



ОБРАТНО-СМЕЩЕННЫЙ ПРЕДОБУСЛОВЛИВАТЕЛЬ ДЛЯ ОБОБЩЕННЫХ ИТЕРАЦИЙ ПИКАРА

И.В. Бондарь, Б.В. Фалейчик

Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь
{bondarivanv, faleichik}@gmail.com

Обобщенные итерации Пикара (ОИП) — безматричные методы для решения больших систем уравнений, изначально разработанные для реализации неявных методов Рунге — Кутты [1]. Для системы общего вида

$$r(x) = 0, \quad r : \mathbb{R}^N \rightarrow \mathbb{R}^N, \quad (1)$$

расчетные формулы ОИП имеют вид

$$x^k = \Phi(x^{k-1}), \quad \Phi(x) = x + \omega \sum_{p=1}^{\sigma} \beta_p K_p(x), \quad K_p(x) = r \left(x + \omega \sum_{q=1}^{p-1} \alpha_{pq} K_q(x) \right). \quad (2)$$

Рассмотрим линейный случай: $r(x) = Ax - b$, где A — квадратная матрица, b — вектор соответствующей размерности. При должном выборе коэффициентов ω , $\{\alpha_{ij}\}$, $\{\beta_i\}$ [1], процессы (2) сходятся для всех задач, у которых спектр матрицы A находится в левой комплексной полуплоскости. Определяющее влияние на скорость сходимости оказывает т. н. спектральное число обусловленности

$$\kappa(A) = \frac{\max |\lambda_i|}{\min |\lambda_i|},$$

где $\{\lambda_i\}$ — собственные значения матрицы A . Для ускорения сходимости в случае больших $\kappa(A)$ предлагается использовать предобусловливание: вместо (1) решать задачу

$$\tilde{r}(x) = Pr(x) = 0,$$



где P — некоторая невырожденная матрица. В качестве предобусловливателя рассматриваются матрицы вида

$$P = (A - \alpha I)^{-1}, \quad \alpha \in \mathbb{R}, \quad \alpha > 0, \quad I = \text{diag} \{1, \dots, 1\}.$$

В докладе обсуждаются свойства сходимости предобусловленных таким образом ОИП, а также результаты вычислительных экспериментов.

Литература

1. Faleichik B., Bondar I., Byl V. *Generalized Picard iterations: A class of iterated Runge – Kutta methods for stiff problems* // Journal of Computational and Applied Mathematics. 2014. Vol. 262. P. 37–50.