

РЕГУЛЯРИЗИРУЕМОСТЬ ОБЩИХ ЛИНЕЙНЫХ СТАЦИОНАРНЫХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА С ДВУМЯ ВЫХОДАМИ

В.И. Булатов

Белгосуниверситет, факультет прикладной математики и информатики, Минск, Беларусь
Bulatov@bsu.by

Рассмотрим стационарную систему

$$D(p)x(t) = Bu(t), \quad (1)$$

с r -мерным управлением (входом) $u(t)$, n -вектор-траекторией $x(t)$ и m -мерным выходом

$$y(t) = Cx(t). \quad (2)$$

Здесь $p = d/dt$ — оператор дифференцирования; $D(\lambda)$ — $n \times n$ -матрица, элементами которой являются целые функции комплексной переменной λ ; B и C — соответственно $n \times r$ и $m \times n$ — матрицы.

Систему (1) считаем регуляризируемой с помощью линейной обратной связи по выходу (2), если найдется $r \times m$ -матрица Q такая, что замыкание системы (1), (2) управлением $u(t) = Qu(t)$ приводит к регулярной системе

$$(D(p) - BQC)x(t) = 0,$$

т. е. у которой характеристическая функция $\delta(\lambda) = \det[D(\lambda) - BQC]$ является ненулевой.

Ранее было показано [1] что, если $d(\lambda) = \det D(\lambda) \equiv 0$, то для регуляризируемости системы (1), (2) достаточно, а в случае одного входа ($r = 1$) или одного выхода ($m = 1$) то и необходимо, чтобы нашлось такое число λ_0 , для которого $CF(\lambda_0)B \neq 0$, где $F(\lambda)$ — присоединенная (союзная) матрица [2] к матрице $D(\lambda)$.

В связи с этим представляет собой интерес следующая

Теорема. Если для трехмерной ($n = 3$) системы (1), (2) с двумя выходами ($m = 2$) имеем $d(\lambda) \equiv 0$ и $CF(\lambda)B \equiv 0$, то тогда для регуляризируемости этой системы необходимо и достаточно, чтобы нашлось число λ_0 такое, что $B^T H(\lambda_0)B \neq 0$. Здесь

$$H(\lambda) = \begin{bmatrix} 0 & \Delta_1(\lambda) & -\Delta_2(\lambda) \\ -\Delta_1(\lambda) & 0 & \Delta_3(\lambda) \\ \Delta_2(\lambda) & -\Delta_3(\lambda) & 0 \end{bmatrix},$$

где $\Delta_k(\lambda) = \det \begin{bmatrix} d_k(\lambda) \\ C \end{bmatrix}$, а $d_k(\lambda)$ — k -я строка матрицы $D(\lambda)$, $k = 1, 2, 3$.

Доказательство этой теоремы непосредственно следует из результатов [3].

Литература

1. Булатов В.И. О некоторых условиях регуляризируемости общих линейных стационарных систем управления, допускающих операторную запись // Тез. докл. XVI Междунар. научной конф. по дифференц. уравнениям «Еругинские чтения-2014». Новополоцк, 20–22 мая 2014 г. Ч. 2. С. 89–90.
2. Гантмахер Ф.Р. Теория матриц. М.: 1988.
3. Булатов В.И. Условия регуляризируемости общих дифференциальных систем управления третьего порядка с двумя входами // Материалы конференции «Шестые Богдановские чтения по обыкновенным дифференциальным уравнениям». Мн., 2015. Ч. 2. С. 12–13.