

ОПТИМАЛЬНОЕ СТОХАСТИЧЕСКОЕ УПРАВЛЕНИЕ В ЗАДАЧАХ ПОРТФЕЛЬНОГО ИНВЕСТИРОВАНИЯ

И.А. Карачун

Белорусский государственный экономический университет

В настоящее время стохастическое управление широко используется в моделировании и оценивании различных экономических систем, в том числе, и в портфельном инвестировании. Основная причина этого заключается в том, что экономические данные представляют собой наблюдения за поведением экономических агентов, которое практически невозможно проанализировать напрямую с помощью обычных задач оптимального управления. Кроме того, в экономических системах описание и определение характеристик является чаще всего неявным, а их назначение может меняться от случая к случаю, причем в разной степени.

Методы прикладного стохастического управления можно рассматривать как продолжение методов детерминированного управления. С одной стороны они характеризуют стохастический процесс по времени, что дает возможность построить модель с управлением. С другой стороны стохастическое управление можно трактовать как метод оценивания, когда параметры модели управления считаются неизвестными и оцениваются с помощью временного ряда данных.

Чтобы учесть возможные риски и неопределенность моделей портфельного инвестирования, вводится целевая функция как линейная комбинация математического ожидания и дисперсии целевых переменных. Кроме того, предлагаются оценки параметров, робастные и адаптированные к новой информации (фильтр Калмана). В то же время можно комбинировать эти методы для предупреждения риска и нахождения как можно более достоверных оценок параметров [3].

В качестве примера рассмотрим некоторые задачи портфельного инвестирования – модель Блека-Шоулза, задача оптимального потребления инвестиций Мертона, супер-репликация портфельных ограничений. Все они оперируют портфелем, состоящим из акций и облигаций, и основываются на уравнении:

$$dZ(t) = Z(t) [r + \pi(t)(\mu - r)]dt + \pi(t)\sigma dW - c(t)dt.$$

Здесь $Z(t)$ – капитал инвестора, $\pi(t)$ – управление (доля инвестиций в акции), r – безрисковая процентная ставка по облигации, $c(t)$ – ставка потребления инвестиций, W – стандартное броуновское движение, μ и σ – заданные константы.

Для решения этих задач предлагается два подхода. Во-первых, с помощью двойственных параметров задачи преобразуются в стандартные задачи оптимального управления, которые решаются методом динамического программирования [2]. Такой подход обеспечивает лучшее понимание проблемы, однако, построение двойственной задачи зачастую представляет собой сложную проблему. Второй из возможных подходов состоит в непосредственном использовании динамического программирования (см., например, [1]).

Литература

1. Bertsekas D. Dynamic Programming and Stochastic Control. – New York: Academic Press, 1976.
2. Karatzas I., Shreve S. Methods of Mathematical Finance. – New York, Heidelberg, Berlin: Springer-Verlag, 1998.
3. Sengupta J.K., Fanchon F. Control Theory Methods in Economics. – Norwell: Kluwer Academic Publishers, 1997.