ИНТЕРВАЛЬНАЯ НАБЛЮДАЕМОСТЬ ДИСКРЕТНЫХ 2D СИСТЕМ

И.В. Гайшун[1], **В.В. Горячкин**[2]

[1] Институт математики НАН Беларуси, Минск, Беларусь
[2] Белгосуниверситет, факультет прикладной математики и информатики, Минск, Беларусь
gorvv@bsu.by

1. Наблюдаемость двухпараметрических дискретных систем с интервальными коэффициентами. Пусть $[A]$, $[D]$ и $[C]$ — интервальные $(n\times n)$ и $(n\times r)$-матрицы. Рассмотрим дискретную систему над множеством $(\boldsymbol{IR})^n$ с выходной функцией

$$[x(t+1,s)]=[A][x(t,s)]+[D][x(t,s+1)], \tag{1}$$

$$[y(t,s)]=[C][x(t,s)] \quad ((t,s)\in Z^+\times Z). \tag{2}$$

Ясно, что всякая интервальная финитная последовательность $[\gamma(s)]$ однозначно определяет решение $[x(t,s)]$, понимаемое в смысле интервальной арифметики.

Система (1) называется робастно наблюдаемой по выходу (2), если для любых $A\in[A]$, $D\in[D]$, $C\in[C]$ наблюдаема соответствующая точечная система. Значит, робастная наблюдаемость имеет место тогда и только тогда, когда для любых $A\in[A]$, $D\in[D]$, $C\in[C]$ выполняются условия: $\exists m$, $\operatorname{rank}\begin{pmatrix} C(A+mD)^i \\ i=\overline{0,n-1}\end{pmatrix}=n$.

Рассмотрим вопрос об интервальной наблюдаемости. Если начальная финитная последовательность задана, то по уравнениям (1), (2) однозначно находится последовательность

$$\begin{gathered}[y(t,s)],\ \ldots,\ [y(t,s+N+n-1)],\ [y(t+1,s)],\ \ldots\\ \ldots,\ [y(t+1,s+N+n-2)],\ \ldots,\ [y(t+n-1,s+N)],\end{gathered} \tag{3}$$

связанная с функциями

$$[x(t,s)],\ [x(t,s+1)],\ \ldots,[x(t,s+N+n-1)]. \tag{4}$$

Здесь N — «длина» носителя начальной функции $[\gamma(s)]$.

Определение. Система (1) интервально наблюдаема по выходу (2), если по последовательности (3) можно однозначно определить последовательность (4).

Ограничимся исследованием наблюдаемости некоторых частных случаев системы (1), (2).

2. Наблюдаемость систем с неотрицательными коэффициентами. Предположим, что матрицы $[A]$ и $[D]$, а также финитные начальные условия $[\gamma(s)]$ являются неотрицательными. Используя понятия: центра $\alpha([\cdot])$ и радиуса $\beta([\cdot])$ интервальной матрицы, перейдем от системы (1), (2) к точечной системе уравнений, из которой следует

Теорема 1. *Система* (1), (2) *с неотрицательными матрицами* $[A]$, $[D]$ *интервально наблюдаема в классе финитных начальных функций* $[\gamma(s)]\geqslant 0$, *если* $\operatorname{rank}\begin{pmatrix} P(F_A+mF_D)^i \\ i=\overline{0,2n-1}\end{pmatrix}=2n$ хотя бы при одном $m\in\boldsymbol{R}$, где $[C]=[C1,C2]$ и

$$P=\begin{pmatrix}\alpha([C]) & 0.5(|C_2|-|C_1|)\\ \beta([C]) & 0.5(|C_2|+|C_1|)\end{pmatrix},\quad F_A=\begin{pmatrix}\alpha([A]) & \beta([A])\\ \beta([A]) & \alpha([A])\end{pmatrix},\quad F_D=\begin{pmatrix}\alpha([D]) & \beta([D])\\ \beta([D]) & \alpha([D])\end{pmatrix}.$$

3. Наблюдаемость систем с симметричными матрицами $[\boldsymbol{A}]$ и $[\boldsymbol{D}]$. Предположим, что матрицы $[A]$ и $[D]$ симметричны, т. е. $[A]=-[A]$ и $[D]=-[D]$. Тогда, как легко убедиться, при $t > 0$ свойством симметричности обладают любое решение $[x(t,s)]$ и каждая выходная последовательность $[y(t,s)]$. Поэтому имеет место

Теорема 2. *Система* (1), (2) *с симметричными интервальными матрицами* $[A]$ *и* $[D]$ *интервально наблюдаема при* $t > 0$, *если хотя бы при одном* $m \in \boldsymbol{R}$

$$\operatorname{rank}\begin{pmatrix} (|[C]|)(|[A]| + m|[D]|)^i \\ i = \overline{0, n-1} \end{pmatrix} = n.$$