



БЕЗМАТРИЧНЫЕ ДВУХШАГОВЫЕ ИТЕРАЦИОННЫЕ ПРОЦЕССЫ С ПОДАВЛЕНИЕМ МЕДЛЕННЫХ КОМПОНЕНТ

Б.В. Фалейчик

Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь
faleichik@gmail.com

Для численного решения системы уравнений $r(x) = 0$, $r : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ рассматривается семейство итерационных процессов вида

$$x_k = \Phi_s(x_{k-1}), \quad k = 1, 2, \dots, \quad (1)$$

где $\Phi_s(y_0) = y_s$,

$$y_1 = \alpha_1 \varphi(y_0) + \beta_2 y_0, \quad y_j = \alpha_j \varphi(y_{j-1}) + \beta_j y_{j-1} - \gamma_j y_{j-2}, \quad j = 2, \dots, s, \quad (2)$$

$\varphi(x) = x + \omega r(x)$, ω — масштабирующий коэффициент. В линейном случае $r(x) = Ax - b$ для последовательности (1) выполняется тождество

$$r(x_k) = p_s(I + \omega A)r(x_{k-1}),$$

где многочлены p_k определены рекуррентно как $p_0(t) = 1$, $p_1(t) = \alpha_1 t + \beta_1$, $p_k(t) = (\alpha_k t + \beta_k)p_{k-1}(t) - \gamma_k p_{k-1}$ [1, с. 566]. Если спектр матрицы $B = I + \omega A$ принадлежит области $\Omega_s = \{z \in \mathbb{C} : |p_s(z)| < 1\}$, то процесс (1) будет сходящимся. Применяя теорему Островского [2, с. 292] можно доказать сходимость и в нелинейном случае, накладывая аналогичное условие на матрицу $I + \omega r'(x^*)$, где x^* — искомый корень.

Предлагаемые итерационные процессы ориентированы на случай систем большой размерности, когда метод Ньютона и его аналоги становятся неприменимы. Кроме того, в отличие от методов Ньютона — Крылова, которые обладают схожими требованиями к вычислительным ресурсам, процессы (1), (2) не содержат потенциально неустойчивых операций разностного приближения производной, и лучше приспособлены для параллельной реализации.

В докладе основное внимание уделяется способу ускорения сходимости процессов (1), (2) в случае, когда $r'(x^*)$ имеет большое спектральное число обусловленности $\lambda_{\max}/\lambda_{\min}$. Приводятся результаты вычислительных экспериментов, показывающие эффективность предлагаемых методов.

Литература

1. Фаддеев Д. К., Фаддеева В. Н. *Вычислительные методы линейной алгебры*. М.: Физматгиз, 1960.
2. Ортега Дж., Рейнболдт В. *Итерационные методы решения нелинейных уравнений и систем со многими неизвестными*. М.: Мир, 1975.