

Министерство образования Республики Беларусь
Учебно-методическое объединение по естественнонаучному образованию

УТВЕРЖДАЮ
Первый заместитель директора образования
Республики Беларусь


В.А. Богдан
« 30 » 11 2016 г.

Регистрационный № ТД-С.612/тип.

Дифференциальные уравнения

Типовая учебная программа по учебной дисциплине
для специальности

1-31 03 01 Математика (по направлениям)



СОГЛАСОВАНО
Председатель
Учебно-методического объединения
по естественнонаучному
образованию

А.Л. Толстик
« 16 » 2016 г.

СОГЛАСОВАНО

Начальник Управления высшего
образования Министерства
образования Республики Беларусь


С.А. Касперович
« 03 » 11 2016 г.

СОГЛАСОВАНО

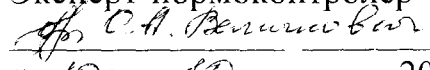
Проректор по научно-методической
работе Государственного
учреждения образования



«Республиканский институт высшей

И.В. Титович
« 11 » 2016 г.

Эксперт-нормоконтролер


« 10 » 10 2016 г.

Минск 2016

СОСТАВИТЕЛИ:

В.В. Амелькин, профессор кафедры дифференциальных уравнений и системного анализа Белорусского государственного университета, доктор физико-математических наук, профессор;

В.И. Громак, заведующий кафедрой дифференциальных уравнений и системного анализа Белорусского государственного университета, доктор физико-математических наук, профессор;

Р.А. Прохорова, доцент кафедры дифференциальных уравнений и системного анализа Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент;

А.Е. Руденок, доцент кафедры дифференциальных уравнений и системного анализа Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент;

А.П. Садовский, профессор кафедры дифференциальных уравнений и системного анализа Белорусского государственного университета, доктор физико-математических наук, профессор;

Д.Н. Чергинец, доцент кафедры дифференциальных уравнений и системного анализа Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук.

РЕЦЕНЗЕНТЫ:

Кафедра высшей математики учреждения образования «Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники»;

Е.К. Макаров, заведующий отделом дифференциальных уравнений Государственного научного учреждения «Институт математики Национальной академии наук Беларуси», доктор физико-математических наук, профессор.

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ В КАЧЕСТВЕ ТИПОВОЙ:

Кафедрой дифференциальных уравнений и системного анализа Белорусского государственного университета
(протокол № 5 от 04 января 2016 г.);

Научно-методическим советом Белорусского государственного университета
(протокол № 4 от 14 марта 2016 г.);

Научно-методическим советом по математике и механике Учебно-методического объединения по естественнонаучному образованию
(протокол № 10 от 16 февраля 2016 г.).

Ответственный за редакцию: Д.Н. Чергинец

Ответственный за выпуск: В.И. Громак

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

1-310301

Учебная дисциплина «Дифференциальные уравнения» посвящена изучению основных типов дифференциальных уравнений и методов их интегрирования, обучению навыкам построения и анализа математических моделей на основе теории дифференциальных уравнений, обучению основным аналитическим, качественным и асимптотическим методам теории дифференциальных уравнений.

Дифференциальные уравнения являются одним из основных математических инструментов для моделирования многих физических законов и явлений. Большое значение, которое имеют дифференциальные уравнения для математики и особенно для её приложений, объясняется тем, что к решению таких уравнений сводится исследование многих физических и технических задач. Дифференциальные уравнения играют существенную роль и в других науках, таких, как экономика, биология, электротехника и др., в действительности, они возникают везде, где есть необходимость количественного описания явлений, коль скоро окружающий мир изменяется во времени и условия протекания явлений изменяются.

Теория дифференциальных уравнений является естественным развитием и продолжением дифференциального и интегрального исчисления. В то же время теория дифференциальных уравнений сама является источником идей и теорий многих разделов современной математики.

Теория дифференциальных уравнений – это, прежде всего, основа для многих технических, физических и химических расчётов, применяемых в науке и промышленности и, поэтому без изучения теории дифференциальных уравнений не может обойтись в рамках своей профессиональной деятельности ни один специалист естественнонаучного или технического профиля.

Дисциплина «Дифференциальные уравнения» является естественным продолжением дисциплины «Математический анализ», и опирается на знания, умения и навыки, полученные студентами при изучении таких дисциплин как «Алгебра и теория чисел» и «Геометрия».

Целью преподавания дисциплины «Дифференциальные уравнения» является подготовка специалистов, обладающих знаниями и умениями эффективного использования основных методов теории дифференциальных уравнений.

Преподавание дисциплины «Дифференциальные уравнения» решает следующие задачи:

- приобретение студентами знаний в области теории дифференциальных уравнений
- приобретение практических навыков решения математических задач, построения и анализа математических моделей, описываемых дифференциальными уравнениями.

В результате изучения дисциплины «Дифференциальные уравнения» выпускник должен

знать:

- элементарные приемы интегрирования;
- постановку задачи Коши;
- теоремы существования и единственности;
- основные понятия и теоремы общей теории систем дифференциальных уравнений;
- основные понятия и теоремы теории устойчивости по Ляпунову;

уметь:

- решать основные типы уравнений первого порядка;
- ставить начальные и краевые задачи, решать вопросы существования и единственности решения начальных задач;
- решать линейные уравнения и системы с постоянными коэффициентами;
- применять основные теоремы второго метода Ляпунова для решения вопросов устойчивости движения, определять типы особых точек автономных систем на плоскости;

владеть:

- основными приёмами построения дифференциальных моделей реально происходящих явлений и процессов.

На изучение дисциплины «Дифференциальные уравнения» отводится 230 часов, из них 140 аудиторных.

Преподавание дисциплины «Дифференциальные уравнения» должно строиться таким образом, чтобы обучающийся приобрёл следующие компетенции специалиста:

- АК-1. Уметь применять базовые научно-теоретические знания для решения теоретических и практических задач.
- АК-2. Владеть системным и сравнительным анализом.
- АК-3. Владеть исследовательскими навыками.
- АК-4. Уметь работать самостоятельно.
- АК-5. Быть способным вырабатывать новые идеи (обладать креативностью).
- АК-6. Владеть междисциплинарным подходом при решении проблем.
- АК-7. Иметь навыки, связанные с использованием технических устройств, управлением информацией и работой с компьютером.
- АК-8. Обладать навыками устной и письменной коммуникаций.
- АК-9. Уметь учиться, повышать свою квалификацию в течение всей жизни.

Специалист должен:

- СЛК-2. Быть способным к социальному взаимодействию.
- СЛК-3. Обладать способностью к межличностным коммуникациям.

СЛК-5. Быть способным к критике и самокритике.

СЛК-6. Уметь работать в команде.

ПК-2. Владеть основными методами, способами и средствами получения, хранения, переработки информации. Применять современные методы проектирования информационных систем, использовать веб-сервисы, оформлять техническую документацию.

ПК-3. Применять методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности и в областях знаний, непосредственно не связанных со сферой деятельности.

ПК-5. Заниматься аналитической и научно-исследовательской деятельностью в области математики и информационных технологий.

ПК-7. Проводить исследования в области эффективности решения производственных задач.

ПК-8. Работать с научной, нормативно-справочной и специальной литературой; Самостоятельно приобретать с помощью информационных технологий и использовать в практической деятельности новые знания и умения, в том числе в новых областях знаний, непосредственно не связанных со сферой деятельности.

ПК-9. Осуществлять выбор оптимального варианта проведения научно-исследовательских работ.

ПК-13. Составлять документацию (графики работ, инструкции, планы, заявки, деловые письма и т.п.), а также отчетную документацию по установленным формам.

ПК-16. Разрабатывать и согласовывать представляемые материалы.

ПК-22. Осваивать и реализовывать управленческие инновации в сфере высоких технологий.

ПК-27. Разрабатывать новые информационные технологии на основе математического моделирования и оптимизации.

ПРИМЕРНЫЙ ТЕМАТИЧЕСКИЙ ПЛАН

№ п/п	Наименование разделов, тем	Аудиторные	
		Лекции	Лаборат. занятия
1	Введение в теорию дифференциальных уравнений	2	2
2	Дифференциальные уравнения первого порядка	16	16
3	Дифференциальные уравнения высших порядков	4	4
4	Нормальные системы дифференциальных уравнений. Вопросы существования решений	6	6
5	Нормальные системы дифференциальных уравнений. Общие свойства решений систем дифференциальных уравнений	4	4
6	Дифференциальные уравнения в частных производных первого порядка	4	4
7	Линейные дифференциальные уравнения	14	14
8	Линейные дифференциальные системы	12	12
9	Устойчивость по Ляпунову решений дифференциальных уравнений	4	4
10	Автономные системы дифференциальных уравнений	4	4
	Всего	70	70

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

Тема 1. Введение в теорию дифференциальных уравнений

Основные понятия теории дифференциальных уравнений. Простейшие математические модели, описывающие дифференциальные уравнения.

Тема 2. Дифференциальные уравнения первого порядка

Поле направлений. Изоклины. Решения. Интегральные кривые. Автономные системы. Особые точки. Фазовое пространство. Векторное поле. Траектории. Интеграл. Задача Коши. Теорема существования и единственности.

Элементарные приёмы интегрирования: дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными, линейные, Бернулли, Риккати, в полных дифференциалах и приводящиеся к ним. Интегрирующий множитель. Специальные классы интегрирующих множителей. Существование и общий вид интегрирующего множителя.

ОДУ первого порядка, не разрешённые относительно производной. Решение. Задача Коши. Теорема существования и единственности. S - и R -дискриминантные кривые. Неполные уравнения. Общий метод введения параметра. Уравнения Лагранжа и Клеро.

Тема 3. Дифференциальные уравнения высших порядков

Общие понятия. Решение. Задача Коши. Связь между уравнением n -го порядка и нормальной системой. Методы понижения порядка уравнения.

Тема 4. Нормальные системы дифференциальных уравнений. Вопросы существования решений

Теоремы существования и единственности решения для одного уравнения первого порядка и для системы дифференциальных уравнений. Метод последовательных приближений. Метод сжатых отображений. Продолжение решений. Теоремы существования и единственности для линейной системы и линейного уравнения n -го порядка. Голоморфные функции и мажоранты. Теоремы существования голоморфного решения задачи Коши.

Тема 5. Нормальные системы дифференциальных уравнений. Общие свойства решений систем дифференциальных уравнений

Непрерывная зависимость решений от начальных данных и параметров. Дифференцируемость решения по параметру (без доказательства). Уравнение в вариациях. Понятие о методе малого параметра.

Системы в нормальной и симметрической формах. Решение. Задача Коши. интеграл. Независимые интегралы. Теорема о числе независимых интегралов. Существование полной системы первых интегралов для решения системы.

Тема 6. Дифференциальные уравнения в частных производных первого порядка

Линейное однородное уравнение в частных производных первого порядка и его связь с системой обыкновенных дифференциальных уравнений. Структура общего решения. Начальная задача Коши.

Квазилинейное уравнение в частных производных первого порядка. Характеристики и интегральные поверхности. Теорема существования и единственности решения задача Коши (в случае двух независимых переменных) (без доказательства.). Системы дифференциальных уравнений в частных производных. Уравнение Пфаффа.

Тема 7. Линейные дифференциальные уравнения

Линейные однородные дифференциальные уравнения n -го порядка. Свойства решений. Линейная зависимость и независимость функций. Определитель Вронского. Фундаментальная система решений. Теорема об общем решении. Формула Остроградского – Лиувилля.

Линейные неоднородные дифференциальные уравнения n -го порядка. Свойства решений. Структура общего решения линейного неоднородного уравнения n -го порядка. Метод вариации произвольных постоянных. Метод Коши.

Линейные однородные уравнения n -го порядка с постоянными коэффициентами. Метод Эйлера. Линейные неоднородные уравнения n -го порядка с постоянными коэффициентами и правой частью специального вида – квазиполиномом.

Линейные уравнения второго порядка. Теорема о каноническом виде. Теоремы Штурма о нулях решений. Понятие о краевых задачах.

Линейные дифференциальные уравнения с голоморфными коэффициентами. Обобщённые степенные ряды. Интегрирование линейных дифференциальных уравнений при помощи степенных и обобщённых степенных рядов. Уравнение Эйри и Бесселя. Функции Бесселя.

Тема 8. Линейные дифференциальные системы

Линейные однородные системы дифференциальных уравнений. Свойства решений. Линейная зависимость и независимость вектор-функций. Формула Остроградского-Лиувилля. Фундаментальная система решений. Фундаментальная матрица. Структура общего решения линейной однородной системы.

Линейные неоднородные системы дифференциальных уравнений. Структура общего решения. Метод вариации произвольных постоянных.

Экспоненциальная функция матричного аргумента. Теорема Лапун-Данилевского. Матричный метод интегрирования линейной однородной системы с постоянными коэффициентами. Структура фундаментальной матрицы. Метод Эйлера. Линейные системы с периодическими коэффициентами. Решение неоднородной системы с правой частью специального вида.

Тема 9. Устойчивость по Ляпунову решений дифференциальных уравнений

Устойчивость по Ляпунову. Асимптотическая устойчивость. Функции Ляпунова. Теоремы Ляпунова об устойчивости и асимптотической устойчивости. Критерий асимптотической устойчивости нулевого решения линейных автономных систем и уравнения n -го порядка. Теорема Ляпунова об устойчивости по первому приближению.

Тема 10. Автономные системы дифференциальных уравнений

Автономные системы. Свойства решений. Фазовые портреты линейной автономной системы двух уравнений. Особые точки: узел, седло, фокус, центр. Понятие предельного цикла.

ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Литература

Основная:

1. Амелькин, В.В. Дифференциальные уравнения: учеб. пособие для студ. учреждений высш. образования по математическим спец. / В. В. Амелькин. – Минск: БГУ, 2012. – 288 с.
2. Бибииков Ю.Н. Курс обыкновенных дифференциальных уравнений. Москва: «Высшая школа», 1991.
3. Матвеев Н.М. Методы интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений. Минск: «Высшая школа», 1974.
4. Федорюк М.В. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Москва: «Наука», 1985.
5. Филиппов А.Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям. Москва «Наука», 1992.

Дополнительная:

1. Богданов Ю.С., Мазаник С.А., Сыроид Ю.Б. Курс дифференциальных уравнений. Минск: «Университетское», 1996.
2. Еругин Н.П. Книга для чтения по общему курсу дифференциальных уравнений. Минск: «Наука», 1972.
3. Степанов В.В. Курс дифференциальных уравнений. Москва: Физматгиз, 1959.
4. Эльсгольц Л.Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление. Москва: «Наука», 1969.
5. Матвеев Н.М. Сборник задач и упражнений по обыкновенным дифференциальным уравнениям. Минск: «Высшая школа», 1987.
6. Самойленко А.М., Кривошея С.А., Перестюк Н.А. Дифференциальные уравнения: примеры и задачи. Москва: «Высшая школа», 1989.

Рекомендуется контроль работы студентов проводить в форме письменных контрольных работ, отчетов по аудиторным практическим упражнениям с их устной защитой, отчетов по домашним практическим упражнениям с их устной защитой, письменных отчетов по домашним практическим упражнениям.

Во время самостоятельной работы студент выполняет задания, полученные на практических занятиях, а также изучает лекции и рекомендуемую литературу.

Зачет и экзамен по дисциплине рекомендуется проводить в устной или письменной форме. При успешной работе на занятиях зачет может выставляться по результатам аудиторной и внеаудиторной работы студента.