

ПОДАВЛЕНИЕ НЕКОГЕРЕНТНОГО РАССЕЯНИЯ ЧАСТИЦ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ В КРИСТАЛЛАХ КОРРЕЛЯЦИЯМИ СТОЛКНОВЕНИЙ

В. В. ТИХОМИРОВ¹

¹ НИУ «Институт ядерных проблем» Белорусского государственного университета,
ул. Бобруйская, 11, 220030, г. Минск, Республика Беларусь

Отмечается, что взаимодействие быстрых частиц с кристаллами сопровождается рядом ориентационных эффектов в рассеянии и излучении, которые обусловлены коррелированным (когерентным) взаимодействием частиц с упорядоченно расположенными атомами кристалла, образующими цепочки и плоскости. Все когерентные эффекты в кристаллах сопровождаются некогерентными, близкими по природе к эффектам рассеяния и излучения в аморфном веществе. Определены условия наблюдения эффекта подавления некогерентного рассеяния быстрых частиц корреляциями их столкновений с атомами кристалла и рассчитаны его характеристики. Показано, что при использовании электронов с энергией около 1 ГэВ данный эффект наиболее удобно наблюдать при их падении под углом менее 2° на одну из главных осей кристалла кремния и под углом 3–4 мрад на плотноупакованную кристаллическую плоскость, проходящую через эту ось. Для описания процесса некогерентного рассеяния и его подавления предложено использовать теорию Г. Мольера. Установлено, что эффект подавления некогерентного рассеяния в кристаллах может достигать 20 % в терминах параметра B этой теории.

Ключевые слова: когерентное рассеяние; некогерентное рассеяние; квантовая механика.

SUPPRESSION OF INCOHERENT SCATTERING OF HIGH ENERGY PARTICLES IN CRYSTALS BY COLLISION'S CORRELATIONS

V. V. TIKHOMIROV^a

^a Research Institute for Nuclear Problems of Belarusian State University,
Bobrujskaja street, 11, 220030, Minsk, Republic of Belarus

Fast particle interaction with crystals is accompanied by orientational effects in both scattering and radiation. The latter are induced by the correlated (coherent) particle interaction with the ordered crystal atoms constituting strings and planes. All the coherent effects are accompanied by the incoherent scattering similar to that in amorphous medium. The point is that the latter is modified in the presence of correlations of particle collisions with crystal atoms. Though the suppression of the incoherent processes is moderate, it influences all the coherent effect applications, taking place in the wide angular region of particle incidence with respect to crystal planes and axes, which even exceeds that of the coherent effect manifestation. In this paper both the optimal observation conditions and characteristics of the effect of incoherent scattering suppression by correlations of particle collisions with crystal atoms are found. It has been shown that, using the GeV-energy electron beams, presently available for such experiments, this effect can be confidently observed under the simultaneous particle incidence at $1-2^\circ$ with respect to one of the main silicon crystal axes and at 3–4 mrad with respect to a crystal plane parallel to the latter. G. Moliere multiple scattering theory can be applied to describe the effect of incoherent scattering suppression by collision correlations, characterized by up to 20 % decrease of the G. Moliere theory parameter B .

Key words: coherent scattering; incoherent scattering; quantum mechanics.

Образец цитирования:

Тихомиров В. В. Подавление некогерентного рассеяния частиц высоких энергий в кристаллах корреляциями столкновений // Вестн. БГУ. Сер. 1, Физика. Математика. Информатика. 2016. № 1. С. 34–40.

For citation:

Tikhomirov V. V. Suppression of incoherent scattering of high energy particles in crystals by collision's correlations. *Vestnik BGU. Ser. 1, Fiz. Mat. Inform.* 2016. No. 1. P. 34–40 (in Russ.).

Автор:

Виктор Васильевич Тихомиров – доктор физико-математических наук, заведующий лабораторией ядерной оптики и космофизики.

Author:

Viktor Tikhomirov, doctor habilitatus of physics and mathematics; head of the laboratory of nuclear optics and astroparticle physics.
vvtikh@mail.ru

Прохождение частиц высоких энергий через ориентированные кристаллы сопровождается когерентными эффектами в рассеянии и излучении, такими как когерентное тормозное излучение, каналирование, излучение при каналировании, магнитотормозное излучение, рассеяние атомными цепочками [1–3]. Все эти эффекты возникают вследствие корреляций столкновений частиц с упорядоченно расположенными атомами цепочек и плоскостей. Когерентные эффекты в рассеянии и излучении сопровождаются некогерентными, порождаемыми тесными столкновениями с ядрами и электронами атомов кристалла. В целом некогерентные эффекты в рассеянии и излучении родственны эффектам в аморфной среде. Широко используемый подход Китагавы и Оцуки [4] к описанию некогерентного рассеяния каналированных частиц основан на локальном применении формулы для среднего квадрата угла многократного рассеяния в *однородной аморфной* среде к рассеянию на *неоднородном* распределении ядер атомов цепочек и плоскостей, определяемых их тепловыми колебаниями.

В то же время в работе [1] автор предположил, что некогерентное рассеяние и излучение быстрых частиц в кристаллах несколько модифицируется в присутствии корреляций столкновений с упорядоченно расположенными атомами, вследствие чего оказывается менее интенсивным, чем в аморфной среде той же плотности. Этот эффект частичного *подавления некогерентного рассеяния корреляциями столкновений* (ПНРКС) носит общий характер, проявляется в более широком угловом интервале, чем *когерентные* процессы и может сказываться на процессах рассеяния и излучения частиц в кристаллах даже в условиях отсутствия последних.

Несмотря на широкую область проявления, эффект ПНРКС экспериментально еще не наблюдался. Хотя он давно учитывается нами при моделировании реальных экспериментов [5, 6], сложная динамика движения каналированных и близких к ним по поперечной энергии надбарьерных частиц позволила получить пока только косвенные подтверждения его существования. В настоящей работе найдены оптимальные условия наблюдения эффекта ПНРКС и рассчитана его ожидаемая величина.

Подавление рассеяния быстрых частиц атомами цепочек

Действие кристалла на пролетающую через него частицу описывается суммой $U(\vec{r}) = \sum_i V(|\vec{r} - \vec{r}_i|)$ потенциалов $V(\vec{r}_i)$ атомов, расположенных в точках \vec{r}_i вблизи положений равновесия \vec{r}_{i0} . Для расчета вероятности рассеяния частицы на этом потенциале, сопровождаемого изменением импульса \vec{p} на $\vec{p}' = \vec{p} + \vec{q}$, воспользуемся борновским приближением [7]:

$$dw(\vec{p} \rightarrow \vec{p}') = \frac{2\pi}{\hbar} |U_{\vec{p}'\vec{p}}| \delta(\epsilon' - \epsilon) \frac{d^3 p'}{(2\pi\hbar)^3}, \quad (1)$$

где $\epsilon = \sqrt{p^2 c^2 + m^2 c^4}$ и $\epsilon' = \sqrt{p'^2 c^2 + m^2 c^4}$ – начальная и конечная энергии частицы. Заметим, что релятивистский вариант формулы (1) (формула Мотта) получен в [8], а присутствие в (1) дельта-функции обсуждается в [7, 9]. Вследствие роста когерентных эффектов применимость борновского приближения нарушается при уменьшении углов падения частиц на оси и плоскости и увеличении энергии частиц [2, 3]. Однако, ставя целью найти условия исчезновения этих эффектов, будем рассматривать только большие углы падения, гарантирующие применимость (1). Поскольку в борновском приближении начальная и конечная частицы описываются плоскими волнами с соответствующей нормировкой [7, 8], суммирование по вкладам различных атомов приводит к появлению в (1) суммы экспонент, показатели которых зависят от переданного импульса $\vec{q} = \vec{p}' - \vec{p}$ и положений атомов¹:

$$d\sigma = \frac{2}{p} \frac{d\sigma_{\text{at}}}{d\Omega} \left| \sum_i \exp(-i\vec{q}\vec{r}_i) \right|^2 \delta(p'^2 - p^2) d^3 q, \quad (2)$$

где

$$\frac{d\sigma_{\text{at}}}{d\Omega} = \frac{4\alpha^2 Z^2 \epsilon^2}{(q^2 + R^{-2})^2} \quad (3)$$

есть рассчитанное в борновском приближении и приближении малых углов сечение рассеяния частиц заряда e на экранированном потенциале ядра, в котором $\frac{\alpha}{\hbar c}$ – постоянная тонкой структуры;

¹ Кроме случая знаковых формул, используется система единиц $\hbar = c = 1$.

Z – атомный номер; R – радиус экранирования. Выбор последнего, в частности, позволяет обеспечить воспроизведение результатов моделирования рассеяния в аморфной среде, широко используемой программой GEANT4. Естественно, ничто не мешает использовать другие аппроксимации атомного потенциала.

При рассеянии частиц атомами кристалла состояния последнего могут изменяться. Поскольку эти состояния никак не регистрируются, по ним необходимо произвести суммирование [1]. Ввиду полноты системы этих состояний последнее оказывается эквивалентно усреднению по тепловому разбросу координат ядер относительно положений равновесия, характеризуемому в простейшей модели гауссовым распределением со среднеквадратичной амплитудой $u_1 \sim 0,02 \div 0,1 \text{ \AA}$ в направлении каждой из трех декартовых осей [1–3]. После усреднения сечение рассеяния на N_{at} атомах может быть представлено в виде суммы

$$d\sigma = d\sigma_{\text{inc}} + d\sigma_{\text{coh}} \quad (4)$$

некогерентного (аморфного в [1])

$$d\sigma_{\text{inc}} = d\sigma_{\text{am}} - d\sigma_1 = N_{\text{at}} \frac{2}{p} \frac{d\sigma_{\text{at}}}{d\Omega} \delta(2\bar{p}\bar{q} - q^2) d^3q - N_{\text{at}} \frac{2}{p} \frac{d\sigma_{\text{at}}}{d\Omega} \exp(-q^2 u_1^2) \delta(2\bar{p}\bar{q} - q^2) d^3q \quad (5)$$

и когерентного (интерференционного [1]) вклада

$$d\sigma_{\text{coh}} = \frac{2}{p} \frac{d\sigma_{\text{at}}}{d\Omega} \exp(-q^2 u_1^2) \left| \sum_i \exp(-i\bar{q}\bar{r}_{i0}) \right|^2 \delta(2\bar{p}\bar{q} - q^2) d^3q. \quad (6)$$

Аналогичное усреднение и разделение «на интерференционные максимумы и диффузный фон» [1] проводятся в теории рентгеновской дифракции [9], в которой и был введен фактор Дебая – Валлера $D = \exp(-q^2 u_1^2)$. В аморфном веществе вследствие некоррелированного расположения атомов квадраты модулей сумм в выражениях (2) и (6) равны N_{at} . В результате в нем, как следует из сокращения $d\sigma_{\text{coh}}$ из (6) с $d\sigma_1$ из (5), а также из (2) напрямую, полное сечение (4) оказывается равным сечению $d\sigma_{\text{am}}$, получаемому домножением на N_{at} сечения рассеяния на свободном атоме (3). Искомый же эффект уменьшения сечения (4) по сравнению с $d\sigma_{\text{am}}$ на величину $d\sigma_1$ возникает в условиях подавления когерентного вклада (6) в кристаллах.

Рассмотрим падение частиц под углом θ_y на цепочку N_{at} атомов, разделенных расстоянием d_{at} . Направим ось x нормально плоскости падения yz , а лежащие в этой плоскости оси y и z – перпендикулярно и параллельно цепочке. Соотношение [1]

$$\left| \sum_i \exp(-i\bar{q}\bar{r}_{i0}) \right|^2 = \frac{2\pi}{d_{\text{at}}} N_{\text{at}} \sum_{n=0, \pm 1, \pm 2, \dots} \delta\left(q_z - \frac{2\pi n}{d_{\text{at}}}\right)$$

позволяет «снять» интегрирование по q_z . Поскольку величины $q_{zn} = 2\pi n/d_{\text{at}}$ типичных векторов обратной решетки не превышают 20–30 кэВ/с (где c – скорость света), а импульсы доступных высококачественных пучков электронов [5, 6] близки к 1 ГэВ/с, в (6) можно пренебречь квадратичными слагаемыми в аргументе дельта-функции и свести его к виду $2p(q_z \cos \theta_y + q_y \theta_y)$, облегчающему интегрирование по q_y . Рассмотрим рассеяние в плоскостях xz' и $y'z'$, проходящих через параллельную скорости частицы ось z' , и нормальные ей, а также друг другу оси x и y . Умножив (6) на квадраты углов рассеяния в этих плоскостях и проинтегрировав по q_x , получим их средние величины

$$\left\langle \frac{\langle \Delta\theta_x^2 \rangle}{\langle \Delta\theta_{y'}^2 \rangle} \right\rangle \approx \frac{4\alpha^2 Z^2}{v^2 p^2} \frac{2\pi}{d_{\text{at}}} N_{\text{at}} \frac{1}{\theta_y} \sum_{n=0, \pm 1, \pm 2, \dots} \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ \frac{q_x^2}{q_{zn}^2 / \theta_y^2} \right\} \frac{\exp\left[-(q_x^2 + q_{zn}^2 / \theta_y^2) u_1^2\right]}{(q_x^2 + q_{zn}^2 / \theta_y^2 + R^{-2})^2} dq_x, \quad (7)$$

где $v = p/\varepsilon$ – скорость частиц. Ввиду быстрой сходимости интеграла максимальная x -компонента передаваемого импульса приравнена к бесконечности. Член суммы с $n = 0$ описывает рассеяние на усредненном потенциале цепочки, которое, как будет показано ниже, может подавляться при ее вхождении в состав плоскости. По этой причине, анализируя возможность подавления когерентного вклада (6), полезно также исследовать выражение (7) без этого слагаемого, на что обращается внимание взятием значения $n = 0$ в скобки.

Уменьшение угла θ_y падения частиц на ось сопровождается ростом модуля показателя экспоненты, приводящим к дискретизации процесса передачи импульса и к необходимому для наблюдения ПНРКС подавлению когерентного рассеяния. При увеличении же θ_y , напротив, модуль показателя уменьшается, поэтому квадраты углов (7) растут и передача импульса становится практически непрерывной, позволяя перейти к интегрированию, приводящему к выражению

$$\begin{aligned} \langle \Delta\theta_x^2 \rangle &= \langle \Delta\theta_{y'}^2 \rangle = \Delta\theta_1^2 = \frac{4\pi\alpha^2 Z^2}{v^2 p^2} N_{\text{at}} \int_0^\infty \frac{\exp(-q^2 u_1^2) q^3 dq}{(q^2 + \hbar^2/R^2)^2} = \\ &= \frac{2\pi\alpha^2 Z^2}{v^2 p^2} N_{\text{at}} \left[\left(1 + \frac{u_1^2}{R^2} \right) \exp\left(\frac{u_1^2}{R^2}\right) E_1\left(\frac{u_1^2}{R^2}\right) - 1 \right], \quad E_1(x) = \int_x^\infty e^{-t} dt/t, \end{aligned} \quad (8)$$

следующему также из сечения $d\sigma_1$. Величина (8) использована для нормировки при иллюстрации поведения квадратов углов (7) на рис. 1.

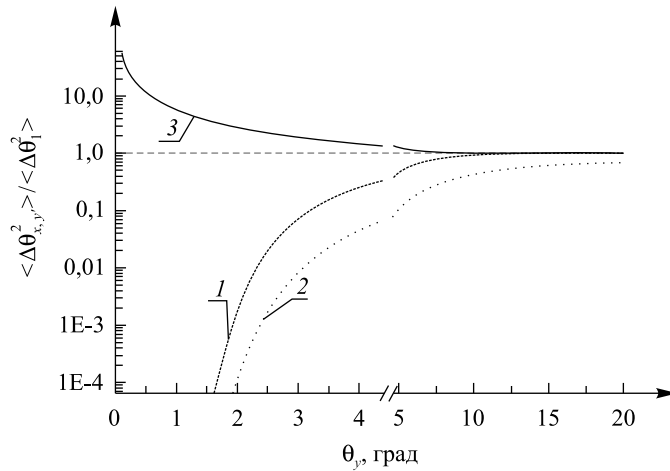


Рис. 1. Ориентационная зависимость средних квадратов углов рассеяния на атомной цепочке <100> кристалла кремния в плоскостях xz' (1), (3) и $y'z'$ (2), отнесенных к аналогичной величине (8), рассчитанной на основе сечения σ_1 . Кривая (3) рассчитана с учетом, а кривые (1) и (2) – без учета вклада слагаемого с $n = 0$ в сумму (7). Штриховая линия – уровень, соответствующий равенству углов (7)

Представленный на рис. 1 график демонстрирует, что при достаточно больших углах падения на ось (7) стремится к (8) и неисчезающая часть когерентного вклада в сечение (6) компенсирует поправку σ_1 , описывающую эффект ПНРКС. Последний в результате исчезает, и процесс рассеяния становится таким же, как и в аморфной среде. Однако при углах падения $\theta_y < 2^\circ$ происходит практически полное подавление вклада в рассеяние ненулевых гармоник потенциала атомной цепочки. Нулевая компонента при этом описывает значительный рост когерентного рассеяния при малых углах падения. Не затрагивая проблемы нарушения применимости борновского приближения [3], ниже мы рассмотрим достаточно большие углы падения и покажем, что интенсивное когерентное рассеяние на отдельных цепочках может практически полностью подавляться при их вхождении в состав кристаллической плоскости.

Подавление когерентного рассеяния быстрых частиц атомными плоскостями

Рассмотрим рассеяние частицы плоскостью, состоящей из N_{ax} атомных цепочек, расположенных эквидистантно на расстоянии d_{ax} . Введем угол θ_y падения частицы на цепочки, образуемый с ними проекцией скорости на указанную плоскость. Введем также угол θ_x падения частицы на последнюю. Оба угла считаем малыми по сравнению с радианом. Кроме того, исключим влияние других кристаллических плоскостей, предположив $\theta_x \ll \theta_y$. Далее, выбирая $\theta_y \sim 1-2^\circ$, исключим передачи импульса вдоль цепочек и получим

$$\left| \sum_i \exp(-i\vec{q}\vec{r}_{i0}) \right|^2 = \frac{2\pi}{d_{\text{at}}} \frac{2\pi}{d_{\text{ax}}} N_{\text{at}} N_{\text{ax}} \delta(q_z) \sum_{n=0, \pm 1, \pm 2, \dots} \delta\left(q_y - \frac{2\pi n}{d_{\text{ax}}}\right).$$

Равный $2p(q_x\theta_x + q_y\theta_y)$ аргумент дельта-функции в (6) позволяет легко проинтегрировать по q_x и получить для среднего квадрата угла рассеяния в плоскости $x'z'$ выражение

$$\langle \Delta\theta_{x'}^2 \rangle \approx \frac{4\alpha^2 Z^2}{v^2 p^2} \frac{2\pi}{d_{at}} \frac{2\pi}{d_{ax}} N_{at} N_{ax} \frac{\theta^2}{\theta_x^3} \sum_{n=(0), \pm 1, \pm 2, \dots} q_{yn}^2 \frac{\exp(-q_{yn}^2 u_1^2 \theta^2 / \theta_x^2)}{(q_{yn}^2 \theta^2 / \theta_x^2 + R^{-2})^2}, \quad (9)$$

где $q_{yn} = 2\pi n / d_{ax}$; $\theta^2 = \theta_x^2 + \theta_y^2$, а ось x' лежит в плоскости xz' и нормальна оси z' . Квадрат же угла рассеяния в плоскости $y'z'$, перпендикулярной плоскости xz' , подавлен по сравнению с (9) множителем $(\theta_x / \theta_y)^2 \ll 1$. Аналогично (7) находим, что уменьшение угла θ_x падения частиц на плоскость сопровождается ростом модуля показателя экспоненты, приводящим к дискретизации передачи импульса и подавлению рассеяния на отдельных цепочках, облегчающему наблюдение эффекта ПНРКС. При увеличении же угла θ_x , напротив, средний квадрат угла рассеяния (9) растет, а процесс передачи импульса стремится к непрерывному, делая возможным переход к интегрированию, соответствующему пределу рассеяния частиц N_{ax} усредненными потенциалами отдельных цепочек

$$\langle \Delta\theta_{ax}^2 \rangle = \frac{4\alpha^2 Z^2}{v^2 p^2} \frac{2\pi}{d_{at}} N_{at} N_{ax} \frac{1}{\theta} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp(-q^2 u_1^2) q^2}{(q^2 + R^{-2})^2} dq. \quad (10)$$

При $N_{ax} = 1$ и $\theta_y = \theta$ эта величина, естественно, равна слагаемому с $n = 0$ суммы (7). Она используется для нормировки при иллюстрации качественного поведения квадрата угла (9) на рис. 2.

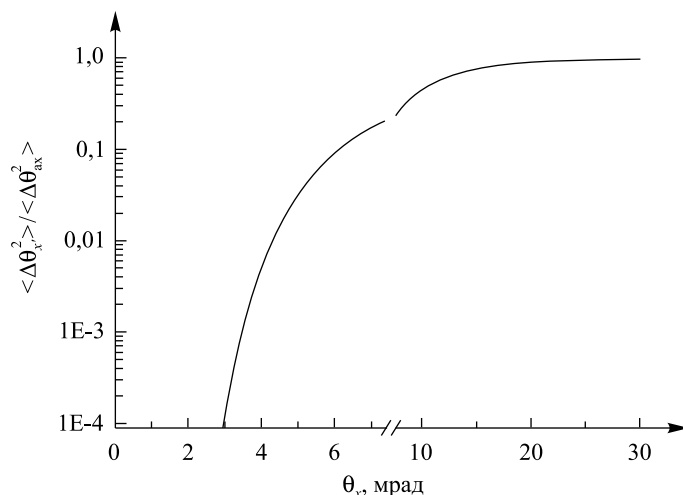


Рис. 2. Зависимость среднего квадрата угла рассеяния от угла падения частиц на плоскость (110), состоящую из атомных цепочек $\langle 100 \rangle$ кристалла кремния. График нормирован на аналогичную величину (10), рассчитанную при $\theta_y = 2^\circ$ в пределе больших углов θ_x или расстояний между цепочками

В пределе больших углов падения на плоскость рассеяние происходит на отдельных цепочках и характеризуется средним квадратом угла рассеяния (10). При малых же углах падения влияние отдельных цепочек ослабляется и частицы «чувствуют» только усредненный потенциал плоскости, не приводящий вследствие его однородности и симметрии к их отклонению. Таким образом, при $\theta_y < 2^\circ$ и $\theta_x < 4$ мрад когерентный вклад (6) в рассеяние практически полностью подавляется, облегчая наблюдение эффекта ПНРКС.

Формально представляется логичным рассмотреть далее рассеяние частиц совокупностью эквидистантных плоскостей в условиях подавления рассеяния отдельными атомами и цепочками, т. е. при $q_y = q_z = 0$. Условие сохранения энергии в этом случае требует учета вклада, квадратичного по q_x , и принимает вид $2p\theta_x q_x = -q_x^2$, знакомый из теории рентгеновской дифракции [9]. Однако, ввиду того что импульс частицы на 4–5 порядков превышает импульс рентгеновских квантов, нетривиальное решение $q_x = -2p\theta_x$ при $\theta_x \sim 1$ мрад требует передач слишком больших импульсов обратной решетки, подавляемых фактором Дебая – Валлера, либо приводит к очень малым углам θ_x , при которых нарушается применимость борновского приближения и проявляется эффект каналирования [3].

Тем не менее поле плоскостей может оказывать влияние на некогерентное рассеяние, которое также желательно подавить. Речь идет об увеличении скорости поперечного движения электронов $v(x) = \sqrt{\theta_x^2 + 2[V(x_0) - V(x)]}/\epsilon$, где x_0 – координата точки влета в областях локализации ядер вблизи минимумов усредненного потенциала плоскостей $V(x)$. Ускорение в нем уменьшает время $dt = dx/v(x)$ элементарного поперечного смещения dx в области локализации ядер, а следовательно, и среднюю концентрацию ядер на траектории электрона

$$\langle n \rangle / n_0 = \int n(x) dt / n_0 \int dt \approx 1 - (\langle V \rangle - V_{\min}) / \theta_x^2 \epsilon \approx 1 - 0,34 \theta_{\text{ch}}^2 / \theta_x^2,$$

где n_0 – концентрация атомов в кристалле; θ_{ch} – угол каналирования. Степень этого уменьшения понижается до величин, заметно меньших 1 %, при углах падения $\theta_x \geq 10 \cdot \theta_{\text{ch}}$. При энергии 855 МэВ экспериментов [5, 6] это условие выполняется как раз при $\theta_x = 3-4$ мрад. Таким образом, выбор углов падения на ось и плоскость действительно позволяет практически полностью подавить когерентное рассеяние и устранить влияние плоскостного потенциала на некогерентное, обеспечив возможность наблюдения эффекта ПНРКС «в чистом виде».

Влияние ПНРКС на угловое распределение частиц

Для интерпретации эксперимента по наблюдению ПНРКС можно использовать теорию многократного рассеяния Г. Мольера [10, 11], параметризующую полное угловое распределение частиц всего одной величиной B . Для пояснения физического смысла последней обратимся к процедуре расчета среднего квадрата угла рассеяния

$$\Delta\theta^2 = n_0 l \int_0^{\theta_{\max}} \theta^2 d\sigma = \theta_c^2 \int_0^{\theta_{\max}} \frac{d\sigma d\theta^2}{d\sigma_R \theta^2}, \quad (11)$$

где $d\sigma_R$ – резерфордское (моттовское) сечение, получающееся из (3) в пределе $R \rightarrow \infty$; а $\theta_c = \alpha Z (4\pi n_0 l)^{1/2} / pv$ – угол, определенный в [10, 11] таким образом, что вероятность рассеяния частиц на длине l на углы $\theta > \theta_c$ равна единице. В аморфном веществе $d\sigma/d\sigma_R = d\sigma_{\text{am}}/d\sigma_R = d\sigma_{\text{at}}/d\sigma_R$ (3), в кристалле $d\sigma/d\sigma_R = d\sigma_{\text{cr}}/d\sigma_R = (1 - D)d\sigma_{\text{at}}/d\sigma_R$ (5). Поскольку первообразная интеграла (11) существенно отличается от $\ln\theta^2$ только в дающей ограниченный вклад области углов, сравнимых с $\hbar/pR \sim \hbar/pu_1$, в качестве наглядной количественной характеристики отклонения процесса рассеяния от резерфордского (моттовского) вводят [10, 11] эффективный нижний предел интегрирования θ_{\min} , сохраняющий значение интеграла при замене отношения сечений единицей. В случае аморфного вещества, естественно, $\theta_{\min} = \hbar/pR$. Учет же эффекта ПНРКС в кристалле приводит к замене

$$\ln(\theta_{\min}) = \ln\left(\frac{\hbar}{pR}\right) \rightarrow \ln\left(\frac{\hbar}{pR}\right) + \frac{1}{2} \left[\left(1 + \frac{u_1^2}{R^2}\right) \exp\left(\frac{u_1^2}{R^2}\right) E_1\left(\frac{u_1^2}{R^2}\right) - 1 \right]. \quad (12)$$

Угол θ_{\min} используется в [10] для введения параметра B , удовлетворяющего соотношению

$$B - \ln B = 21n(\theta_c/\theta_{\min}) + 1 - C, \quad C = 0,577\dots \quad (13)$$

и приблизительно равного логарифму отношения среднего квадрата угла многократного рассеяния к θ_{\min}^2 . Параметр B следует находить методом фитирования экспериментальных угловых распределений формулой (8,3) из работы [10] и использовать разницу его значений в кристалле и аморфном веществе для количественного сравнения с (12) и (13). Из (13) нетрудно видеть, что ввиду роста угла θ_c с толщиной максимальное относительное изменение параметра B вследствие ПНРКС достигается в тонких мишенях. Упомянем, что при использовании формулы (8,3) из [10] при больших углах рассеяния возникают некоторые технические, а возможно, и принципиальные трудности, требующие отдельного рассмотрения. Альтернативой использованию этой формулы может быть прямое моделирование угловых распределений методом Монте-Карло с использованием сечения (5).

Настоящее обсуждение эффекта ПНРКС инициировано недавним проведением на микротроне МАМІ (г. Майнц, ФРГ) весьма точных измерений характеристик процессов рассеяния и излучения электронов с энергией 855 МэВ в тонких кристаллах кремния [5, 6]. При толщине мишеней 30 мкм эффект ПНРКС должен привести к изменению $(B_{\text{cr}} - B_{\text{am}})/B_{\text{am}} \approx -0,19$. Соответствующие угловые распределения представлены на рис. 3 вместе с нормированным графиком их разности.

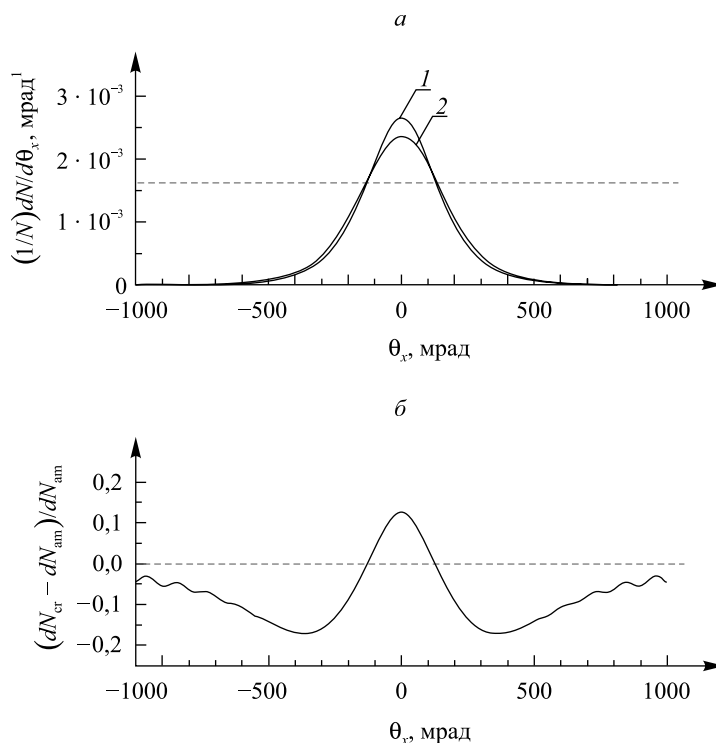


Рис. 3. Угловые распределения электронов:
 а – с энергией 855 МэВ, прошедших через 30-микронные кристаллическую (1)
 и аморфную (2) кремниевые мишени равной плотности; б – относительное отличие этих распределений

Нетрудно видеть, что ПНРКС приводит к росту максимума и уменьшению ширины углового распределения частиц за кристаллом. Рассеяние же на большие углы, мало отличающееся от однократного рассеяния с малыми прицельными параметрами, естественно, происходит в обоих случаях практически одинаково. Полученные результаты однозначно демонстрируют реальность постановки эксперимента по наблюдению подавления некогерентного рассеяния корреляциями столкновений частиц с упорядоченно расположенными атомами кристалла.

Автор выражает благодарность профессорам В. Г. Барышевскому, И. Д. Феранчуку, а также профессору В. Гуиди из Университета Феррары (Италия) и его сотрудникам за полезные обсуждения.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК (REFERENCES)

1. Тер-Микаелян М. Л. Влияние среды на электромагнитные процессы при высоких энергиях. Ереван, 1969.
2. Барышевский В. Г. Канализование, излучение и реакции в кристаллах при высоких энергиях. Минск, 1982.
3. Ахиезер А. И., Шульга Н. Ф. Электродинамика высоких энергий в веществе. М., 1995.
4. Kitagawa M., Ohtsuki Y. H. Modified dechanneling theory and diffusion coefficients // *Phys. Rev. B.* 1973. Vol. 8. P. 3117–3123 [Kitagawa M., Ohtsuki Y. H. Modified dechanneling theory and diffusion coefficients. *Phys. Rev. B.* 1973. Vol. 8. P. 3117–3123 (in Engl.)].
5. Mazzolari A., Bagli E., Bandiera L., Guidi V., Backe H., Lauth W., Tikhomirov V., Berra A., Lietti D., Prest M., Vallazza E., De Salvador D. Steering of a sub-GeV electron beam through planar channeling enhanced by rechanneling // *Phys. Rev. Lett.* 2014. Vol. 112, № 13. 135503 [Mazzolari A., Bagli E., Bandiera L., Guidi V., Backe H., Lauth W., Tikhomirov V., Berra A., Lietti D., Prest M., Vallazza E., De Salvador D. Steering of a sub-GeV electron beam through planar channeling enhanced by rechanneling. *Phys. Rev. Lett.* 2014. Vol. 112, No. 13. 135503 (in Engl.)].
6. Bandiera L., Bagli E., Germogli G., Guidi V., Mazzolari A., Backe H., Lauth W., Berra A., Lietti D., Prest M., De Salvador D., Vallazza E., Tikhomirov V. Investigation of the electromagnetic radiation emitted by sub-GeV electrons in a bent crystal // *Phys. Rev. Lett.* 2015. Vol. 115, № 2. 025504 [Bandiera L., Bagli E., Germogli G., Guidi V., Mazzolari A., Backe H., Lauth W., Berra A., Lietti D., Prest M., De Salvador D., Vallazza E., Tikhomirov V. Investigation of the electromagnetic radiation emitted by sub-GeV electrons in a bent crystal. *Phys. Rev. Lett.* 2015. Vol. 115, No. 2. 025504 (in Engl.)].
7. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Квантовая механика. М., 1974.
8. Берестецкий В. Б., Лифшиц Е. М., Пятаевский Л. П. Квантовая электродинамика. М., 1989.
9. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Электродинамика сплошных сред. М., 1982.
10. Moliere G. Theorie der Streuung schneller geladener Teilchen II. Mehrfach- und Vielfachstreuung // *Z. Naturforsch.* 1948. Vol. 3. P. 78–97 [Moliere G. Theorie der Streuung schneller geladener Teilchen II. Mehrfach- und Vielfachstreuung. *Z. Naturforsch.* 1948. Vol. 3. P. 78–97 (in Engl.)].
11. Bethe H. Moliere's theory of multiple scattering // *Phys. Rev.* 1953. Vol. 89. P. 1256–1266 [Bethe H. Moliere's theory of multiple scattering. *Phys. Rev.* 1953. Vol. 89. P. 1256–1266 (in Engl.)].

Статья поступила в редколлегию 17.08.2015.
 Received by editorial board 17.08.2015.