ИССЛЕДОВАНИЕ СВОЙСТВ САМОПОДОБИЯ УСТОЙЧИВЫХ ПРОЦЕССОВ

А.Г. Барановский [1], **Н.Н. Труш** [2]

[1] Естественно-гуманитарный университет, Седльце, Польша artyom.baranovskiy@gmail.com
[2] Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь TroushNN@bsu.by

Самоподобная пульсирующая структура сетевого трафика оказывает сильное влияние на производительность сети и является характерной особенностью современных телекоммуникационных сетей, что делает исследование этой структуры актуальной задачей [1].

Одним из начальных этапов моделирования сетевого трафика с помощью устойчивых процессов является исследование свойств самоподобия с целью выявления наличия долговременной зависимости для случайного процесса. Важнейшим параметром, характеризующим свойство самоподобия случайного процесса, является параметр Херста. Существует несколько методов оценки параметра Херста по выборке исходных данных. В представленной работе исследуются наиболее популярные методы оценивания параметра Херста для устойчивых процессов.

Оценки показателя Херста H строятся методами нормированного размаха (R/S-анализ), с помощью анализа дисперсии агрегированного ряда, вейвлет анализа, анализа флуктуаций без учета трендов и проводится сравнительный анализ этих оценок.

В работе представлены результаты численного эксперимента, в ходе которого моделировался устойчивый процесс с заданным показателем H, который изменялся в диапазоне $0.5 < H < 1$. По смоделированным данным строились оценки показателя Херста H вышеуказанными методами и исследовались свойства построенных оценок, в частности несмещенность и состоятельность [2].

Обобщая результаты численного исследования, можно сделать вывод, что более точные оценки показателя Херста могут быть получены с помощью вейвлет-анализа, что подтверждается их статистическими свойствами [3]. Оценки, полученные этим методом, являются несмещенными и состоятельными. Для остальных методов оценки являются смещенными. Исследовались вопросы точности построенных оценок в зависимости от объема рассматриваемых выборок.

Литература

1. Барановский А. Г., Труш Н. Н. *Моделирование сетевого трафика с использованием устойчивых процессов* // Сб. междунар. науч. конф. «Теория вероятностей, случайные процессы, математическая статистика и приложения». Мн.: РИВШ, 2015.

2. Труш Н. Н. *Асимптотические методы статистического анализа временных рядов*. Мн.: БГУ, 1999.

3. Abry P., Delbeke L., Flandrin P. *Wavelet based estimator for the selfsimilarity parameter of α-stable processes* // Acoustics, Speech, and Signal Processing, 1999. Proceedings. 1999. Vol. 3. P. 1729–1732.

для данных случайных процессов исследованы свойства фрактальности, самоподобия и некоторые свойства стохастического анализа. В свою очередь, случайные процессы, обладающие этими свойствами, положены в основу многих практических моделей, использующих фрактальное броуновское движение и фрактальный гауссовский шум. Работа [2] содержит как теоретические основы, так и практические применения свойств фрактальности на примере применения броуновского движения, которое используется для оценки и прогнозирования уровня воды в реках. В настоящее время этот процесс используют для оценки динамики некоторых финансовых индексов, а также оценки качества передачи и возможных потерь для сетевого трафика.

Определение. Фрактальным броуновским движением $B_H = \{B_H(t) : t \geqslant 0\}$ с параметром H, $0 < H < 1$, называют гауссовский случайный процесс, обладающий следующими свойствами:

1) $B_H(0) \overset{\text{п.н.}}{=} 0$ и $E\{B_H(t+s) - B_H(s)\} = 0$ для $t, s \geqslant 0$;

2) $B_H(t)$ имеет стационарные приращения;

3) $B_H(t+s) - B_H(s) = B_H(t) - B_H(0) = B_H(t) \sim N(0, \sigma^2 t^{2H})$, т. е. приращения имеют гауссовское распределение для $t, s \geqslant 0$, где σ — положительная константа, называемая коэффициентом диффузии.

В работе исследованы статистические характеристики процесса фрактального броуновского движения, включая вычисление моментов и семиинвариантов высших порядков, а также моментов приращений. Смоделированы рассматриваемые процессы с помощью пакетов Wolfram Mathematica и R. Получены оценки характеристик процесса и проведен сравнительный анализ их качества и точности. Исследованы параметрические модели с фрактальным броуновским движением для реальных финансовых временных рядов.

Литература

1. Mandelbrot B. B., Van Ness J. W. *Fractional Brownian motion, fractional noises and applications* // SIAM Review. 1968. Vol. 10.

2. Ширяев А. Н. *Основы стохастической и финансовой математики.* М.: Фазис, 1998.