УДК 535.35

Д.С. МОГИЛЕВЦЕВ, С.Я. КИЛИН, Н.С. ОНИЩЕНКО. А.С. МАЛОШТАН

ИМПУЛЬСНО-ВОЗВРАТНАЯ МОДЕЛЬ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ АТОМОВ СО СТРУКТУРИРОВАННЫМИ ФОТОННЫМИ РЕЗЕРВУАРАМИ Ч. 1

In this work we suggest and discuss a simplest possible («kick-back») reservoir correlation function describing the feedback of a structured reservoir on the two-level atom, and allowing to capture a «freezing» of spontaneous decay. We establish a correspondence between the «kickback» correlation function and more realistic reservoir correlation function for photonic crystals. The «kick-back» master equation is obtained and applied for resonance fluorescence of a two-level atom in a band-gap.

Большой интерес к проблеме взаимодействия атомов и молекул со структурированными резервуарами электромагнитного поля, особенно с имеющими запрещенную зону в плотности фотонных состояний, обусловлен существенно немарковским характером динамики, который не позволяет использовать обычные методы, такие как аппроксимация Вайскопфа - Вигнера. В случае вакуумного состояния резервуара было предложено несколько специальных методов [1]. Задача также может быть решена для небольшого числа фотонов в резервуаре [2, 3], однако даже, например, при резонансной флуоресценции атомов в запрещенной зоне распределения плотности фотонных состояний ее решение существенно затрудняется. Суть проблемы состоит в том, что невозможно пренебречь «обратным воздействием» резервуара: фотоны, излученные в резервуар, нельзя считать необратимо потерянными, а время корреляции свести к нулю, и при этом необходимо учитывать структуру функции корреляции резервуара. Фактически для резервуаров с запрещенной зоной характерное время корреляционной функции сравнимо по величине с обратной скоростью затухания в вакууме. Сегодня адекватная трактовка сложной структуры корреляционной функции резервуара также представляет серьезную теоретическую задачу.

Существует несколько методов решения проблемы резонансной флуоресценции атомов в запрещенной зоне. Отметим метод, основанный на преобразовании немарковского кинетического уравнения для редуцированной матрицы плотности в систему уравнений для дополнительных матриц плотности [4]. Число дополнительных матриц зависит от точности представления корреляционной функции резервуара. Метод включает время дискретизации и конечное время корреляции, так что если временной интервал дискретизируется по *М* точкам, то число дополнительных матриц будет . Это основное вычислительное ограничение метода. Оно делает его неприемлемым, когда требуется адекватное рассмотрение корреляционной функции резервуара и когда эта функция имеет длинный «хвост», например, функция корреляции изотропной

плотности состояний, асимптотически описываемая как

отстройка частоты атомного перехода от края энергетической зоны.

20

 $\exp(-i\Delta t)/\sqrt{t}$, где Δ

Еще один метод возмущений был предложен в работе [5], авторы которого рассмотрели 1-й порядок «возмущений» для гейзенберговских уравнений движения по степеням констант взаимодействия атом - поле для задач спонтанного затухания и резонансной флуоресценции двухуровневого атома в пределах фотонной запрещенной зоны. Этот тип борновского приближения позволяет получить «замораживание» атомных заселенностей для определенной фотонной плотности.

В работе [6] предложен другой метод возмущений на основе формальной диагонализации гамильтониана взаимодействия по коллективным операторам атом - поле при использовании коэффициента связи между коллективными операторами в качестве параметра возмущения. Метод предполагает, что затухание атомной заселенности в вакуум резервуара должно проявлять свойство замораживания. Тогда динамика всех коллективных операторов, исключая один «резонансный», будет близка к бозонной, а в случае резонансной флуоресценции можно будет применить борновское приближение по степеням взаимодействия других коллективных мод с резонансной модой.

Можно также отметить метод «квазимод» [7], который позволяет упростить проблему взаимодействия с континуумом мод поля резервуара, если спектр резервуара (точнее, его корреляционная функция) структурирован таким образом, что возможно моделирование резервуара посредством нескольких коллективных затухающих квазимод.

В данной работе рассматривается простая модель корреляционной функции резервуара, которая позволяет описывать типичные свойства атомного взаимодействия со структурированными резервуарами, имеющими запрещенную зону. Эта модель возвратного взаимодействия резервуара является демонстрационной и может рассматриваться как результат максимально возможного упрощения корреляционной функции резервуара.

Спонтанное затухание

Для иллюстрации основных свойств динамики, вызванной обратным действием резервуара, рассмотрим стандартную задачу взаимодействия двухуровневого атома с набором полевых мод. В приближении «вращающихся волн» гамильтониан задачи может быть записан в следующем виде:

$$H=H_0+V,$$
 (1)

где

$$H_0 = \hbar \omega_0 \sigma^+ \sigma^- + \hbar \sum_{j=1} \omega_j a_j^+ a_j , \qquad (2)$$

а слагаемое, описывающее взаимодействие, равно

$$V = \hbar \sum_{j=1}^{\infty} g_j \left(\sigma^* a_j + a_j^* \sigma^- \right).$$
(3)

Здесь операторы σ^{\pm} описывают переходы между верхним $|+\rangle$ и нижним $|-\rangle$ атомными уровнями, $\sigma^{\pm}=|\pm\rangle\langle \mp |$; α_j и α_j^+ обозначают операторы рождения и уничтожения фотона *j*-й моды резервуара; а ω_j - частоту атомного перехода (*j*=0) или частоту моды (*j*>0).

Предположим, что исходное состояние поля резервуара представляет собой вакуум, а атом первоначально находился в верхнем состоянии. Тогда общая волновая функция системы в зависимости от времени может быть представлена как

$$|\Psi(t)\rangle = A(t)|+\rangle |\operatorname{vacuum}\rangle + \sum_{j=1}^{n} B_j(t)|-\rangle |1_j\rangle, \qquad (4)$$

где вектор $|l_j\rangle$ обозначает состояние резервуара, когда имеется один фотон в *j*-й моде резервуара.

Из гамильтониана (1) можно получить следующие уравнения движения для амплитуд

$$\frac{dA(t)}{dt} = -i\omega_0 A(t) - i\sum_{j=1} g_j B_j(t),$$

$$\frac{dB_j(t)}{dt} = -i\omega_j B_j(t) - ig_j A(t).$$
(5)

В системе координат, вращающейся с частотой w₀, можно получить следующее уравнение для амплитуды $\overline{A}(t) = \exp(i\omega_0 t)A(t)$:

$$\frac{d\overline{A}(t)}{dt} = -\int_{0}^{t} d\tau K \left(t - \tau\right) \overline{A}(\tau), \qquad (6)$$

где корреляционная функ $K(t) = \sum_{j=1}^{n} g_j^2 \exp\left(-i\left(\omega_j - \omega_0\right)t\right).$ (7)

Для непрерывного спен
$$K(t) = \int_{0}^{\infty} d\omega \rho_{p}(\omega) \exp(-i(\omega - \omega_{0})t),$$
 (8)

где функция $\rho_d(\omega)$ - предполагаемая локальная плотность состояний, зависящая от положения атома и ориентации липольного момента [8]. Обычно она определяется как $\rho_p(\omega) = \sum_{n} \int_{kz} \frac{d^3k}{8\pi^3} \delta(\omega - \omega_{nk}) |\mathbf{d}\mathbf{E}_{nk}(\mathbf{r})|^2$. (9)

Здесь суммирование проводится по фотонным полосам (с индексом *n*), интегрирование - по вектору обратной решетки **k** первой бриллюэновской зоны (обозначенной как *BZ*). Вектор $\mathbf{E}_{n\mathbf{k}}(\mathbf{r})$ - электрическое поле моды резервуара в точке нахождения атома **r**. Эта мода будет рассматриваться как блоховская мода фотонного кристалла.

Мы предполагаем, что частота перехода атома находится ближе к одной из границ запрещенной зоны, ширина которой достаточно велика, чтобы пренебречь влиянием другой границы [9]. Воспользуемся традиционной моделью дисперсионного соотношения вблизи границы зоны

$$\omega(\mathbf{k}) \approx \omega_g + W \sum_{l=1}^m \left(k_l - k_l^{(0)}\right)^2, \qquad (10)$$

где \mathbf{k}_0 - точка границы бриллюэновской зоны, *W*- постоянная, описывающая тип фотонного кристалла; *m* - размерность структуры, а ω_g - частота границы верхней зоны. Дисперсионные соотношения (10) дают формулу локальной плотности состояний, которая в приближении эффективной массы и при допущении близости к границе зоны будет иметь следующий вид:

$$\rho_d^{(m)}(\omega) \sim \left(\omega - \omega_g\right)^{m/2-1}.$$
 (11)

Для m=1 эта формула описывает расходимость граничной плотности состояний в изотропной одномерной структуре, m=2 соответствует ступенчатой плотности для двумерной, а m=3 используется для анизотропной трехмерной структуры.

Решение

Для изотропной плотности состояний (m=1) можно найти точное решение уравнения (6) [10]. В наших целях эффективнее другой метод: дискретизация плотностей (11) с последующей диагонализацией гамильтониана (1).

Дискретизация состояний (11) предложена в работах [2, 3] (другой вариант стохастической дискретизации можно найти в [8]). Предполагается, что все константы взаимодействия *g* равны и определяются как

$$g_{k} = g = \sqrt{\frac{1}{N} \int_{\omega_{g}}^{\omega_{h}} d\omega \rho_{d}(\omega)}, \qquad (12)$$

где *N* - число дискретных мод. Для всех трех рассматриваемых примеров плотностей вблизи границы зоны

$$\rho_d(\omega) = D(\omega - \omega_g)^{m/2-1} \Theta(\omega - \omega_g), \qquad (13)$$

где параметр D описывает взаимодействие между атомом и модами, а Θ - ступенчатая функция. Тогда для константы взаимодействия g получаем

$$g = \sqrt{\frac{2D}{Nm}} \left(\omega_h - \omega_g \right)^{m/2}.$$
 (14)

Далее введем дискретный набор частот таким образом, что $\omega_{k+1} - \omega_k - 1/\rho(\omega_k)$, т. е.

$$\omega_{k+1} - \omega_k = q \left(\omega_k - \omega_g \right)^{1-m/2}, \tag{15}$$

где параметр *q* выбирается так, что $\omega_N = \omega_h$. Тогда гамильтониан, описывающий взаимодействующие системы атом - поле и резервуар, можно представить в виде, принятом в уравнениях (2) и (3).

Метод, использованный в данной работе, основан на представлении *H* в диагональной форме [3, 6, 11]

$$\hat{H} = \hbar \sum_{j} \lambda_{j} C_{j}^{*} C_{j}.$$
⁽¹⁶⁾

Здесь собственные значения λ_j представляют решения характеристического уравнения

$$\lambda = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{g_k^2}{\lambda - \Delta_k},$$
(17)

где $\Delta_k = \omega_k - \omega_0$ и коллективные операторы C_j можно выразить как

$$C_{j} = U_{0j}\sigma^{-} + \sum_{k=1}^{k} U_{kj}a_{k}, \qquad (18)$$

а коэффиг $U_{kj}(k\neq 0)$ и U_{0j} определяются посредством

$$U_{kj} = g_k \frac{U_{0j}}{\lambda_j - \Delta_k}, \qquad (19)$$

$$U_{0j} = \left[1 + \sum_{k} \frac{g_{k}^{2}}{\left(\lambda_{j} - \Delta_{k}\right)^{2}}\right]^{-1/2}.$$
(20)

Матрица Иявляется унитарной

$$\sum_{l} U_{jl} U_{lm} = \delta_{jm}.$$
 (21)

В результате коллективные операторы С*j* подчиняются следующим коммутационным соотношениям:

$$\left[C_{j}, C_{l}^{+}\right] = \delta_{jl} - 2U_{0j}U_{0l}\sigma^{+}\sigma^{-} = \delta_{jl} - 2U_{0j}U_{0l}\sum_{m,n}U_{0m}U_{0n}C_{m}^{+}C_{n}.$$
(22)

Из уравнения (22) следует, что коллективные операторы удовлетворяют следующим уравнениям движения:

$$i\frac{dC_{j}}{dt} = \lambda_{j}C_{j} - 2U_{0j}\sum_{k,l,m}\lambda_{m}U_{0k}U_{0l}U_{0m}C_{k}^{+}C_{l}C_{m}.$$
 (23)

Метод коллективных операторов подробно описывался в [3], где было показано, что с его помощью можно получить точное аналитическое решение задачи затухания атомных заселенностей в резервуар, когда первоначально возбуждаемый атом взаимодействует с резервуаром, у которого имеется только один фотон в одной из его мод.

Понятно, что для произвольной волновой функции (4) мы имеем $C_k^* C_l C_m |\Psi(t)\rangle$ при любых *k*, *l*, *m*. Поэтому в задаче спонтанного излучения в вакуум резервуара уравнение (23) редуцируется до простой формы $idC_j/dt = \lambda_j C_j$. В результате для амплитуды A(t) имеем:

$$A(t) = \langle vac | \langle -|\sigma^{-}(t) | \Psi(0) \rangle = \sum_{j=0}^{\infty} |U_{0j}|^{2} \exp(-i\lambda_{j}t).$$

$$(24)$$

Далее точное решение, которое представлено уравнением (24), используется для демонстрации общих свойств эволюции амплитуды A(t).

Численное моделирование и общие характеристики эволюции

Одной из наиболее интересных особенностей атомной динамики в фотонной запрещенной зоне является замораживание затухания заселенностей (и затухание атомной поляризации, если она была возбуждена изначально). На рис. 1 приводятся примеры эволюции замораживания амплитуды A(t) для трех ранее рассмотренных плотностей. Проблема сходимости в зависимости от числа точек дискретизации N здесь не затрагивается, поскольку она детально рассматривалась в работах [2, 3, 8]. С математической точки зрения замораживание имеет место в результате доминирования одного из коэффициентов $|U_{00}| >> |U_{0,j>0}|$, что соответствует разделению собственного значения λ_0 и других собственных значений $|\lambda_0 - \lambda_{j>0}| >> |\lambda_j - \lambda_{j+1}|$ (20). Свойство замораживания обусловлено сдвигом одного из энергетических уровней коррелированных атома и поля в фотонную запрещенную зону и формированием связанного состояния системы атом - поле, которое локализуется вблизи атома [12-14].



Рис. 1. Эволюция модуля амплитуды |A(t)| для трех плотностей (11). При изотропной плотности: *a* – кривые *l*–3 соответствуют $\omega_g = \omega_0 = 0, 1; 0, 5;$ $2D^{2/3}; \omega_h - \omega_g = 32D^{2/3}, N = 400$. При ступенчатой плотности: δ – кривые *l*–3 соответствуют $\omega_g - \omega_0 = 0, 5; 2; 3D; \omega_h - \omega_g = 32D, N = 400$. При анизотропной плотности: δ – кривые *l*–3 соответствуют $\omega_g - \omega_0 = 1; 4; 8D^2; \omega_h - \omega_g = 32D^2, N = 600$

На рис. 1 можно отметить три периода эволюции амплитуды: начальный, когда амплитуда затухает; конечный, когда амплитуда замораживается и промежуточный, осциллирующий. Заметим, что в первом периоде затухание амплитуды практически не зависит от отстройки атомного перехода и границы зоны, тогда как такая отстройка сильно влияет на замороженное значение амплитуды. Интуитивно причина этого явления ясна: пока со стороны резервуара нет обратного воздействия, атом не «чувствует» его структуру. После начала ответного действия резервуара атом эволюционирует до замороженных состояний. Формально это свойство можно вывести из корреляционной функции резервуара, которая для рассмотренных здесь плотностей определяется следующим выражением:

$$K^{(m)}(t) \sim \frac{\exp(i\Delta_0 t + i(m-2)\pi/4)}{t^{m/2}},$$
 (25)

где коэффициент пропорциональности зависит от ω_0 и ω_g , но не от отстройки Δ_0 . К тому же предполагается, что $\omega_g t >> 1$. Поскольку $\omega_g >> \Delta$, из уравнений (25) и (6) следует, что для $\Delta_0 t << 1$ поведение амплитуды действительно не зависит от отстройки Δ_0 .

Замороженное значение амплитуды можно оценить как $|U_{00}|^2$ или при использовании непрерывных переменных [3] как

$$A(\infty) = \left(1 + P \int_{0}^{\infty} \frac{dw p_d(w)}{\pi (w - \omega_0)^2}\right)^{-1},$$
(26)

где Р означает взятие интеграла в смысле главного значения.

Импульсно-возвратная модель отклика резервуара

Традиционное марковское приближение предполагает, что при исследовании атомной эволюции с характерными временными параметрами, существенно превышающими характеристическое время резервуара, можно пренебречь деталями структуры функции корреляции. В этом приближении корреляционная функция будет выглядеть как простая δ -функция. Это допущение приводит к экспоненциальному затуханию амплитуды A(t). Очевидно, что для получения эффекта замораживания, необходимо учесть структуру функции корреляции. Таким образом, релаксация в данном случае будет существенно немарковской.

Основная цель данного исследования - показать, что рассмотренное поведение амплитуды воспроизводится с помощью весьма простой модели корреляционной функции резервуара, а именно

$$K(t) = G_0 \delta(t) + G_1 \delta(t - T_0).$$
⁽²⁷⁾

Здесь самым простым способом учитывается осциллирующий характер корреляционной функции, который аналогичен показанному в (25). Интересно, что функция (27) проявляется в первом приближении функции корреляции резервуара для слоистых периодических одномерных фотонных диэлектрических кристаллов, лишенных потерь [16]. В подобной системе время Т₀ определяется периодом структуры. В работах [13, 15] было показано, что решение уравнения (6) с функцией корреляции (27)

$$\frac{dA(t)}{dt} \approx -G_0 \overline{A}(t) - G_1 \overline{A}(t - T_0) \Theta(t - T_0)$$
(28)

можно найти следующим образом:

$$\overline{A}(t) = A(0) \sum_{n=0}^{\infty} \exp\left(-G_0\left(t - nT_0\right)\right) \frac{\left(-G_1\left(t - nT_0\right)\right)^n}{n!} \Theta(t - nT_0).$$
(29)



На рис. 2 даны примеры всех трех стадий эволюции |A(t)|, описываемой уравнением (29). При $t < T_0$ наблюдается свободное затухание излучения, при $t \sim T_{\theta}$ - переходный период. И наконец, при $t >> T_0$ амплитуда стремится к стационарному замороженному значению. Видно, что замороженное значение критически зависит от времени отклика То: чем больше это время. тем меньше значение стационарной амплитуды.

уравнением (29) в зависимости от времени отклика T_0 . Ме $\operatorname{Re}(G_0)T_0$: кривая l = 0.25; 2 = 0.5; 3 = 1.0; 4 = 1.5 На

Из уравнения (6) легко получить условия, которым должны удовлетворять константы G_{0,1}, чтобы амплитуда A(t) была заморожена. Из (6) непосредственно следует, что для $\overline{A}(t \to \infty) \sim \exp(-i\overline{\omega}t)$ должно выполняться условие

$$-i\overline{\omega} + \int_{0}^{\infty} d\tau K (t - \tau) \exp(i\overline{\omega}(t - \tau)) = 0 \quad \text{или соответственно}$$

$$\operatorname{Re} \int_{0}^{\infty} dt K (t) \exp(i\overline{\omega}t) = 0,$$

$$\overline{\omega} - \operatorname{Im} \int_{0}^{\infty} K (t) \exp(i\overline{\omega}t) = 0.$$
(30)

Более точно условие замораживания затухания, как следует из [3], формулируется следующим образом: локальная плотность состояний $\rho_p(w)$ должна быть равной нулю, по крайней мере, в одной точке (например, \tilde{w}) и в этой же точке должно выполняться равенство

$$\omega_0 - \tilde{w} - P \int_0^{\tilde{w}} dw \frac{\rho_P(w)}{\pi(w - \tilde{w})} = 0.$$
(31)

Из уравнений (30) следует, что константы G_{0,1} должны удовлетворять соотношениям

$$\operatorname{Re}(G_{1}) = -\operatorname{Re}(G_{0})\cos(\overline{\omega}T_{0}) - (-\overline{\omega} + \operatorname{Im}(G_{0}))\sin\omega T_{0},$$

$$\operatorname{Im}(G_{1}) = \operatorname{Re}(G_{0})\sin(\overline{\omega}T_{0}) - (-\overline{\omega} + \operatorname{Im}(G_{0}))\cos\omega T_{0}.$$
(32)

Очевидно, что частота $\overline{\omega}$ есть λ_0 , поскольку из уравнения (24) следует, что $\overline{A}(t \to \infty) \approx A(0) |U_{00}|^2 \exp(-i\lambda_0 t)$. Из уравнения (6) и формулы (32) можно найти соотношение между замороженным значением амплитуды и G₀. Учитывая асимптотическое поведение амплитуды $\overline{A}(t)$ и вводя $\widetilde{A}(t) = \overline{A}(t) \exp(-i\lambda_0 t)$, получим уравнение

$$\tilde{A}(z) = A(0) \left(z - i\lambda_0 - G_0 - G_1 \exp\left(-zT_0 + i\lambda_0T_0\right) \right)^{-1}$$
(33)

для лапласовского образа $\tilde{A}(z) = \int dt \exp(-zt)A(t)$. Согласно свойствам преоб-

разования Лапласа [17] $\tilde{A}(t \to \infty) = \lim_{z\to 0} \left[z\tilde{A}(z) \right]$. Уравнение (33) дает $\tilde{A}(t \to \infty) \to A(0)(1 - G_{\tau_0} \exp(i\lambda_0 T_0))^{-1}$ и, наконец,

$$\operatorname{Re}(G_0)T_0 = |U_{00}|^{-2} - 1.$$
(34)

В итоге из уравнения (32) получаем следующую формулу для параметров импульсно-возвратной модели:

$$\operatorname{Im}(G_{0}) - \operatorname{Im}(G_{1}) = \lambda_{0},$$

$$\operatorname{Re}(G_{1}) = -\operatorname{Re}(G_{0}),$$

$$\operatorname{Im}(G_{1}) = \operatorname{Re}(G_{0})\operatorname{cot}(\lambda_{0}T_{0}/2).$$
(35)

Уравнения (33) и (34) устанавливают соответствие между импульсновозвратной молелью и параметрами реальной системы. Остается найти елинственный параметр - время отклика То. Его можно установить путем сравнения эволюции, которая определяется точным (24) и приближенным (29) решениями. Время начала второго этапа эволюции (т. е. Т.) находим по формуле (24) как решение уравнения

$$\sum_{j=0}^{N} \lambda_{j} U_{0j}^{2} \sin \lambda_{j} T_{0} = 0.$$
(36)

Тривиальное решение 70=0 соответствует началу эволюции, следующее точке начала возрастания амплитуды A(t). С учетом доминирования U_{0i} из уравнения (36) можно найти оценку $T_0 \approx \pi / \lambda_0$. Тогда из уравнения (36) заключаем, что Im(G₁) = 0 и Im(G₀) = λ_0 . Как следует из условия замораживания (31) и уравнения для собственных чисел λ_i , мнимая часть G₀ фактически представляет лэмбовский сдвиг.

На рис. 2 приводятся примеры эволюции |A(t)| для параметров $G_{0,1}$, удовлетворяющих условиям (36), которая воспроизводит не только типичные стадии эволюции точного решения (24), но и укорочение второй переходной стадии с ростом То.

Следует также отметить, что импульсно-возвратная модель применима для описания эволюции при $t >> T_{\theta}$ - На временной шкале, много длиннее длительности структурных деталей K(t), наиболее важным является такой существенный признак K(t), как наличие временных интервалов, когда $\text{Re}(K(t)) \le 0$ и, следовательно, выполняются условия (30).

Во второй части данной работы получено кинетическое уравнение для импульсно-возвратной модели. Показаны конкретные примеры динамики атомной заселенности под действием классического вынуждающего поля.

1. Lambroupolos P., Nikolopoulos G.M., Nielsen T.R., Soren Bay // Rep. Prog. Phys. 2000. Vol. 63. P. 455.

- 3. Mogilevtsev D., Kilin S. // Opt. Spektrosk. 2002. Vol. 93. P. 405.
- 4. Jack M.W., Hope J. J.// Phys. Rev. A. 2001. Vol. 63. P. 043803.
- 5.Florescu M., John S.// Ibid. 2001. Vol. 64. P. 033801. 6.Mogilevtsev D., Kilin S.// Ibid. 2003. Vol. 67. P. 023815.
- 7. Dalton H.B., Barnett S.M., Garraway B.M.// Ibid. 2001. Vol. 64. P. 053813. 8. Busch K., Vats N., John S., Saunders B.C.// Ibid. 2000. Vol. 62. P. 4251.
- 9. Vats N., John S. // Ibid. 1998. Vol. 58. P. 4168.

^{2.} Nikolopoulos G.M., Soren Bay, Lambropoulos P. // Phys. Rev. A. 1999. Vol. 60. P. 5079; Nikolopoulos G.M., Lambropoulos P.// J. Opt. B: Quantum Seraiclassic. Opt. 2001. Vol. 3. P. 115.

10. John S., Quang T. // Ibid. 1994. Vol. 50. P. 1764.

11.Loudon R. The Quantum Theory of Light. Oxford, 1973.

12. Быков В.П., Шепелев Г.В. Атомная радиация. М., 1986.

13. Kiliπ S.Ya., Mogilevtsev D. S. // Laser Phys. 1992. Vol. 2. P. 153; Opt. Spektrosk. 1993. Vol. 74. P. 583.

14. Lewenstein M., Zakrzewski J., Mossberg T.W. // Phys. Rev. A. 1988. Vol. 38. P. 808; John S., Quang T. // Ibid. 1994. Vol. 50. P. 1764; Kaufman A., Kurizki G., Sherman B. II J. Mod. Opt. 1994. Vol. 41. P. 353.

15. Mogilevtsev D., Korolkova N., Perina J. // J. Mod. Opt. 1997. Vol. 44. Р. 1293. 16. Могилевцев Д.С, Килин С.Я., Онищенко Н.С. Тезисы международной

конференции «Лазерная физика и применение лазеров»: в 3 ч. Мн., 2003. Ч. 2. С. 55. 17. S a v a n t C.J. Fundamentals of the Laplace Transformation. New York, 1962.

Поступила в редакцию 28.09.05.

Дмитрий Сергеевич Могилевцев - кандидат физико-математических наук, научный сотрудник лаборатории квантовой оптики Института физики НАН Беларуси.

Сергей Яковлевич Килин - доктор физико-математических наук, профессор, заведующий лабораторией квантовой оптики Института физики НАН Беларуси.

Николай Степанович Онищенко - директор Интерлицея БГУ по обучению иностранных граждан, преподаватель кафедры лазерной физики и спектроскопии.

Александр Сергеевич Малоштан - аспирант кафедры информатики. Научный руководитель - С.Я. Килин.

 $E_{\mathrm{H}}(x, y),$

$$E(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} E_{\mu}(x-\xi, y-\eta)h(\xi, \eta)d\xi d\eta = h_0 \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} L\left(\frac{x-\xi}{k}, \frac{y-\eta}{k}\right)h(\xi, \eta)d\xi d\eta,$$