



ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ В ФОРМЕ МОДЕЛЕЙ В ПРОСТРАНСТВЕ СОСТОЯНИЙ С ПРОПУСКАМИ

С.В. Лобач

Белгосуниверситет, факультет прикладной математики и информатики, Минск, Беларусь
lobach@bsu.by

Модели в пространстве состояний были предложены в середине прошлого века для математического описания систем в теории оптимального управления и автоматического регулирования [1–3]. Результаты, полученные А. М. Летовым и Р. Калманом, явились основой для аналитического конструирования регуляторов и оптимального управления при неполной информации. В настоящее время модели в пространстве состояний получили широкое применение во многих сферах научных исследований. В частности, все известные параметрические модели временных рядов такие, как $AR(n)$,



ARMA (n, m) , ARIMA (n, d, m) , ARCH (n) и т. д., могут быть представлены в виде векторных моделей (не обязательно линейных и не обязательно однозначно) в пространстве состояний.

В данной работе рассматривается проблема прогнозирования частично наблюдаемых векторных временных рядов $\{x_t, y_t\}$, $t = 0, 1, \dots, T$, при наличии пропусков в наблюдениях $\{y_t\}$, $t = 0, 1, \dots, T$. Предполагается, что математической моделью частично наблюдаемого временного ряда является модель в пространстве состояний, прогнозирующая статистика для будущих значений также строится в форме модели в пространстве состояний, которая дает возможность рекуррентно вычислять условные математические ожидания:

$$x_{t|t-1} = E\{x_t | Y_0^{t-1}\}, \quad x_{t|t} = E\{x_t | Y_0^t\}, \quad (1)$$

$$y_{t|t-1} = E\{y_t | Y_0^{t-1}\}. \quad (2)$$

Формулы (1), (2) определяют оптимальные в среднеквадратическом смысле статистики для прогнозирования значений x_t , y_t по наблюдениям $Y_0^{t-1} = \{y_0, y_1, \dots, y_{t-1}\}$ и $Y_0^t = \{y_0, y_1, \dots, y_t\}$ соответственно. Для вычисления этих статистик приводятся рекуррентные уравнения, позволяющие уточнять оценки при поступлении новых наблюдений. В [4] показано, что, если наблюдение y_t пропущено полностью в момент времени t , то в уравнениях, определяющих прогнозирующие статистики, следует положить $\nu_t = y_t - y_{t|t-1} = 0$. Для случая, когда в момент времени t только некоторые (не все) координаты вектора y_t пропущены, в данной работе предлагается соответствующая модификация уравнений, определяющих прогнозирующие статистики. Результаты компьютерного моделирования на модельных данных демонстрируют достаточную эффективность данного подхода к решению проблемы прогнозирования временных рядов с пропусками.

Литература

1. Летов А. М. *Аналитическое конструирование регуляторов* // Автоматика и телемеханика. 1961. № 4. С. 436–441; № 5. С. 526–531; № 6. С. 661–665; 1962. № 4. С. 425–435.
2. Kalman R. E. *Contribution to the Theory of Optimal Control* // Bullet Soc. Math. Mech. 1960. Vol. 5, no. 1. P. 102–109.
3. Kalman R. E., Busy R. *New Results in Linear Filtering and Prediction Theory* // J. Basic Eng. Trans. ASME. 1961. Vol. 83. P. 95–108.
4. Durbin J., Koopman S. J. *Time Series Analysis by State Space Methods*. Oxford, 2011.