

## СИНТЕЗ $n$ -ОПЕРАНДНЫХ СУММАТОРОВ ПО МОДУЛЮ ТРИ

В.П. СУПРУН, доцент, кандидат технических наук  
Д.А. ГОРОДЕЦКИЙ, аспирант

---

Белорусский государственный университет  
пр. Независимости 4, 220030 Минск, Беларусь  
E-mail: [suprun@bsu.by](mailto:suprun@bsu.by), [danila.gorodecky@gmail.com](mailto:danila.gorodecky@gmail.com)

**Предлагается метод синтеза сумматоров по модулю три для случая представления данных в позиционных кодах. Метод ориентирован на построение двухуровневых схем, состоящих из элементов ИЛИ и ИСКЛЮЧАЮЩЕЕ ИЛИ с заданными порогами. Метод обобщается на реализацию операции  $\pm X_1 \pm X_2 \pm \dots \pm X_n = S \pmod{3}$ . Предлагается логическая схема сумматора с управляющим входом, на единственном выходе которой реализуются значения одного из разрядов результата сложения.**

**Ключевые слова:** модулярная арифметика, симметрические булевы функции, логическая схема, сумматор, сумматор с управляющим входом

---

### 1. ВВЕДЕНИЕ

Известно [1, 2], что применение модулярной арифметики позволяет значительно повысить скорость обработки дискретной информации за счет распараллеливания процесса ее обработки, которое часто зависит от глубины логической схемы. Аппарат модулярной арифметики находит широкое применение, в частности, при проектировании систем-на-кристалле. Однако повышение эффективности такого применения связано с разработкой библиотек вычислительных устройств, содержащих устройства модулярной арифметики, предназначенных для реализации основных арифметических операций, одной из которых является операция сложения по заданному модулю [2, 3].

К настоящему времени известен ряд методов синтеза устройств модулярной арифметики, среди которых отметим следующие: в работе [4] с учетом коммутативности операции сложения приводится метод синтеза сумматоров, основанный на применении принципа локального кодирования симметрических булевых функций; метод блочно-структурного синтеза [5] ориентирован на синтез устройств, предназначенных для вычисления арифметических операций, представляющих собой суперпозицию операций сложения и умножения по заданному модулю. На некоторые логические схемы сумматоров по модулю три, синтезированных методами из [4, 5], получены Патенты на изобретение Республики Беларусь [6-9].

В настоящей работе рассматривается задача синтеза  $n$ -операндных сумматоров по модулю три при условии представления данных в позиционном коде. Вывод аналитических формул для задания функций выхода сумматора основан на применении свойств симметрических булевых функций, а схемная реализация сумматоров предполагает использование логических элементов ИЛИ и ИСКЛЮЧАЮЩЕЕ ИЛИ с различными порогами.

## 2. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ

Обозначим через  $C(n,3)$  сумматор, предназначенный для вычисления (реализации) арифметической операции  $X_1 + X_2 + \dots + X_n = S \pmod{3}$  при условии, что входные  $X_1, X_2, \dots, X_n$  и выходной  $S$  операнды представлены в позиционных кодах, т.е.

$$X_1 = 2x_2^1 + x_1^1, \quad X_2 = 2x_2^2 + x_1^2, \dots, \quad X_n = 2x_2^n + x_1^n \quad \text{и} \quad S = 2s_2 + s_1,$$

где  $X_1, X_2, \dots, X_n, S \in \{0, 1, 2\}$  и  $x_1^1, x_2^1, x_1^2, x_2^2, \dots, x_1^n, x_2^n, s_1, s_2 \in \{0, 1\}$ .

Сумматор  $C(n,3)$  имеет  $2n$  входов, на которые поступают значения входных переменных  $x_1^1, x_2^1, x_1^2, x_2^2, \dots, x_1^n, x_2^n$ , и два выхода, на которых реализуются значения младшего  $s_1$  и старшего  $s_2$  разрядов результата выполнения операции сложения

$$X_1 + X_2 + \dots + X_n = S \pmod{3}.$$

Под симметрической булевой функцией  $F = F(x_1, x_2, \dots, x_n)$ , как обычно, понимается функция, которая не меняет своего значения при любой перестановке переменных. Основное свойство функции  $F$  заключается в следующем: если на каком-либо наборе значений  $n$  переменных, содержащем  $a$  ( $0 \leq a \leq n$ ) единиц, функция  $F$  принимает единичное значение, то на любом другом наборе с тем же числом  $a$  единиц функция  $F$  также принимает значение, равное единице. Такое значение  $a$  называется **рабочим числом** функции  $F$ . В общем случае симметрическая булева функция  $F = F(x_1, x_2, \dots, x_n)$  может иметь  $r$  рабочих чисел, где  $0 \leq r \leq n+1$ . Если  $r = 1$ , то симметрическая булева функция  $F$  называется **элементарной** (или **фундаментальной**) и обозначается  $F = F_n^a(x_1, x_2, \dots, x_n)$ .

Элемент ИСКЛЮЧАЮЩЕЕ ИЛИ с порогом  $a$ , на  $n$  входов которого поступают значения переменных  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , реализует функцию  $F = F_n^a(x_1, x_2, \dots, x_n)$ .

## 3. АНАЛИТИЧЕСКИЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ ЛОГИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ $S_1$ И $S_2$

Для логических функций  $S_1$  и  $S_2$  справедливы аналитические представления в виде дизъюнкции элементарных симметрических булевых функций, зависящих от  $3n$  переменных.

**Теорема 1.** Если  $n \geq 2$ ,  $X^1 = \{x_1^1, x_1^2, \dots, x_1^n\}$ ,  $X^2 = \{x_2^1, x_2^2, \dots, x_2^n\}$ , то

$$S_1(X^1, X^2) = \bigvee_{i=1}^{k_1} F_{3n}^{3i-2}(X^1, X^2, X^2), \quad (1)$$

$$S_2(X^1, X^2) = \bigvee_{j=1}^{k_2} F_{3n}^{3j-1}(X^1, X^2, X^2), \quad (2)$$

где:  $F = F_{3n}^{3i-2}(X^1, X^2, X^2)$  и  $F = F_{3n}^{3j-1}(X^1, X^2, X^2)$  – элементарные симметрические булевы функции, зависящие от  $3n$  переменных  $x_1^1, x_2^1, x_2^1, x_1^2, x_2^2, x_2^2, \dots, x_1^n, x_2^n, x_2^n$ , рабочие числа которых равны  $3i-2$  и  $3j-1$ , соответственно,  $k_1 = \left\lfloor \frac{2n+2}{3} \right\rfloor$ ,  $k_2 = \left\lfloor \frac{2n+1}{3} \right\rfloor$ ,  $i = 1, 2, \dots, k_1$  и  $j = 1, 2, \dots, k_2$ .

**Доказательство.** Обозначим  $S^* = X_1 + X_2 + \dots + X_n$  ( $S^*$  – арифметическая сумма  $n$  чисел). Так как  $X_1, X_2, \dots, X_n \in \{0, 1, 2\}$ , то  $S^* \in \{0, 1, 2, \dots, 2n\}$ .

Поскольку  $S^* = S \pmod{3}$  и  $S = 2s_2 + s_1$ , то функции  $S_1$  и  $S_2$  будут принимать единичные значения тогда и только тогда, когда  $S^* \in \{1, 4, \dots, 3k_1 - 2\}$  и  $S^* \in \{2, 5, \dots, 3k_2 - 1\}$ , соответственно, где  $k_1 = \left\lfloor \frac{2n+2}{3} \right\rfloor$  и  $k_2 = \left\lfloor \frac{2n+1}{3} \right\rfloor$ .

Отсюда следует, что

$$S_1 = \begin{cases} 1, & \text{если } X_1 + X_2 + \dots + X_n = 3i - 2; \\ 0, & \text{в противном случае,} \end{cases}$$

$$S_2 = \begin{cases} 1, & \text{если } X_1 + X_2 + \dots + X_n = 3j - 1; \\ 0, & \text{в противном случае} \end{cases}$$

или

$$S_1 = \begin{cases} 1, & \text{если } 2x_2^1 + x_1^1 + 2x_2^2 + x_1^2 + \dots + 2x_2^n + x_1^n = 3i - 2; \\ 0, & \text{в противном случае,} \end{cases}$$

$$S_2 = \begin{cases} 1, & \text{если } 2x_2^1 + x_1^1 + 2x_2^2 + x_1^2 + \dots + 2x_2^n + x_1^n = 3j - 1; \\ 0, & \text{в противном случае,} \end{cases}$$

где  $i = 1, 2, \dots, k_1$  и  $j = 1, 2, \dots, k_2$ .

Приведенные выше представления логических функций  $S_1$  и  $S_2$  равносильны соответствующим формулам (1) и (2).

Рассмотрим несколько частных случаев применения теоремы 1.

1) Если  $n = 2$ , то формулы (1) и (2) принимают вид:

$$S_1(x_1^1, x_1^2, x_2^1, x_2^2) = F_6^1(x_1^1, x_1^2, x_2^1, x_2^2, x_2^2, x_2^2) \vee F_6^4(x_1^1, x_1^2, x_2^1, x_2^2, x_2^2, x_2^2),$$

$$S_2(x_1^1, x_1^2, x_2^1, x_2^2) = F_6^2(x_1^1, x_1^2, x_2^1, x_2^2, x_2^2, x_2^2).$$

2) Если  $n = 3$ , то формулы (1) и (2) принимают вид

$$S_1(x_1^1, x_1^2, x_1^3, x_2^1, x_2^2, x_2^3) = F_9^1(x_1^1, x_1^2, x_1^3, x_2^1, x_2^2, x_2^2, x_2^3, x_2^3, x_2^3) \vee F_9^4(x_1^1, x_1^2, x_1^3, x_2^1, x_2^2, x_2^2, x_2^3, x_2^3, x_2^3),$$

$$S_2(x_1^1, x_1^2, x_1^3, x_2^1, x_2^2, x_2^3) = F_9^2(x_1^1, x_1^2, x_1^3, x_2^1, x_2^2, x_2^2, x_2^3, x_2^3, x_2^3) \vee F_9^5(x_1^1, x_1^2, x_1^3, x_2^1, x_2^2, x_2^2, x_2^3, x_2^3, x_2^3).$$

3) Если  $n = 4$ , то формулы (1) и (2) принимают вид

$$\begin{aligned}
 S_1(x_1^1, x_1^2, x_1^3, x_1^4, x_2^1, x_2^2, x_2^3, x_2^4) &= F_{12}^1(x_1^1, x_1^2, x_1^3, x_1^4, x_2^1, x_2^2, x_2^3, x_2^4) \vee \\
 &\vee F_{12}^4(x_1^1, x_1^2, x_1^3, x_1^4, x_2^1, x_2^2, x_2^3, x_2^4) \vee \\
 &\vee F_{12}^7(x_1^1, x_1^2, x_1^3, x_1^4, x_2^1, x_2^2, x_2^3, x_2^4), \\
 S_2(x_1^1, x_1^2, x_1^3, x_1^4, x_2^1, x_2^2, x_2^3, x_2^4) &= F_{12}^2(x_1^1, x_1^2, x_1^3, x_1^4, x_2^1, x_2^2, x_2^3, x_2^4) \vee \\
 &\vee F_{12}^5(x_1^1, x_1^2, x_1^3, x_1^4, x_2^1, x_2^2, x_2^3, x_2^4) \vee \\
 &\vee F_{12}^8(x_1^1, x_1^2, x_1^3, x_1^4, x_2^1, x_2^2, x_2^3, x_2^4).
 \end{aligned}$$

Приведенная выше теорема 1 используется при описании метода синтеза сумматоров  $C(n, 3)$  при условии представления входных и выходного операндов в позиционных кодах.

#### 4. МЕТОД СИНТЕЗА СУММАТОРОВ $C(n, 3)$

Метод синтеза сумматоров  $C(n, 3)$  ориентирован на применение логических элементов ИЛИ и ИСКЛЮЧАЮЩЕЕ ИЛИ с заданным порогом. Синтезированные на основе применения формул (1) и (2) логические схемы сумматоров  $C(n, 3)$  будут состоять из двух частей – логических подсхем  $C_1(n, 3)$  и  $C_2(n, 3)$ , на единственном выходе каждой из которых реализуются логические функции  $S_1$  и  $S_2$ , соответственно.

Логическая подсхема  $C_1(n, 3)$  синтезируется непосредственно по формуле (1), а логическая подсхема  $C_2(n, 3)$  – по формуле (2). Обе подсхемы имеют по два уровня, причем первые уровни логических схем  $C_1(n, 3)$  и  $C_2(n, 3)$  составляют элементы ИСКЛЮЧАЮЩЕЕ ИЛИ с заданным порогом, а второй уровень – логический элемент ИЛИ.

В порядке исключения следует заметить, что если  $n = 2$ , то первый уровень подсхемы  $C_2(2, 3)$  содержит только один элемент ИСКЛЮЧАЮЩЕЕ ИЛИ с порогом два, а элемент ИЛИ будет отсутствовать.

Первый уровень логической подсхемы  $C_1(n, 3)$  содержит  $k_1$  элементов ИСКЛЮЧАЮЩЕЕ ИЛИ  $A_1, A_2, \dots, A_{k_1}$ , где  $k_1 = \left\lfloor \frac{2n+2}{3} \right\rfloor$ . При этом порог  $p$  логического элемента  $A_i$  вычисляется по формуле  $p(A_i) = 3i - 2$ , где  $i = 1, 2, \dots, k_1$ .

Первый уровень логической подсхемы  $C_2(n, 3)$  содержит  $k_2$  элементов ИСКЛЮЧАЮЩЕЕ ИЛИ  $B_1, B_2, \dots, B_{k_2}$ , где  $k_2 = \left\lfloor \frac{2n+1}{3} \right\rfloor$ . При этом порог  $p$  логического элемента  $B_j$  вычисляется по формуле  $p(B_j) = 3j - 1$ , где  $j = 1, 2, \dots, k_2$ .

Каждый из логических элементов ИСКЛЮЧАЮЩЕЕ ИЛИ  $A_1, A_2, \dots, A_{k_1}$  и  $B_1, B_2, \dots, B_{k_2}$  имеет  $3n$  входов, на которые поступают значения младших разрядов  $x_1^1, x_1^2, \dots, x_1^n$  и дважды – значения старших разрядов  $x_2^1, x_2^2, \dots, x_2^n$  операндов  $X_1, X_2, \dots, X_n$ .

Уместно отметить тот факт, что схемы  $C_1(n, 3)$  и  $C_2(n, 3)$  будут содержать одинаковое число логических элементов  $k_1 = k_2$  при условии, что  $n = 3m$  или  $n = 3m + 1$ , где  $m$  – натуральное число. Если  $n = 3m - 1$ , то  $k_1 = k_2 + 1$ , т.е. схема  $C_1(n, 3)$  будет содержать на один логический элемент больше, чем схема  $C_2(n, 3)$ .

Из описанного метода синтеза следует, что логическая схема сумматора  $C(n,3)$  будет содержать  $\left\lceil \frac{2n+2}{3} \right\rceil + \left\lceil \frac{2n+1}{3} \right\rceil$  логических элементов ИСКЛЮЧАЮЩЕЕ ИЛИ с различными порогами и два элемента ИЛИ. При этом сложность  $L$  (по числу входов логических элементов) логической схемы сумматора  $C(n,3)$  вычисляется по формуле

$$L(C(n,3)) = k_1 \cdot (3n+1) + k_2 \cdot (3n+1) = (3n+1) \cdot \left( \left\lceil \frac{2n+2}{3} \right\rceil + \left\lceil \frac{2n+1}{3} \right\rceil \right).$$

В качестве примера на рис.1(а) приводится логическая схема сумматора  $C(3,3)$ , синтезированная на основе применения формул (1) и (2), в которых  $n = 3$ .

Логическая схема сумматора  $C(3,3)$  содержит два элемента ИЛИ и четыре элемента ИСКЛЮЧАЮЩЕЕ ИЛИ с порогами один, два, четыре и пять. Сложность сумматора по числу входов логических элементов равна  $L(C(3,3)) = 40$ , а быстродействие, определяемое глубиной схемы, составляет  $2\tau$ , где  $\tau$  – усредненная задержка на один логический элемент.

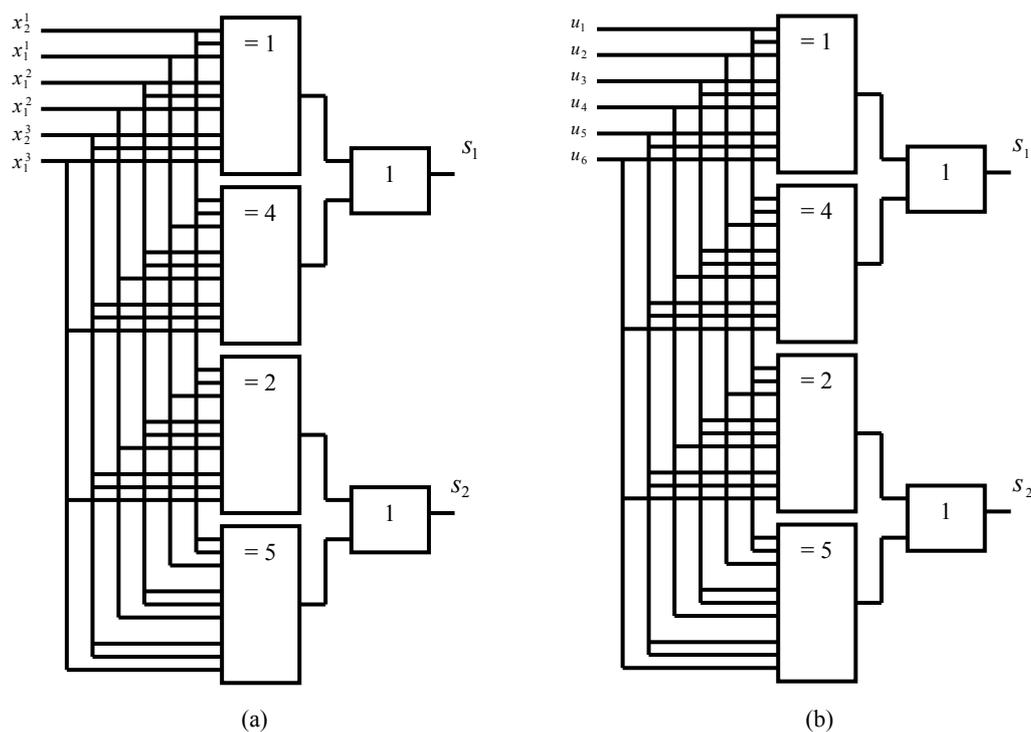


Рис.1. Логические схемы сумматоров: (а)  $C(3,3)$ ; (б)  $C^*(3,3)$ .

### 5. УСТРОЙСТВО ДЛЯ СЛОЖЕНИЯ И ВЫЧИТАНИЯ $n$ ЧИСЕЛ

Метод синтеза сумматора  $C(n, 3)$ , предназначенного для вычисления операции  $X_1 + X_2 + \dots + X_n = S \pmod{3}$ , можно обобщить на случай реализации операции сложения и вычитания  $n$  чисел  $\pm X_1 \pm X_2 \pm \dots \pm X_n = S \pmod{3}$  устройством, которое будем трактовать, как сумматор  $C^*(n, 3)$ .

Известно, что для преобразования  $X_i$  в  $-X_i$ , необходимо осуществить коммутацию значений младшего  $x_1^i$  и старшего  $x_2^i$  разрядов числа  $X_i$ , т.е. если  $X_i = 2x_2^i + x_1^i$ , то  $-X_i = 2x_1^i + x_2^i$ , где  $i = 1, 2, \dots, n$ .

Структура логической схемы сумматора  $C^*(n, 3)$  совпадает со структурой схемы сумматора  $C(n, 3)$ , т.е.  $L(C^*(n, 3)) = L(C(n, 3))$ .

Отличительная особенность схемы сумматора  $C^*(n, 3)$  состоит в том, что данная схема имеет  $2n$  настроечных входов, на которые поступают сигналы настройки  $u_1, u_2, \dots, u_{2n}$ . При этом  $u_{2i-1}, u_{2i} \in \{x_1^i, x_2^i\}$ , где  $i = 1, 2, \dots, n$ . Если в выражение  $\pm X_1 \pm X_2 \pm \dots \pm X_n = S \pmod{3}$  слагаемое  $X_i$  входит со знаком «плюс», то  $u_{2i-1} = x_2^i$  и  $u_{2i} = x_1^i$ , а если со знаком «минус», то  $u_{2i-1} = x_1^i$  и  $u_{2i} = x_2^i$ .

На рис.1(b) приведена логическая схема устройства  $C^*(3, 3)$ ; таблица настройки логической схемы  $C^*(3, 3)$  для реализации операций  $\pm X_1 \pm X_2 \pm X_3 = S \pmod{3}$  показана в Таблице 1.

Логическая схема  $C^*(3, 3)$  ориентирована на реализацию любой из восьми операций вида  $\pm X_1 \pm X_2 \pm X_3 = S \pmod{3}$ .

**Таблица 1.**

*Настройка сумматора  $C^*(3, 3)$*

Сигналы настройки						Реализуемая арифметическая операция
$u_1$	$u_2$	$u_3$	$u_4$	$u_5$	$u_6$	$\pm X_1 \pm X_2 \pm X_3 \pmod{3}$
$x_2^1$	$x_1^1$	$x_2^2$	$x_1^2$	$x_2^3$	$x_1^3$	$X_1 + X_2 + X_3 \pmod{3}$
$x_2^1$	$x_1^1$	$x_2^2$	$x_1^2$	$x_1^3$	$x_2^3$	$X_1 + X_2 - X_3 \pmod{3}$
$x_2^1$	$x_1^1$	$x_1^2$	$x_2^2$	$x_2^3$	$x_1^3$	$X_1 - X_2 + X_3 \pmod{3}$
$x_2^1$	$x_1^1$	$x_1^2$	$x_2^2$	$x_1^3$	$x_2^3$	$X_1 - X_2 - X_3 \pmod{3}$
$x_1^1$	$x_2^1$	$x_2^2$	$x_1^2$	$x_2^3$	$x_1^3$	$-X_1 + X_2 + X_3 \pmod{3}$
$x_1^1$	$x_2^1$	$x_2^2$	$x_1^2$	$x_1^3$	$x_2^3$	$-X_1 + X_2 - X_3 \pmod{3}$
$x_1^1$	$x_2^1$	$x_1^2$	$x_2^2$	$x_2^3$	$x_1^3$	$-X_1 - X_2 + X_3 \pmod{3}$
$x_1^1$	$x_2^1$	$x_1^2$	$x_2^2$	$x_1^3$	$x_2^3$	$-X_1 - X_2 - X_3 \pmod{3}$

### 6. СУММАТОР С УПРАВЛЯЮЩИМ ВХОДОМ

Формулы (1) и (2) можно объединить путем введения двоичного параметра  $u$  следующим образом:

$$S(X^1, X^2, u) = \bigvee_{i=1}^{k_1} F_{3n+1}^{3i-1}(X^1, X^2, X^2, u), \quad (3)$$

где  $k_1 = \left\lceil \frac{2n+2}{3} \right\rceil$ . При этом  $S(X^1, X^2, 1) = S_1(X^1, X^2)$  и  $S(X^1, X^2, 0) = S_2(X^1, X^2)$ .

Применяя формулу (3), можно синтезировать логическую схему сумматора с управляющим входом  $C^{**}(n, 3)$ . Логическая схема сумматора  $C^{**}(n, 3)$  имеет  $2n$  информационных входов, на которые поступают значения переменных  $x_1^1, x_2^1, x_1^2, x_2^2, \dots, x_1^n, x_2^n$ , и один управляющий вход, на который подается значение управляющего сигнала  $u$ , где  $u \in \{0, 1\}$ . На единственном выходе схемы  $C^{**}(n, 3)$  реализуются значения функций  $S_1$  или  $S_2$  (в зависимости от значения управляющего сигнала  $u$ ).

Логическая схема сумматора  $C^{**}(n, 3)$  содержит  $k_1 = \left\lceil \frac{2n+2}{3} \right\rceil$  элементов ИСКЛЮЧАЮЩЕЕ ИЛИ и один элемент ИЛИ, а конструктивная сложность сумматора составляет:

$$L(C^{**}(n, 3)) = (2n+2) \cdot \left\lceil \frac{2n+2}{3} \right\rceil.$$

На рис.2 изображена логическая схема сумматора  $C^{**}(n, 3)$  при условии, что  $n = 3$ . Если  $u = 1$ , то на выходе сумматора  $C^{**}(3, 3)$  реализуется функция младшего разряда  $S_1$  результата сложения; если  $u = 0$ , то функция старшего разряда  $S_2$  результата сложения. Таблица 2 представляет собой таблицу истинности функций, реализующихся на выходе сумматора  $C^{**}(3, 3)$ , в зависимости от значения управляющего сигнала  $u$ .

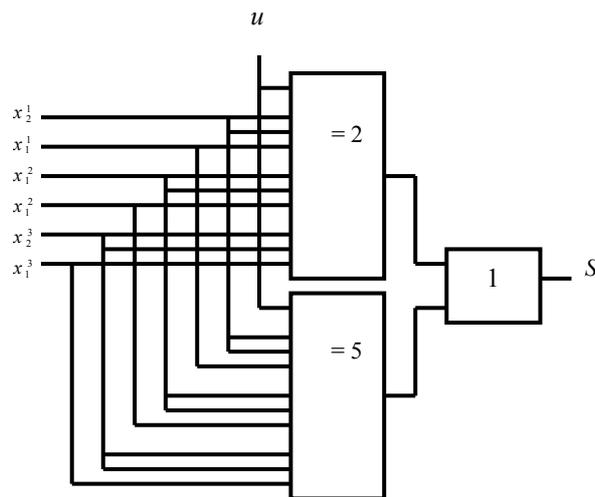


Рис.2. Логическая схема сумматора  $C^{**}(3, 3)$ .

Таблица 2.

Таблица истинности сумматора  $C^{**}(3,3)$

ВХОДЫ						ВЫХОДЫ	
Двоичный код первого операнда $X_1(x_2^1, x_1^1)$		Двоичный код второго операнда $X_2(x_2^2, x_1^2)$		Двоичный код третьего операнда $X_3(x_2^3, x_1^3)$		Результат сложения $S(X^1, X^2, u)$	
$x_2^1$	$x_1^1$	$x_2^2$	$x_1^2$	$x_2^3$	$x_1^3$	$S = S_2,$ если $u = 0$	$S = S_1,$ если $u = 1$
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	1	0	1
0	0	0	0	1	0	1	0
0	0	0	1	0	0	0	1
0	0	0	1	0	1	1	0
0	0	0	1	1	0	0	0
0	0	1	0	0	0	1	0
0	0	1	0	0	1	0	0
0	0	1	0	1	0	0	1
0	1	0	0	0	0	0	1
0	1	0	0	0	1	1	0
0	1	0	0	1	0	0	0
0	1	0	1	0	0	1	0
0	1	0	1	0	1	0	0
0	1	0	1	1	0	0	1
0	1	1	0	0	0	0	0
0	1	1	0	0	1	0	1
0	1	1	0	1	0	1	0
1	0	0	0	0	0	1	0
1	0	0	0	0	1	0	0
1	0	0	0	1	0	0	1
1	0	0	1	0	0	0	0
1	0	0	1	0	1	0	1
1	0	0	1	1	0	1	0
1	0	1	0	0	0	0	1
1	0	1	0	0	1	1	0
1	0	1	0	1	0	0	0

### 7. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Приведенный в статье метод синтеза  $n$ -операндных сумматоров по модулю три позволяет синтезировать логические схемы сумматоров, содержащих элементы ИЛИ и ИСКЛЮЧАЮЩЕЕ ИЛИ с различными порогами. Основным достоинством синтезированных схем является высокое быстродействие, которое определяется их глубиной (числом уровней). Кроме того, синтезированные схемы сумматоров  $C(n,3)$ ,  $C^*(n,3)$  и  $C^{**}(n,3)$  имеют относительно невысокую кон-

структивную сложность, которая определяется суммой входов логических элементов, составляющих соответствующие схемы.

Стоит отметить, что вычислительные устройства, синтезируемые приведенным в работе методом, обладают однотипностью, что в свою очередь повышает однородность модулярной структуры в целом и позволяет производить вычисления на одном и том же оборудовании по разным значениям модуля [4].

Применение описанного метода синтеза устройств модулярной арифметики позволяет получать схемы, выгодно отличающиеся от аналогов (по сложности и глубине), полученных с помощью известных САПР [10].

В перспективе предлагаемый метод синтеза логических схем устройств, реализующих операции  $X_1 + X_2 + \dots + X_n = S \pmod{3}$  и  $\pm X_1 \pm X_2 \pm \dots \pm X_n = S \pmod{3}$ , можно будет обобщить на случай реализации операций сложения и вычитания  $n$  операндов по произвольному модулю  $P$ , где  $P > 3$ .

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Computers, software, engineering and digital devices / Edit by Richard F. Dorf. Taylor & Francis. 2006.

[2] Червяков Н.И., Сахнюк П.А., Шапошников А.В., Ряднов С.А. Модулярные параллельные вычислительные структуры нейропроцессорных систем. М.: Физматлит, 2003.

[3] Корнилов А.И., Семенов М.Ю., Калашников В.С. Методы аппаратной оптимизации сумматоров для двух операндов в системе остаточных классов // Известия. ВУЗов. Электроника. – 2004. № 1. С. 75-82.

[4] Авгуль Л.Б., Курносенко С.В. Синтез сумматоров для модифицированной трехмодульной системы остаточных классов на основе принципа локального декодирования // Автоматика и вычислительная техника. – 1994. № 4. С. 3-12.

[5] Супрун В.П., Городецкий Д.А. Метод блочно-структурного синтеза вычислительных устройств модулярной арифметики // Информатика. – 2009. № 4 (24). С. 74-79.

[6] Патент N 3707 Беларуси, МКИ G 06 F 7/49. Устройство для сложения по модулю семь / Л.Б.Авгуль, В.П.Супрун. – 2000. Бюл. № 4 (27). С. 210.

[7] Патент РБ № 9600, МКИ G 06 F 7/49. Сумматор унитарных кодов по модулю три / Городецкий Д.А., Седун А.М., Супрун В.П. – 2007. Бюл. № 4 (57). С. 165.

[8] Патент РБ № 10201, МКИ G 06 F 7/48, 7/38. Сумматор унитарных кодов по модулю три / Городецкий Д.А., Седун А.М., Супрун В.П. – 2008. Бюл. № 1 (60). С. 152-153.

[9] Патент N 7000 Беларуси, МКИ G 06 F 7/49. Устройство для сложения по модулю три / Л.Б. Авгуль, В.П. Супрун. – 2005. Бюл. № 2 (45). С. 242.

[10] Бибило П.Н., Городецкий Д.А. Автоматизированный синтез устройств модулярной арифметики: может ли САПР заменить изобретателя // Автоматика и вычислительная техника. – 2009. № 2. С. 15-27.

Рукопись получена 11.02.2010