

КЛАССИЧЕСКОЕ РЕШЕНИЕ ГРАНИЧНОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ НЕСТРОГО ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ ЧЕТВЕРТОГО ПОРЯДКА

Е.С. Чеб

Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь

В полуполосе $Q = [0, \infty) \times \Omega \subset \mathbb{R}^2$ относительно функции

$$u : \bar{Q} = [0, \infty) \times \bar{\Omega} \ni (t, x) \rightarrow u(t, x),$$

где $\bar{\Omega}$ — замыкание области $\Omega = (0, l)$, рассматривается гиперболическое уравнение четвертого порядка с младшими производными

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} - a^{(1)} \frac{\partial}{\partial x} + b^{(1)} \right)^2 \left(\frac{\partial u}{\partial t} - a^{(2)} \frac{\partial}{\partial x} + b^{(2)} \right)^2 u(t, x) = 0, \quad t > 0, \quad x \in \Omega, \quad (1)$$

с начальными условиями

$$\left. \frac{\partial^j u}{\partial t^j} \right|_{t=0} = \varphi_j(x), \quad x \in \Omega, \quad j = 0, 1, 2, 3. \quad (2)$$

Рассматривается случай, когда коэффициенты $a^{(1)} \neq a^{(2)}$ и $b^{(1)}, b^{(2)} > 0$, для определенности считаем, что $a^{(1)} < 0$, $a^{(2)} < 0$, $|a^{(1)}| < |a^{(2)}|$.

Общее решение уравнения (1) из класса четырежды непрерывно дифференцируемых функций $C^4(\mathbb{R}^2)$ представляется в виде суммы

$$u(t, x) = e^{-b^{(1)}t} g_1(x + a^{(1)}t) + t e^{-b^{(1)}t} g_2(x + a^{(1)}t) + e^{-b^{(2)}t} g_3(x + a^{(2)}t) + t e^{-b^{(2)}t} g_4(x + a^{(2)}t), \quad (3)$$

где g_1, g_2, g_3 и g_4 — любые функции из $C^4(\mathbb{R}^2)$. Требуется определить общий вид функций в представлении (3) при условии, что будут выполняться начальные (2) и некоторые граничные условия.

Для уравнения (1) рассматриваются граничные условия вида

$$\left. \frac{\partial^s u}{\partial x^s} \right|_{x=0} = \mu_s(t), \quad t \in [0, \infty), \quad s = 0, 2, \quad (4)$$

$$\left. \frac{\partial^s u}{\partial x^s} \right|_{x=l} = \nu_s(t), \quad t \in [-l/a^{(2)}, \infty), \quad s = 0, 2. \quad (5)$$

Методом характеристик [1–3] построено классическое решение задач (1), (2), (4), (5) и получены условия согласования начальных и граничных условий.

Литература

1. Корзюк В. И. *Уравнения математической физики*. М.: БГУ, 2011.
2. Корзюк В. И., Чеб Е. С., Ле Тхи Тху *Решение смешанной задачи для биволнового уравнения методом характеристик* // Тр. Ин-та математики НАН Беларуси. 2010. Т. 18, № 2. С. 36–54.
3. Корзюк В. И., Чеб Е. С., Ле Тхи Тху *Решение первой смешанной задачи для нестрого биволнового уравнения* // Докл. НАН Беларуси. 2011. Т. 55, № 4. С. 5–13.