперативного излучения следует учитывать статистические флуктуации, обусловленные дробовым шумом и разбросом электронов по энергиям, всегда присутствующие в ансамбле частиц [7–10]. Хорошо известно [11–14], что из-за дробового шума в однопроходных лазерах на свободных электронах мощность излучения и время автофазировки становятся случайными величинами, среднеквадратичные отклонения которых по порядку величины совпадают со своими средними значениями.

Отметим, что кооперативное излучение неизохронных электронов-осцилляторов, не модулированных по фазам, в большей степени соответствует классическому аналогу сверхизлучения Дике, чем кооперативное излучение с предварительной модуляцией электронов-осцилляторов. Напомним, что в задаче о сверхизлучении двухуровневых атомов их начальные фазы не коррелируют между собой.

Цель настоящей работы – изучение статистических свойств кооперативного излучения ансамбля неизохронных электронов-осцилляторов, не модулированных по фазам, когда испускание электромагнитных волн начинается со спонтанного излучения отдельных частиц. В качестве случайных величин, подвергаемых статистическому анализу, возьмем пиковую мощность излучения и время фазировки. Выбор этих величин неслучаен. Пиковая мощность – основная выходная характеристика короткоимпульсных источников электромагнитного излучения, а время фазировки определяет минимальный отрезок времени пребывания ансамбля частиц в генераторе, который необходим для развития кооперативной неустойчивости.

В настоящей работе сначала подробно исследуются статистические свойства кооперативного излучения в присутствии лишь дробового шума и только затем к дробовому шуму добавляется разброс электронов по энергиям.

Дробовой шум

Система уравнений для амплитуд c_k , описывающая поведение ансамбля неизохронных электронов-осцилляторов, имеет следующий вид [4]:

$$\frac{dc_k}{dt} + i\theta(|c_k|^2 - 1)c_k = -\langle c \rangle,$$

$$\langle c \rangle = \frac{1}{N_e} \sum_k c_k,$$

где θ – параметр неизохронности, приводящий к квадратичной зависимости частоты колебаний осциллятора от абсолютного значения комплексной амплитуды $c_k = a_k e^{i\varphi_k}$; N_e – число частиц в ансамбле. Мощность излучения и энергия электронов определяются по формулам [4]:

$$P = 2|\langle c \rangle|^2$$

и

$$E = \langle |c|^2 \rangle$$

соответственно. В отсутствие разброса по энергиям все амплитуды $c_k(0)$ в начальный момент времени равны единице, а фазы φ_k распределены равномерно на интервале $[0, 2\pi)$.

Поведение ансамбля неизохронных осцилляторов в отсутствие разброса по энергиям, как следует из системы уравнений для амплитуд c_k , определяется двумя управляющими параметрами – θ и N_e . Следовательно, для изучения статистических свойств кооперативного излучения необходимо решить систему уравнений для амплитуд c_k при различных значениях управляющих параметров. Поскольку начальное распределение фаз $\varphi_k(0)$ случайно, то численный эксперимент с каждой парой значений θ и N_e необходимо повторить много раз. Указанная процедура даст информацию о статистических характеристиках кооперативного излучения, важнейшими из которых являются пиковая мощность P_0 , время фазировки T_0 и их относительные среднеквадратичные отклонения δ_p и δ_T .

При численном исследовании статистических флуктуаций кооперативного излучения в присутствии дробового шума вместо N_e реальных электронов взяты $N = 36 \ll N_e$ машинных с начальными фазами, равными

$$\varphi_k(0) = \frac{2\pi k}{N} + \sqrt{\frac{12N}{N_e}} r_k, \quad k = 1, \dots, N,$$

где r_k – случайные величины, равномерно распределенные на интервале $[0; 1)$. В работе [9] показано, что подобная процедура, позволяющая существенно ускорить процесс вычислений, правильно воспроизводит дробовой шум. В качестве значений управляющих параметров выбраны следующие: $N_e = 6,75 \cdot 10^4, 4,32 \cdot 10^6$, $\theta = 1-107$. С каждой парой N_e и θ численный эксперимент повторялся 100 раз.

Результаты соответствующих расчетов, из которых следует несколько важных выводов, представлены на рис. 1 и 2. Во-первых, относительное среднеквадратичное отклонение пиковой мощности излучения, слабо зависящей от числа частиц N_e , падает как $\delta_p \approx \frac{4,3}{\sqrt{N_e}}$ при изменении $\lg(\theta)$ от 0 до 2.

Во-вторых, время фазировки, уменьшающееся с ростом параметра неизохронности θ , логарифмически зависит от числа частиц $T_0 \sim \ln N_e$. И в-третьих, величина δ_T падает в соответствии с приближенной формулой $\delta_T = \frac{q}{\ln N_e}$, где $q(\theta) \approx 1,1$ медленно убывает при изменении $\lg(\theta)$ от 0 до 2.

Экстраполируя полученные зависимости $\delta_p(N_e)$ и $\delta_T(N_e)$ в область больших значений числа частиц $N_e = 10^9-10^{12}$ (характерное число электронов в однопроходных генераторах электромагнитного излучения), получим в качестве оценки: $\delta_T = 0,03-0,05$ и $\delta_p < 10^{-4}$. Из чего можно сделать вывод о том, что в отсутствие разброса по энергиям дробовой шум приводит к 3–5 % флуктуациям времени автофазировки при незначительных флуктуациях пиковой мощности излучения.

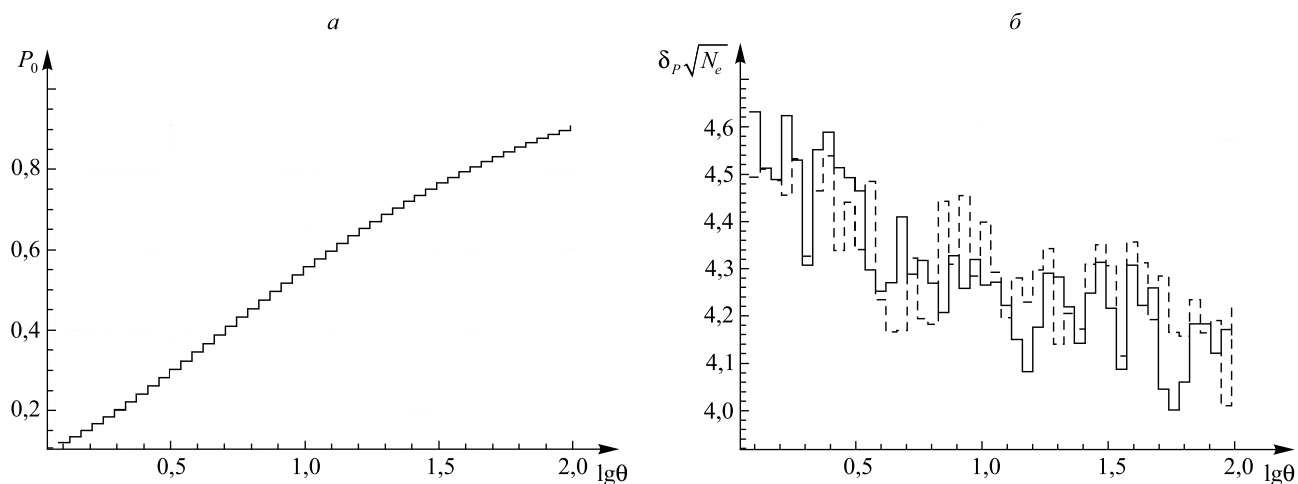


Рис. 1. Зависимость пиковой мощности излучения (а) и ее среднеквадратичных флуктуаций (б) от параметра неизохронности θ (сплошная линия соответствует $N_e = 6,75 \cdot 10^4$, пунктирная – $4,32 \cdot 10^6$)

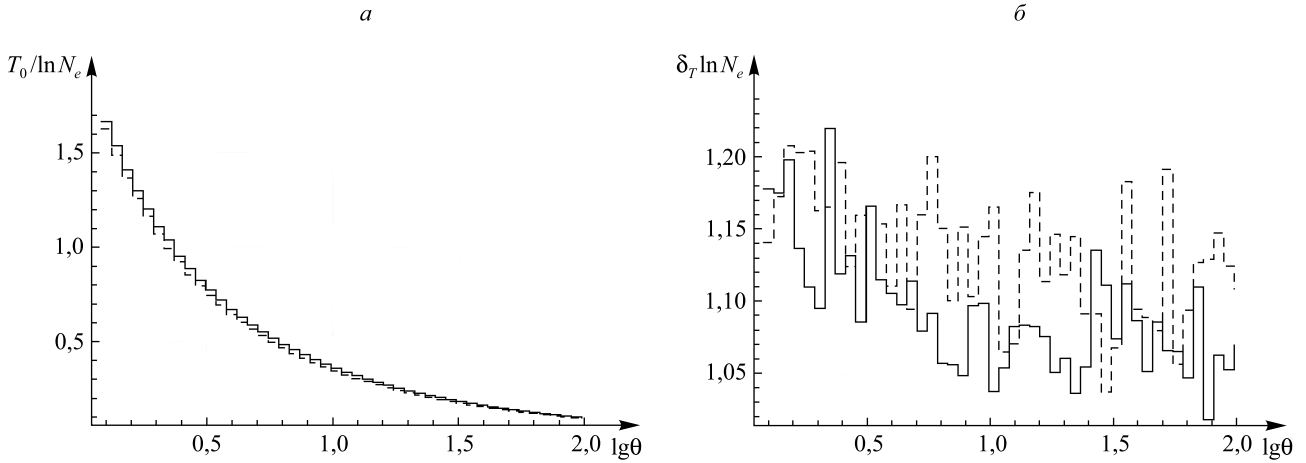


Рис. 2. Зависимость времени автофазировки (а) и его среднеквадратичных флуктуаций (б) от параметра неизохронности θ (сплошная линия соответствует $N_e = 6,75 \cdot 10^4$, пунктирная – $4,32 \cdot 10^6$)

Следует отметить, что предварительная модуляция электронов-осцилляторов по фазам

$$\varphi_k(0) = \frac{2\pi k}{N} + \sqrt{\frac{12N}{N_e}} r_k + \delta_\varphi \cos\left(\frac{2\pi k}{N}\right), \quad k = 1, \dots, N,$$

практически не сказывающаяся на P_0 , T_0 и δ_P , приводит к существенному снижению флуктуаций времени автофазировки: логарифмическое уменьшение $\delta_T \sim \frac{1}{\ln N_e}$ изменяется на пропорциональное $\frac{1}{\sqrt{N_e}}$ (рис. 3).

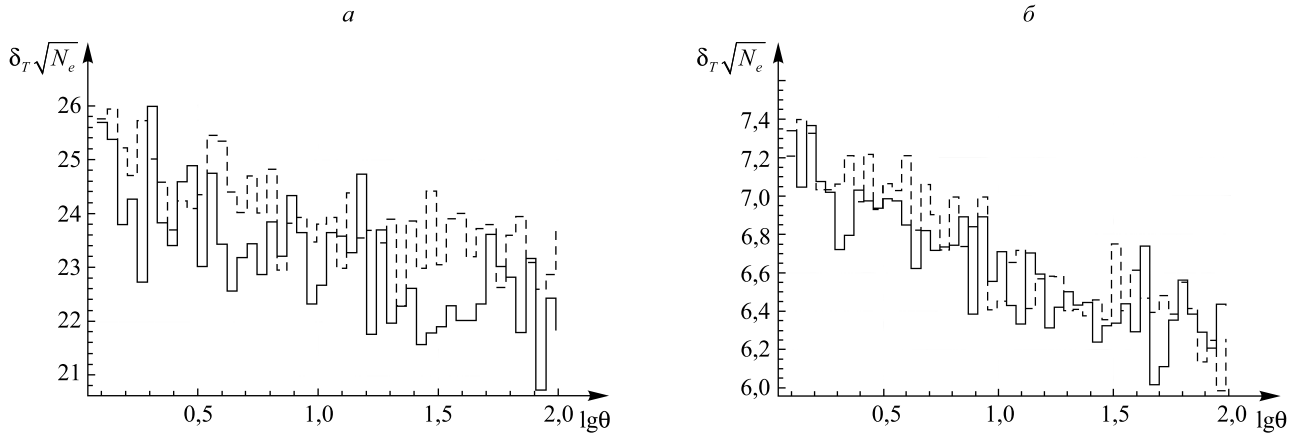


Рис. 3. Зависимость среднеквадратичных флуктуаций времени автофазировки от параметра неизохронности θ при разных значениях δ_φ : $\delta_\varphi = 0,01$ (а), $\delta_\varphi = 0,05$ (б). Сплошная линия соответствует $N_e = 6,75 \cdot 10^4$, пунктирная – $1,08 \cdot 10^6$

Разброс частиц по энергиям

Разброс электронов по энергиям $E_k(0) \approx \frac{a_k^2}{N_e}$ учтем, положив начальные амплитуды $a_k(0)$ случай-

ными гауссовыми величинами, характеризуемыми средним значением, равным единице, и относительным среднеквадратичным отклонением $\delta_a \approx \frac{\delta_E}{2}$ (δ_E – относительное среднеквадратичное отклонение

энергии частиц). При численном моделировании мы опять перейдем от $N = 36$ машинным электронам к $N_e = 288$ – реальным. (Численный эксперимент показал, что результаты моделирования в присутствии разброса по энергиям слабо зависят от числа частиц.)

Анализ результатов численных экспериментов показывает, что разброс по энергиям приводит не столько к увеличению флуктуаций пиковой мощности излучения, сколько к резкому снижению мощности излучения (рис. 4). Причем максимальная мощность излучения снижается экспоненциально ($P_{\max} = 10^{-\delta_a/0,075} = 10^{-\delta_E/0,15}$) с увеличением δ_a , а значение параметра θ , при котором достигается $P_{\max}$, уменьшается.

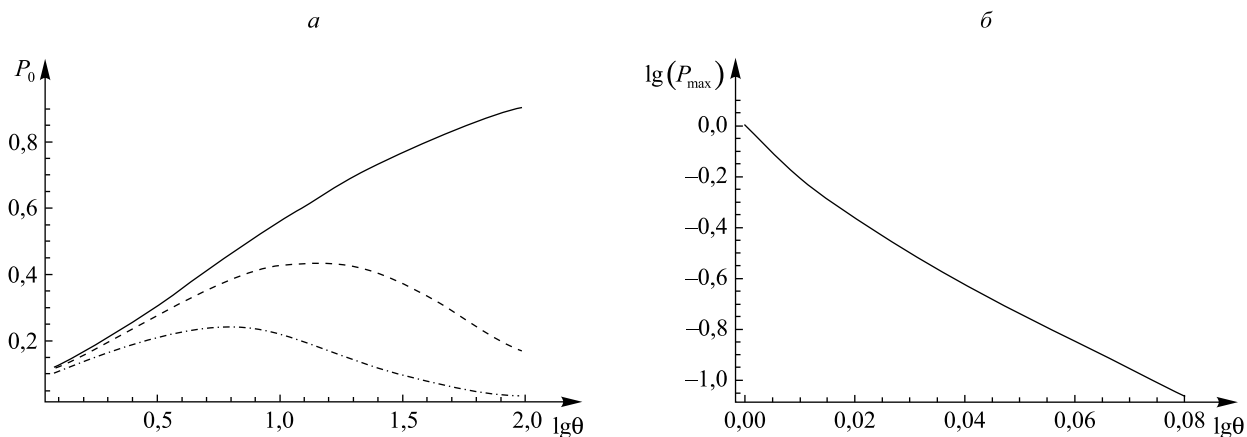


Рис. 4. Зависимость пиковой мощности излучения от параметра неизохронности θ при различных значениях δ_a (а) (сплошная линия соответствует $\delta_a = 0,00$, пунктирная – $\delta_a = 0,02$, штрихпунктирная – $\delta_a = 0,04$); зависимость максимальной пиковой мощности излучения от среднеквадратичного отклонения δ_a (б)

При $\delta_a = 0,02$ ($\delta_E = 0,04$) мощность $P_{\max}$ уменьшается более чем в 2 раза. Сказанное хорошо иллюстрируют примеры, представленные на рис. 5, где отчетливо прослеживается возрастание роли разброса по энергиям при увеличении θ : разброс по энергиям приводит к более сильному подавлению излучения в случае больших θ .

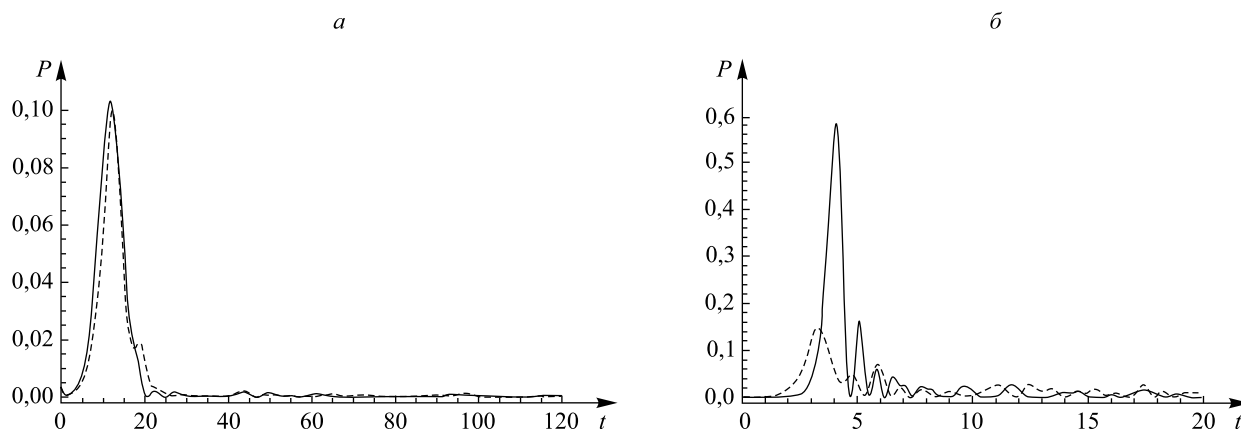


Рис. 5. Зависимость мощности излучения от времени при различных значениях δ_a и θ : а – при $\theta = 1$; б – при $\theta = 10$. Пунктирная линия соответствует $\delta_a = 0,04$, сплошная – $\delta_a = 0,00$

Несмотря на то что в настоящей статье рассматривалась динамика ансамбля неизохронных осцилляторов, полученные результаты позволяют сделать некоторые выводы о поведении намного более сложных систем, а именно однопроходных лазеров на свободных электронах и черенковских генераторов.

В системе электронов-осцилляторов возможность фазировки обусловлена неизохронностью колебаний [3, 4], т. е. зависимостью скорости изменения фазы ϕ_k от амплитуды a_k : $\dot{\phi}_k \sim -(a_k^2 - 1)$ (при $\langle c \rangle_{t=0} \approx 0$). Среднеквадратичный разброс ϕ_k , определяемый a_k^2 , составляет в начальный момент времени величину $\sim 2\delta_a$. Роль a_k^2 в электронных потоках, взаимодействующих с электромагнитным полем, выполняет величина $\vec{k}\vec{v}_j$ ($\vec{k}$ – волновой вектор излучения; $\vec{v}_j$ – скорость частицы). А значит, можно предположить, что даже незначительный разброс величины $\vec{k}\vec{v}_j$ должен приводить к резкому уменьшению пиковой мощности излучения.

Таким образом, при числе электронов $N_e \sim 10^9 - 10^{12}$ относительное среднеквадратичное отклонение времени автофазировки от его среднего значения составляет величину $\delta_T \approx 1,1/\ln N_e \sim 0,03 - 0,05$. Флуктуации пиковой мощности при этом оказываются пренебрежимо малыми: $\delta_p < 10^{-4}$. В условиях предварительной модуляции электронов-осцилляторов по фазам происходит изменение зависимости δ_T от числа частиц. Относительное среднеквадратичное отклонение времени автофазировки δ_T становится обратно пропорциональным $\sqrt{N_e}$.

Разброс частиц по энергиям, характеризуемый относительным среднеквадратичным отклонением δ_E , приводит к резкому снижению пиковой мощности излучения. Максимально достижимая мощность при этом падает экспоненциально с ростом δ_E .

Анализ, проведенный в настоящей работе, показал, что дробовой шум и разброс частиц по энергиям являются важнейшими факторами, приводящими к флуктуациям времени автофазировки и снижению пиковой мощности излучения в короткоимпульсных генераторах.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК (REFERENCES)

1. Гапонов А. В., Петелин М. И., Юлпатов В. К. Индуцированное излучение возбужденных классических осцилляторов и его использование в высокочастотной электронике // Изв. вузов. Радиофизика. 1967. Т. 10, № 9/10. С. 1414–1453 [Gaponov A. V., Petelin M. I., Yulpatov V. K. The induced radiation of excited classical oscillators and its use in high-frequency electronics. *Izv. vuzov. Radiofiz. = Radiophys. Quantum Electron.* 1967. Vol. 10, No. 9/10. P. 1414–1453 (in Russ.)].
2. Железняков В. В., Кочаровский В. В., Кочаровский Вл. В. Циклотронное сверхизлучение – классический аналог сверхизлучения Дике // Изв. вузов. Радиофизика. 1986. Т. 29. С. 1095 [Zheleznyakov V. V., Kocharovskiy V. V., Kocharovskiy V. V. Cyclotron superradiance – classical analog of Dicke's superradiance. *Izv. vuzov. Radiofiz. = Radiophys. Quantum Electron.* 1986. Vol. 29. P. 1095 (in Russ.)].
3. Ильинский Ю. А., Маслова Н. С. Классический аналог сверхизлучения в системе взаимодействующих нелинейных осцилляторов // ЖЭТФ. 1988. Т. 94, № 1. С. 171–174 [Ilyinsky Y. A., Maslova N. S. Classical analog of superradiance in a system of interacting nonlinear oscillators. *Zhurnal Eksp. i teor. fiz. = J. Exp. Theor. Phys.* 1988. Vol. 94, No. 1. P. 171–174 (in Russ.)].
4. Вайнштейн Л. А., Клеев А. И. Кооперативное излучение электронов-осцилляторов // Докл. АН СССР. 1990. Т. 311, № 4. С. 862–865 [Vainstein L. A., Kleev A. I. Cooperative radiation produced by electron-oscillators. *DAN SSSR.* 1990. Vol. 311, No. 4. P. 862–865 (in Russ.)].
5. Гинзбург Н. С., Зотова И. В., Новожилова Ю. В., Сергеев А. С., Шпак В. Г., Шунайлов С. А., Ульмаскулов М. Р., Яландин М. И. Теоретическое и экспериментальное исследование генерации импульсов сверхизлучения сильноточными субнаносекундными электронными пучками, движущимися в периодической замедляющей системе // ЖТФ. 2002. Т. 72, № 1. С. 83–91 [Ginzburg N. S., Zotova I. V., Novozhilova Y. V., Sergeev A. S., Shpak V. G., Shunailov S. A., Ul'maskulov M. R., Yalandin M. I. Theoretical and experimental investigation of the generation of superradiance pulses by high-current subnanosecond electron bunches moving in a periodic slow-wave system. *Zhurnal Tekhnicheskoi Fiz. = Technical Physics.* 2002. Vol. 72, No. 1. P. 83–91 (in Engl.)].
6. Watanabe T., Wang X. J., Murphy J. B., Rose J., Shen Y., Tsang T., Giannessi L., Musumeci P., Reiche S. Experimental characterization of superradiance in a single-pass high-gain laser-seeded free-electron laser amplifier // *Phys. Rev. Lett.* 2007. Vol. 98. P. 034802 [Watanabe T., Wang X. J., Murphy J. B., Rose J., Shen Y., Tsang T., Giannessi L., Musumeci P., Reiche S. Experimental characterization of superradiance in a single-pass high-gain laser-seeded free-electron laser amplifier. *Phys. Rev. Lett.* 2007. Vol. 98. P. 034802 (in Engl.)].
7. Roberson C. W., Sprangle P. A review of free-electron lasers // *Phys. Fluids B.* 1989. Vol. 1, № 1. P. 3–42 [Roberson C. W., Sprangle P. A review of free-electron lasers. *Phys. Fluids B.* 1989. Vol. 1, No. 1. P. 3–42 (in Engl.)].
8. Tran T. M., Wurtele J. S. Free electron laser simulation techniques // *Phys. Rep.* 1990. Vol. 195, № 1. P. 1–21 [Tran T. M., Wurtele J. S. Free electron laser simulation techniques. *Phys. Rep.* 1990. Vol. 195, No. 1. P. 1–21 (in Engl.)].
9. Penman C., McNeil B. W. J. Simulation of input noise in the free electron laser // *Opt. Commun.* 1992. Vol. 90. P. 82–84 [Penman C., McNeil B. W. J. Simulation of input noise in the free electron laser. *Opt. Commun.* 1992. Vol. 90. P. 82–84 (in Engl.)].
10. Fawley W. M. Algorithm for loading shot noise microbunching in multidimensional free-electron laser simulation codes // *Phys. Rev. ST Accel. Beams.* 2002. Vol. 5. P. 070701 [Fawley W. M. Algorithm for loading shot noise microbunching in multidimensional free-electron laser simulation codes. *Phys. Rev. ST Accel. Beams.* 2002. Vol. 5. P. 070701 (in Engl.)].
11. Bonifacio R., De Salvo L., Pierini P., Piovella N., Pellegrini C. Spectrum, Temporal Structure, and Fluctuations in a High-Gain Free-Electron Laser Starting from Noise // *Phys. Rev. Lett.* 1994. Vol. 73. P. 70 [Bonifacio R., De Salvo L., Pierini P., Piovella N., Pellegrini C. Spectrum, Temporal Structure, and Fluctuations in a High-Gain Free-Electron Laser Starting from Noise. *Phys. Rev. Lett.* 1994. Vol. 73. P. 70 (in Engl.)].
12. Saldin E. L., Schneidmiller E. A., Yurkov M. V. Statistical properties of radiation from VUV and X-ray free electron laser // *Opt. Commun.* 1998. Vol. 148. P. 383–403 [Saldin E. L., Schneidmiller E. A., Yurkov M. V. Statistical properties of radiation from VUV and X-ray free electron laser. *Opt. Commun.* 1998. Vol. 148. P. 383–403 (in Engl.)].
13. Prazeres R., Ortega J. M., Glotin F., Jarozynski D. A., Marcouille O. Observation of self-amplified spontaneous emission in the mid-infrared in a free-electron laser // *Phys. Rev. Lett.* 1997. Vol. 78, № 11. P. 2124–2127 [Prazeres R., Ortega J. M., Glotin F., Jarozynski D. A., Marcouille O. Observation of self-amplified spontaneous emission in the mid-infrared in a free-electron laser. *Phys. Rev. Lett.* 1997. Vol. 78, No. 11. P. 2124–2127 (in Engl.)].
14. First Observation of self-amplified spontaneous emission in a free-electron laser at 109 nm wavelength / J. Andruszkov [et al.] // *Phys. Rev. Lett.* 2000. Vol. 85, № 18. P. 3825–3829 [First Observation of self-amplified spontaneous emission in a free-electron laser at 109 nm wavelength. J. Andruszkov [et al.]. *Phys. Rev. Lett.* 2000. Vol. 85, No. 18. P. 3825–3829 (in Engl.)].

Статья поступила в редколлегию 01.06.2015.
Received by editorial board 01.06.2015.