

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА МИНИМАЛЬНЫХ АВТОНОМНЫХ БЛОКОВ ДЛЯ РЕШЕНИЯ АКУСТИЧЕСКИХ ЗАДАЧ

Предложена методика расчета двумерных и трехмерных акустических полей на основе метода минимальных автономных блоков. Методика базируется на декомпозиции исследуемой области на систему блоков (прямоугольников или прямоугольных параллелепипедов), акустические свойства которых описываются матрицами рассеяния. В состав декомпозиционной схемы, кроме основных, могут входить вспомогательные блоки, используемые для описания различных типов граничных условий. Приведены аналитические выражения для расчета элементов основных и вспомогательных матриц рассеяния. Описан рекомпозиционный алгоритм, применяемый для согласования блоков с различными акустическими свойствами. Рассмотрены основные этапы итерационного алгоритма, используемого для расчета акустического поля в исследуемой области. В основе алгоритма лежит моделирование многократного рассеяния канальных волн на системе минимальных автономных блоков.

Представлены результаты тестовых расчетов на основе предложенной методики. Рассмотрена двумерная задача об излучении точечного источника в квадратной области, где заданы жесткие и мягкие граничные условия. Решена трехмерная акустическая задача об излучении двух когерентных точечных источников, расположенных в свободном пространстве.

Ключевые слова: акустическое поле; МАБ; итерационный алгоритм.

A technique for the calculation of two- and three-dimensional acoustic fields on the basis of the minimal autonomous block method is offered. The technique is based on decomposition of the investigated area into a system of the blocks (rectangles or cuboids) the acoustic properties of which are described by scattering matrices. Apart from the basic blocks, the decomposition scheme may include auxiliary blocks to describe different types of the boundary conditions. The analytical expressions to calculate the elements of the basic and auxiliary scattering matrices are given. A recomposition algorithm for matching of the blocks with different acoustic properties is described. The basic steps of an iterative algorithm used to calculate the acoustic field in the area under study are considered. The algorithm is based on modeling of multiple channel waves scattering by the minimal autonomous block system.

The results of test calculations performed using the proposed technique are given. A two-dimensional problem of the point source radiation within the square area on the borders of which hard and soft boundary conditions are set is considered. A three-dimensional problem of acoustic radiation of the two coherent point sources located in a free space is solved.

Key words: acoustic field; minimal autonomous block method; iterative algorithm.

Широкий класс задач теоретической и прикладной акустики связан с расчетом акустических полей, порождаемых различными типами источников. Наиболее важными и перспективными направлениями являются: гидролокация, связь, подповерхностное зондирование, ультразвуковая диагностика, архитектурная акустика, медицинская акустика, информационная безопасность, экология, сейсмология [1]. Для расчета акустических полей разработаны и широко используются различные по точности и вычислительной эффективности методы и алгоритмы [2].

Метод минимальных автономных блоков (МАБ) [3] относится к категории дискретизационных методов и ориентирован в первую очередь на решение электродинамических задач в частотной области, но может применяться и для решения других типов задач математической физики.

Рассмотрим технологию использования метода МАБ для решения акустических задач в частотной области. Область пространства, в которой ищется решение, разбивается на систему подобластей (блоков) в форме прямоугольников или прямоугольных параллелепипедов в двумерном и трехмерном случаях соответственно. Каждый блок рассматривается как автономный объект, свойства которого описываются матрицей рассеяния по отношению к волнам, распространяющимся в полубесконечных виртуальных каналах, подключенных к границам блока. Для аппроксимации акустического поля в каналах и блоках используются простейшие базисные функции в виде плоских волн, описывающих продольные колебания среды. Акустическое поле на границах блоков является постоянным. Материал, заполняющий блоки, считается однородным и изотропным. С учетом принятых приближений блоки называются минимальными автономными блоками.

Порядок матриц рассеяния МАБ для двумерных и трехмерных задач равен 4 и 6 соответственно. На рис. 1 представлены геометрия, пространственная ориентация и нумерация граней акустических МАБ, соответствующая нумерации виртуальных каналов. В состав декомпозиционной схемы, помимо основных блоков, входят вспомогательные, предназначенные для согласования соседних блоков, заполненных материалами с различными акустическими свойствами, и описания различных типов граничных условий.

Получим выражения для элементов матрицы рассеяния двумерного МАБ, следуя технологии, изложенной в [3] для трехмерных МАБ. Волны u в виртуальных каналах и блоках описываются скалярным волновым уравнением

$$\Delta u + k^2 u = 0.$$

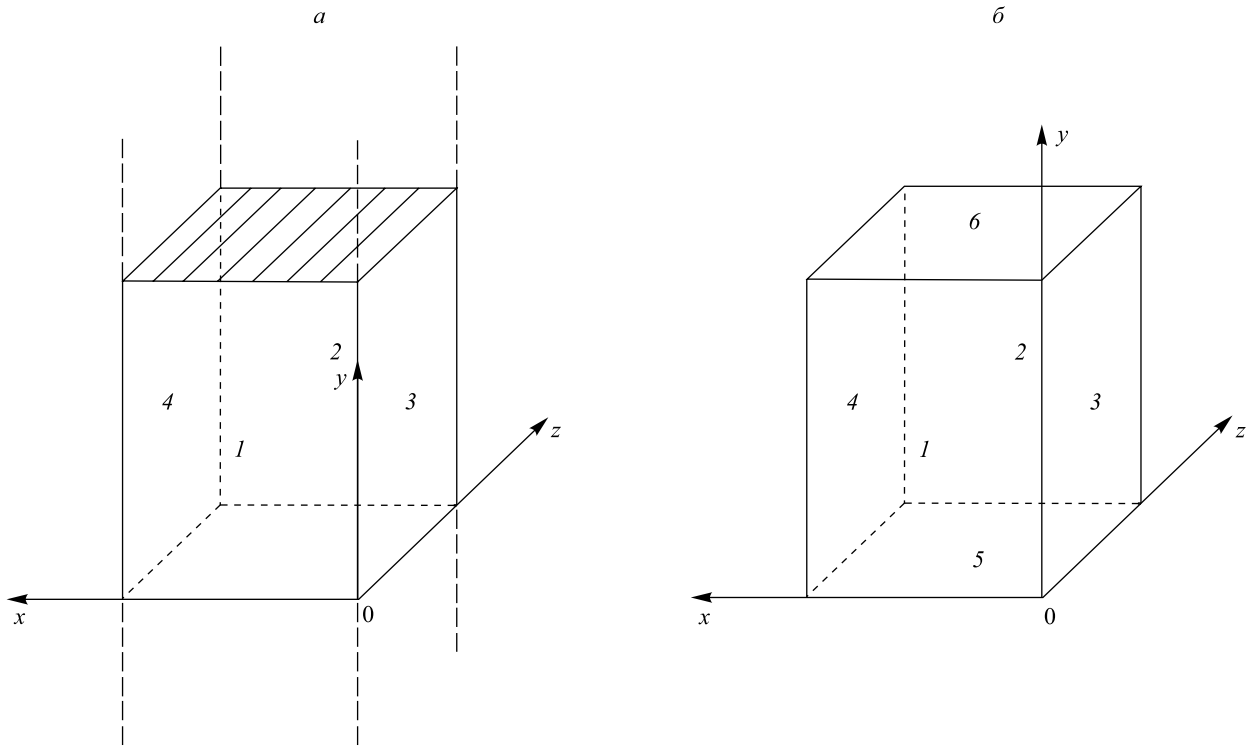


Рис. 1. Акустический минимальный автономный блок:
а – двумерный; б – трехмерный

В качестве базисных функций на гранях выберем плоские волны с единичной амплитудой (им соответствуют волны $e^{\mp i k \xi}$). Точное условие излучения в виртуальные каналы выглядит следующим образом:

$$\frac{1}{u - u^+} \frac{\partial}{\partial \mathbf{v}} (u - u^+) = -ik,$$

где $\mathbf{v}$ – координата внешней нормали; u^+ – заданная падающая волна. Перепишем условие в проекционном виде

$$\left(\frac{\partial}{\partial \mathbf{v}_\alpha} (u - \delta_{\alpha\beta} u_\beta^+), e_{1(\alpha)} \right)_\alpha + ik (u - \delta_{\alpha\beta} u_\beta^+, e_{1(\alpha)})_\alpha = 0, \quad (1)$$

где $e_{1(\alpha)} = 1$ на соответствующей грани S_α , по которой производится интегрирование при составлении скалярного произведения. Падающая волна, заданная в канале β , имеет вид $u_\beta^+ = \exp(ik\mathbf{v})$.

При падении волны с единичной амплитудой на МАБ из первого виртуального канала будем искать решение в виде

$$u = A_1 e^{-ikz} + A_2 e^{ikz} + A_3 \cos \left[k \left(x - \frac{\Delta_x}{2} \right) \right]. \quad (2)$$

При наложении условия (1) на решение уравнения на первой, второй и третьей гранях приходим к следующей системе уравнений относительно A_i :

$$\begin{aligned} 2A_1 + J_x A_3 &= 2, \\ 2T_z A_2 + J_x A_3 &= 0, \\ J_z T_z^{-1/2} A_1 + J_z T_z^{1/2} A_2 + T_x^{1/2} A_3 &= 0. \end{aligned} \quad (3)$$

Решением системы (3) являются следующие выражения:

$$A_1 = \frac{J_z J_x - 2T_x^{1/2} T_z^{1/2}}{2(J_z J_x - T_x^{1/2} T_z^{1/2})};$$

$$A_2 = -\frac{J_z J_x}{2T_z (J_z J_x - T_x^{1/2} T_z^{1/2})};$$

$$A_3 = \frac{J_z}{J_z J_x - T_x^{1/2} T_z^{1/2}}.$$

В (2) и (3) величины $J_{x,z}$ и $T_{x,z}$ вычисляются по формулам:

$$T_{x,z} = e^{ik\Delta_{x,z}}, \quad J_{x,z} = \frac{2}{k\Delta_{x,z}} \sin \frac{k\Delta_{x,z}}{2},$$

где $\Delta_{x,z}$ – размер МАБ вдоль соответствующей координаты; k – волновое число в среде, равное $k = \frac{2\pi f}{c}$, f – частота акустических колебаний, c – скорость звука в среде, заполняющей блок.

Элементы матрицы рассеяния выражаются через A_i следующим образом:

$$S^{11} = A_1 + A_2 + A_3 J_x - 1;$$

$$S^{21} = A_1 T_z^{-1} + A_2 T_z + A_3 J_x;$$

$$S^{31} = A_1 J_z T_z^{-1/2} + A_2 J_z T_z^{1/2} + A_3 \cos \frac{k\Delta_x}{2};$$

$$S^{41} = S^{31},$$

а для остальных элементов матрицы рассеяния выполняются соотношения:

$$S^{12} = S^{21}; \quad S^{22} = S^{11}; \quad S^{32} = S^{42} = S^{31};$$

$$S^{13} = S^{23} = \tilde{S}^{31}; \quad S^{43} = \tilde{S}^{21}; \quad S^{33} = \tilde{S}^{11};$$

$$S^{14} = S^{13}; \quad S^{24} = S^{14}; \quad S^{34} = S^{43};$$

$$S^{44} = S^{33},$$

где символ « $\sim$ » означает замену $\Delta_x \leftrightarrow \Delta_z$.

Для трехмерного МАБ матрица рассеяния имеет шестой порядок, ее элементы вычисляются по следующим формулам [3]:

для первого столбца:

$$S^{11} = A_1 + A_2 + A_3 J_y + A_4 J_x - 1;$$

$$S^{21} = A_1 T_z^{-1} + A_2 T_z + A_3 J_y + A_4 J_x;$$

$$S^{31} = A_1 J_z T_z^{-1/2} + A_2 J_z T_z^{1/2} + A_3 J_y + A_4 \cos \frac{k\Delta_x}{2};$$

$$S^{41} = S^{31};$$

$$S^{51} = A_1 J_z T_z^{-1/2} + A_2 J_z T_z^{1/2} + A_3 \cos \frac{k\Delta_y}{2} + A_4 J_x;$$

$$S^{61} = S^{51},$$

для остальных столбцов:

$$S^{12} = S^{21}, \quad S^{22} = S^{11}, \quad S^{32} = S^{42} = S^{31},$$

$$S^{52} = S^{62} = S^{51};$$

$$S^{13} = S^{23} = \tilde{S}^{31}, \quad S^{43} = \tilde{S}^{21}, \quad S^{33} = \tilde{S}^{11},$$

$$S^{53} = S^{63} = \tilde{S}^{51};$$

$$S^{14} = S^{13}, \quad S^{24} = S^{14}, \quad S^{34} = S^{43},$$

$$S^{44} = S^{33}, \quad S^{54} = S^{64} = S^{53};$$

$$\begin{aligned}
 S^{15} &= \widehat{S}^{51}, \quad S^{25} = S^{15}, \quad S^{35} = \widetilde{S}^{53}, \\
 S^{45} &= S^{35}, \quad S^{55} = \widehat{S}^{11}, \quad S^{65} = \widehat{S}^{21}; \\
 S^{16} &= S^{26} = S^{15}, \quad S^{36} = S^{35}, \quad S^{46} = S^{36}, \\
 S^{56} &= S^{65}, \quad S^{66} = S^{55},
 \end{aligned} \tag{4}$$

где « $\sim$ » означает замену $\Delta_x \leftrightarrow \Delta_z$; « $\widehat{\sim}$ » – замену $\Delta_y \leftrightarrow \Delta_z$; « $\widetilde{\sim}$ » – замену $\Delta_x \leftrightarrow \Delta_y$.

Величины A_i вычисляются по следующим формулам:

$$\begin{aligned}
 A_3 &= \frac{J_z (J_x - T_x^{1/2})}{J_y (J_z - T_z^{1/2}) (J_x - T_x^{1/2}) + (J_y - T_y^{1/2}) (J_z J_x - T_z^{1/2} T_x^{1/2})}; \\
 A_4 &= \frac{J_y - T_y^{1/2}}{J_x - T_x^{1/2}} A_3; \\
 A_2 &= -\frac{1}{2T_z} (J_y A_3 - J_x A_4); \\
 A_1 &= 1 + T_z A_2.
 \end{aligned}$$

Для обеспечения выполнения граничных условий на общих гранях соседних МАБ с различными материальными параметрами в состав декомпозиционной схемы включают специальные бесконечно тонкие блоки перехода. С учетом однододовости и поляризационной независимости волн в виртуальных каналах для двумерных и трехмерных акустических задач могут быть использованы одни и те же вспомогательные блоки. Матрица рассеяния для блока перехода имеет следующий вид:

$$S = \begin{pmatrix} \rho & \tau_1 \\ \tau_2 & -\rho \end{pmatrix},$$

где ρ, τ_1, τ_2 рассчитываются по формулам:

$$\rho = \frac{W_2 - W_1}{W_2 + W_1}; \quad \tau_1 = \frac{2W_1}{W_2 + W_1}; \quad \tau_2 = \frac{2W_2}{W_2 + W_1}, \tag{5}$$

где W_1 и W_2 – волновые сопротивления сред, заполняющих соседние блоки. В акустике волновое сопротивление среды для продольного типа колебаний вычисляется по формуле [4]

$$W = \rho_m c,$$

где ρ_m – плотность материала.

Декомпозиционная схема может включать блоки, описывающие взаимодействие акустических волн с периодическими, жесткими, мягкими, поглощающими границами.

Для расчета акустических полей в исследуемой области целесообразно использовать итерационный алгоритм [5]. В его основе лежит моделирование процесса многократного рассеяния канальных волн на системе МАБ. Для этого необходимо каналы МАБ согласовать на общее для всех блоков волновое сопротивление, обычно соответствующее свободному пространству.

Подключение вспомогательных блоков к основным МАБ производится с использованием соотношений для рекомпозиции многополюсников [3]. Пусть свойства двух многополюсников A и B

описываются матрицами рассеяния $\overset{A}{S}$ и $\overset{B}{S}$. Преобразуем матрицы рассеяния объединяемых многополюсников путем перестановки строк и столбцов таким образом, чтобы их общие каналы были пронумерованы последними. Тогда матрица рассеяния объединенного многополюсника может быть рассчитана по формулам [3]:

$$\begin{aligned}
 \overset{AB}{S}_{11} &= \overset{A}{S}_{11} + \overset{A}{S}_{12} \left(I - \overset{B}{S}_{22} \overset{A}{S}_{22} \right)^{-1} \overset{B}{S}_{22} \overset{A}{S}_{21}; \\
 \overset{AB}{S}_{12} &= \overset{A}{S}_{12} \left(I - \overset{B}{S}_{22} \overset{A}{S}_{22} \right)^{-1} \overset{B}{S}_{21};
 \end{aligned}$$

$$S_{21}^{AB} = S_{12}^B \left(I - S_{22}^A S_{22}^B \right)^{-1} S_{21}^A;$$

$$S_{22}^{AB} = S_{11}^B + S_{12}^B \left(I - S_{22}^A S_{22}^B \right)^{-1} S_{22}^A S_{21}^B.$$

В общем случае размеры МАБ и их заполнение материалом могут быть различными. Это позволяет формировать произвольные по геометрии и материальному составу объекты на основе системы МАБ. Для обеспечения устойчивости решения необходимо, чтобы размеры МАБ были меньше $0,25\lambda$, где λ – длина волны в среде, заполняющей блок.

В качестве модели источника акустического поля рассматривается система заданных канальных волн c_0 . Обозначим векторы падающих и рассеянных канальных волн системы МАБ как c^+ и c^- соответственно. На каждой итерации вычисляются векторы рассеянных канальных волн для всех блоков в декомпозиционной схеме путем перемножения матрицы рассеяния блока на вектор падающих на него канальных волн. Расчет падающих канальных волн для итерации происходит следующим образом. Пусть виртуальные каналы, выходящие на общую грань двух соседних блоков, имеют номера j и k . Тогда для них выполняются следующие соотношения:

$$c_j^+(n+1) = c_k^-(n); \quad c_k^+(n+1) = c_j^-(n),$$

где n – номер текущей итерации.

Критерием сходимости решения служит стабилизация значений комплексных амплитуд канальных волн в заданных точках исследуемой области. Если в ее состав входят резонансные объекты, то контрольные точки должны находиться в них.

Давление на границах МАБ выражается через векторы падающих и рассеянных канальных волн следующим образом:

$$p = c^+ + c^-.$$

В качестве примера использования разработанной методики для двумерных задач рассмотрим расчет нормированного распределения давления в двумерной области размерами $11\lambda \times 11\lambda$, заполненной воздухом, от точечного источника акустических волн, расположенного в центре этой области. На рис. 2 представлены нормированные диаграммы распределения давления при различных условиях на внешних границах области.

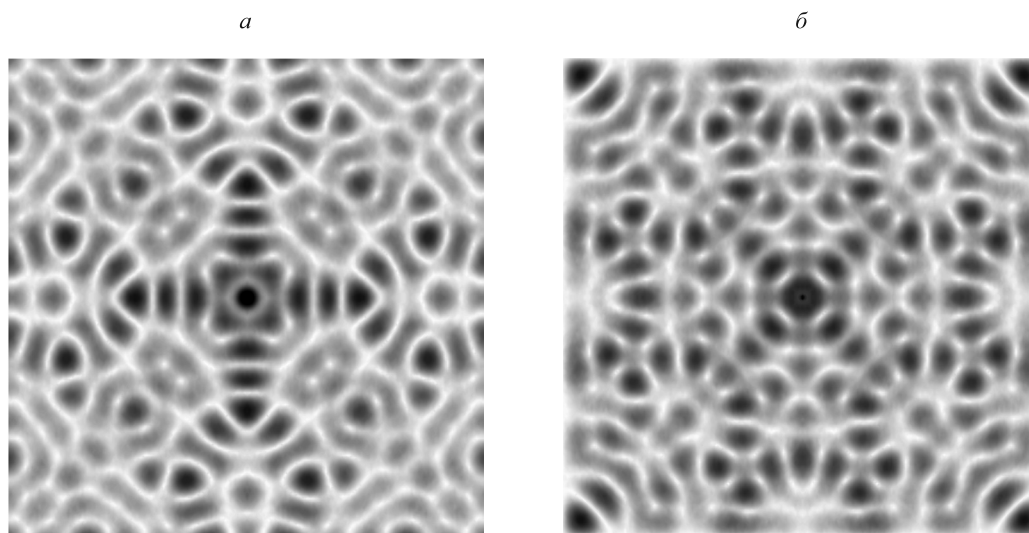


Рис. 2. Нормированные диаграммы распределения давления:
а – жесткие граничные условия; б – мягкие граничные условия

В качестве трехмерной задачи рассмотрено акустическое поле, создаваемое двумя точечными когерентными синфазными источниками, расположенными в свободном и изотропном пространстве с параметрами воздуха при нормальном атмосферном давлении. Исследуется распределение акустического поля в области, имеющей размеры $11\lambda \times 11\lambda \times 11\lambda$. Расстояние между источниками – $2,75\lambda$. Результаты моделирования приведены на рис. 3. На внешних границах области используются поглощающие граничные условия.

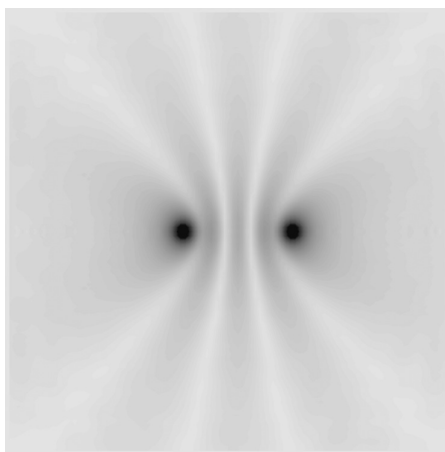


Рис. 3. Нормированная диаграмма распределения давления в плоскости, проходящей через источники

Анализ результатов вычислительного эксперимента подтверждает возможность применения метода минимальных автономных блоков для решения внутренних и внешних акустических задач в частотной области.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Raichel D. R. The Science and Applications of Acoustics. New York, 2006.
2. Marburg S., Nolte B. Computational Acoustics of Noise Propagation in Fluids – Finite and Boundary Element Methods. Leipzig, 2008. P. 37.
3. Никольский В. В., Никольская Т. И. Декомпозиционный подход к задачам электродинамики. М., 1983. С. 229–232.
4. Исакович М. А. Общая акустика. М., 1973.
5. Малый С. В. Итерационный подход к решению электродинамических задач методом минимальных автономных блоков // Радиопизика и электроника : сб. науч. тр. Минск, 1997. Вып. 3. С. 86–91.

Поступила в редакцию 24.04.2015.

Анна Сергеевна Орлова – аспирант кафедры радиопизики и цифровых медиатехнологий факультета радиопизики и компьютерных технологий БГУ. Научный руководитель – доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой радиопизики и цифровых медиатехнологий факультета радиопизики и компьютерных технологий БГУ А. С. Рудницкий.

УДК 535.37

В. И. ПОПЕЧИЦ

ВЛИЯНИЕ ЩЕЛОЧНЫХ ДОБАВОК НА СПЕКТРАЛЬНЫЕ СВОЙСТВА ВИЗУАЛИЗАТОРОВ ИОНИЗИРУЮЩИХ ИЗЛУЧЕНИЙ НА ОСНОВЕ МНОГОКОМПОНЕНТНЫХ РАСТВОРОВ КРАСИТЕЛЕЙ

Исследовано влияние щелочных добавок в растворы органических красителей на спектральные и цветоконтрастные характеристики растворов. Показано, что скорость радиационной деструкции красителей в водных растворах под действием рентгеновского излучения возрастает при добавлении в растворы щелочи в зависимости от химической природы красителя. Следовательно, подбором красителей и добавлением в многокомпонентные растворы щелочи можно улучшить цветоконтрастные характеристики облученных растворов, что важно в случае применения многокомпонентных растворов красителей в качестве визуализаторов ионизирующих излучений.

Ключевые слова: многокомпонентные растворы красителей; визуализаторы ионизирующих излучений; щелочные добавки в растворы.

The effect of alkaline additives introduced into solutions of organic dyes on their spectral and color-contrast characteristics are investigated. It is shown that the radiation degradation rate of the dyes in aqueous solutions under the influence of X-ray irradiation increases with the addition of alkali into solutions, depending on the chemical nature of the dye used. By the adequate selection of dyes and by the addition of alkali into multicomponent solutions the color-contrast characteristics of the irradiated solutions may be improved. And this is important when multicomponent dye solutions are used as visualizers of ionizing radiations.

Key words: multicomponent dye solutions; visualizers of ionizing radiation; alkaline additives into solutions.

Растворы органических красителей являются удобными модельными объектами для радиационных исследований, так как обладают интенсивными полосами поглощения в оптической области спектра электромагнитных волн, и, следовательно, для изучения воздействия ионизирующих излучений на растворы можно применять надежные, высокоинформативные оптико-спектральные методы [1, 2].