Физика



УДК 539.12

В. Л. ЕРМОЛЬЧИК, Х. СУАРЕС, Н. М. ШУМЕЙКО

ЭЛЕКТРОСЛАБЫЕ РАДИАЦИОННЫЕ ЭФФЕКТЫ ПЕРВОГО ПОРЯДКА В ПРОЦЕССЕ РОЖДЕНИЯ ОДИНОЧНЫХ W-БОЗОНОВ

Рассмотрен процесс рождения одиночных W-бозонов (процесс Дрелла – Яна с заряженным током). Ковариантным методом Бардина – Шумейко определена электрослабая радиационная поправка первого порядка. Показано сокращение логарифмической расходимости при инвариантной массе лептонной пары (M), равной массе W-бозона. Получены устойчивые для численного анализа выражения, учитывающие вклад мягких фотонов. Матричный элемент для излучения жестких фотонов вычислен методом спиральных амплитуд. Интегрирование по трехчастичному фазовому объему выборочно было проведено аналитически. Результат численного анализа показал, что поправка велика (до 150 % для распада на электрон и нейтрино) в области M = 20... 80 ГэВ, где доминирует вклад тормозного излучения фотонов с конечного лептона. При M = 1...5 ТэВ поправка растет по абсолютному значению и достигает 40 %. Это указывает на высокую значимость радиационной поправки при больших энергиях в условиях эксперимента на Большом адронном коллайдере.

Ключевые слова: радиационные поправки; рождение одиночных W-бозонов.

The process of single W-boson production (charged current Drell – Yan process) is considered. Electroweak radiative corrections of first order are calculated. The Bardin – Shumeiko covariant approach is used to remove infrared divergences. Logarithmic onshell divergences cancelation is shown. Stable for numeric calculation expression for contribution of soft photons is obtained. Matrix element for bremsstrahlung radiation is calculated using helicity amplitudes method. Partial integration over 3-particle phase space volume is performed analytically. The result of numerical analyses shows that electroweak correction to the cross section is large (up to 150 % for electron in the final state) in the region of the lepton pair invariant mass M = 20... 80 GeV where final state radiation is dominated. In the region 1–5 TeV the correction is growth up by absolute value and achieved 40 %. This indicates high importance of radiative corrections at high energies in conditions of experiments at Large Hadron Collider.

Key words: radiative corrections; single W-boson production.

Процесс рождения одиночных W-бозонов $pp \rightarrow (W, X) \rightarrow \mu v X$ играет важную роль для физических исследований, проводимых на Большом адронном коллайдере (БАК) [1, 2], имеет большое сечение рассеяния (около 20 нб), низкий фон и хорошо подходит для высокоточного определения массы W-бозона ($M_{\rm W}$). В диапазоне 50–160 ГэВ по поперечному импульсу лептонов будут проведены измерения, позволяющие определить $M_{\rm W}$ с точностью ≈15 МэВ, составляющей примерно 0,02 % массы. На данный момент наиболее верное измерение $M_{\rm W}$ в отдельном эксперименте проведено коллаборацией CDF (эксперимент на Тэватроне). Полученное значение равно 80,387 ± 0,019 ГэВ [3].

Распределения W-бозонов по быстроте, поперечному импульсу, зарядовой асимметрии позволяют извлечь ценную информацию о партонной структуре протона, провести мониторинг светимости ускорителя, уточнить значение ширины распада. Изучение динамики рождения W-бозонов – хороший тест для Стандартной модели (СМ). В диапазоне энергий 1–5 ТэВ данный процесс является фоновым по отношению к каналам, с помощью которых будет проводиться поиск новых тяжелых калибровочных бозонов W', Z' и других явлений за пределами СМ.

Учитывая высокие требования эксперимента, необходимо дать теоретические предсказания с максимальной точностью.

Данная работа посвящена исследованию электрослабых радиационных поправок (РП) к процессу рождения одиночных W-бозонов. Получены аналитические результаты для РП низшего порядка, точные для ультрарелятивистских фермионов, свободные от ультрафиолетовых, инфракрасных и коллинеарных сингулярностей. В расчетах масса мюона (*m*) полагалась равной нулю, но, естественно, удерживалась в членах вида $\log(m^2/s)$, где *s* – произвольный кинематический инвариант.

Борновское приближение

На адронном уровне процесс Дрелла – Яна с заряженным током

$$p(P_1) + p(P_2) \rightarrow \mu^+(p_3) + \nu(p_4) + X(p_x), \qquad (1)$$

где P_1 , P_2 – импульсы начальных протонов $(P_1^2 = P_2^2 = m_{p^2})$; $p_3(p_4)$ – импульс мюона (нейтрино); $p_1 = x_1 P_1 (p_2 = x_2 P_2)$ – импульс кварка (антикварка), описывается диаграммой, изображенной на рис. 1.



Рис. 1. Диаграмма процесса Дрелла – Яна с заряженным током

Как известно, в кварк-партонной модели сечение процесса (1) можно представить в форме

$$\sigma = \sum_{q} \int dx_1 dx_2 \hat{\sigma}(\hat{s}) \Big[f_q(x_1) f_{\bar{q}'}(x_2) + f_q(x_2) f_{\bar{q}'}(x_1) \Big],$$
(2)

где $\hat{\sigma}$ – сечение на кварк-партонном уровне; $S = (P_1 + P_2)^2$; $f_{q(\bar{q})}(x_{1,2})$ – функции распределения кварков (антикварков); $x_{1,2}$ – доли импульсов протонов, переносимых партонами; $\hat{s} = x_1 x_2 S$.

В ультрарелятивистском приближении сечение имеет вид

$$\hat{\sigma} = \frac{\hat{s}}{18\pi} \frac{G_F^2 M_W^4 V_{ud}^2}{\left|\hat{s} - M_W^2 + iM_W \Gamma_W\right|^2},$$

где *G_F* – константа Ферми; *V*_{ud} – элемент матрицы Кабибо – Кобаяши – Маскавы; Г_w – ширина распада W-бозона, которая в данной работе считалась постоянной.

Обмен дополнительной виртуальной частицей

Радиационная поправка первого порядка включает, как обычно, вклад диаграмм с обменом дополнительной виртуальной частицей (V-вклад) и вклад излучения реального фотона (R-вклад) (рис. 2). В рамках СМ V-вклад состоит из трех частей: собственной энергии калибровочного бозона (рис. 3), вершинных функций (рис. 4) и вклада диаграмм с обменом двумя бозонами (боксы) (рис. 5).



Рис. 2. Фейнмановские диаграммы вклада излучения реального фотона



Рис. 3. Фейнмановские диаграммы вклада собственной энергии калибровочного бозона: *V* – допустимые бозоны; *F* – фермионы



Рис. 4. Фейнмановские диаграммы вклада вершинных функций



Рис. 5. Фейнмановские диаграммы вклада диаграмм с обменом двумя бозонами

Эти вклады были рассчитаны по стандартной методике [4] с использованием схемы перенормировки на массовой поверхности. Вершинные функции и боксы содержат инфракрасные расходимости (ИКР), которые регуляризуются введением бесконечно малой массы фотона λ . Кроме того, вклад диаграмм, включающих дополнительный виртуальный фотон, является коллинеарно расходящимся. Поэтому при рассмотрении этих диаграмм масса кварков не полагалась равной нулю. Но в окончательном результате, после учета тормозного излучения, зависимость от массы фотона и кварков не наблюдалась. Кроме того, V-вклад содержит логарифмы вида $\log(\hat{s} - M_W^2)$, которые расходятся при $\hat{s} - M_W^2$. В сумме эти логарифмы дают вклад, равный нулю, из-за закона сохранения заряда:

$$\hat{\sigma}^{\log} = \frac{\alpha}{\pi \hat{s}} \hat{\sigma} M_{W}^{2} \left(2 \text{Li}_{2} \left(-\frac{\hat{s}}{M_{W}^{2} - \hat{s}} \right) \left(Q(u) + Q(\mu) \left(-1 + 2Q(u) - 2Q(d) \right) - Q(d) \right) + \right. \\ \left. + \log \left(1 - \hat{s} / M_{W}^{2} \right) \left(\log \left(\frac{M_{W}^{2} - \hat{s}}{m_{\mu}^{2}} \right) Q(\mu) \left(-1 + Q(u) - Q(d) \right) + \left(1 + Q(d) \right) \left(\log \left(\frac{M_{W}^{2} - \hat{s}}{m_{u}^{2}} \right) Q(u) - \left. + \log \left(\frac{m_{d}^{2}}{M_{W}^{2} - \hat{s}} \right) Q(d) \right) \right) \right) = 0,$$

где Li₂ – функция дилогарифма Эйлера; Q(x) – заряд частицы x; m_u , m_d , m_μ – массы верхнего, нижнего кварков и лептона соответственно.

Тормозное излучение фотона

Как было сказано ранее, при вычислении V-вклада есть диаграммы, содержащие ИКР. Эти расходимости сокращаются, если учесть R-вклад.

Для проведения расчетов R-вклад удобно разделить на вклады жестких и мягких фотонов. Мягкими называются фотоны, энергия которых много меньше таких инвариантов задачи, как масса мюона и ширина распада W-бозона.

Для вклада мягких фотонов получаем

$$\hat{\sigma}^{\text{soft}} = -\frac{\alpha \hat{\sigma}^{B}}{4\pi^{2}} \Big[2 \Big(-I_{1,3} Q(\overline{d}) Q(\mu) + I_{1,2} Q(\overline{d}) Q(\mu) - I_{2,3} Q(\mu) Q(\mu) \Big) + I_{1,1} Q(\overline{d})^{2} + I_{2,2} Q(\mu)^{2} + I_{3,3} Q(\mu)^{2} \Big]$$

где введены следующие обозначения для интегралов по 4-импульсу фотона k:

$$I_{ij} = \int_{\left|k^{0}\right| < \delta E} \frac{d^{3}k}{2k^{0}} \frac{2p_{i}p_{j}}{p_{i}kp_{j}k}.$$

Здесь индексы і и ј нумеруют фермионы процесса.

В пределе малых масс кварков и мюона выражения для интегралов принимают вид:

$$I_{ii} = 2\pi \left(\log \left(\frac{4\delta E^2}{\lambda^2} \right) - \log \left(\frac{S}{m_i^2} \right) \right),$$

$$I_{ij} = 2\pi \left[\log \left(\frac{4p_i \cdot qp_j \cdot q}{q \cdot qm_i m_j} \right) \log \left(\frac{m_j p_i \cdot q}{m_i p_j \cdot q} \right) + \log \left(\frac{4\delta E^2}{\lambda^2} \right) \log \left(\frac{2p_i \cdot p_j}{m_i m_j} \right) - Li_2 \left(1 - \frac{2p_i \cdot qp_j \cdot q}{q \cdot qp_i \cdot p_j} \right) - \frac{1}{2} \log^2 \left(\frac{4(p_i \cdot q)^2}{q \cdot qm_i^2} \right) - \frac{\pi^2}{3} \right].$$

Величина бЕ определяет верхний предел интегрирования по энергии фотона.

Нефизическая масса фотона λ сокращается аналитически в сумме V-вклада и вклада мягких фотонов. Зависимость от δ*E* устранена ковариантным методом Бардина – Шумейко [5].

В случае излучения жестких фотонов дифференциальное сечение имеет вид

$$\hat{\sigma}^{H} = \frac{1}{2s(2\pi)^{5}} \left| \overline{M} \right|^{2} dR_{3}(s), \tag{3}$$

где $\left|\overline{M}\right|^2$ – квадрат модуля матричного элемента (амплитуды), усредненный по спиновым и цветовым состояниям кварков и просуммированный по спиновым состояниям лептонов и фотона, а $R_3(s)$ – элемент фазового объема [6]:

$$R_3(s)\frac{\pi}{16s}\int \frac{dz_1dzds_1dt_1}{\sqrt{-\Delta 4}}$$

Для описания вклада жестких фотонов необходимо ввести дополнительные инвариантные переменные, аналоги переменных Мандельстама:

$$z_{1} = 2p_{1}k; \qquad z = 2p_{3}k; v_{1} = 2p_{2}k; \qquad v = 2p_{4}k; s = 2p_{1}p_{2}; \qquad s_{1} = 2p_{3}p_{4}; t = -2p_{1}p_{3}; \qquad t_{1} = -2p_{2}p_{4},$$
(4)

где *k* – импульс жесткого фотона.

Используя метод спиральных амплитуд в приближении безмассовых фермионов, получим амплитуды излучения фотона положительной $(M_{\gamma}(+))$ и отрицательной $(M_{\gamma}(-))$ спиральности

$$M_{\gamma}(+) = \sqrt{2}\iota eg^{2} \left[\frac{1}{s_{1} - M_{W}^{2}} \frac{\langle p_{3}p_{4} \rangle^{*} \langle p_{2}p_{3} \rangle^{2}}{\langle p_{1}k \rangle \langle p_{2}k \rangle} \left(Q(u) - Q(W) \frac{p_{1}k}{(p_{1} + p_{2})k} \right) + \frac{1}{s - M_{W}^{2}} \frac{\langle p_{1}p_{2} \rangle^{*} \langle p_{2}p_{3} \rangle^{2}}{\langle p_{3}k \rangle \langle p_{4}k \rangle} \left(Q(\mu) - Q(W) \frac{p_{3}k}{(p_{3} + p_{4})k} \right) \right];$$
(5)

$$M_{\gamma}(-) = \sqrt{2}\iota eg^{2} \left[\frac{1}{s_{1} - M_{W}^{2}} \frac{\langle p_{3}p_{4} \rangle \langle p_{1}k \rangle^{*2}}{\langle p_{1}k \rangle^{*} \langle p_{2}k \rangle^{*}} \left(Q(u) - Q(W) \frac{p_{1}k}{(p_{1} + p_{2})k} \right) + \frac{1}{s - M_{W}^{2}} \frac{\langle p_{1}p_{2} \rangle \langle p_{1}k \rangle^{*2}}{\langle p_{3}k \rangle^{*} \langle p_{4}k \rangle^{*}} \left(Q(\mu) - Q(W) \frac{p_{3}k}{(p_{3} + p_{4})k} \right) \right],$$

где * – операция комплексного сопряжения; $< p_i p_j > = \sqrt{2 p_i p_j} e^{\iota \phi}$, ϕ – некоторая фаза.

Матричный элемент M в (3) равен сумме амплитуд (4) и (5).

Поскольку после интегрирования сечения (3) слагаемые вида m^2/v^2 дают конечный вклад, то необходимо их восстановить. Для этого мы воспользовались методикой, предложенной в [7]. Окончательное выражение для квадрата матричного элемента, усредненного и просуммированного, принимает вид

$$\left|\overline{M}\right|^2 = A_{\rm ISR} + A_{\rm FSR} + A_{\rm INT},$$

где слагаемые

$$\begin{split} A_{\rm ISR} &= \frac{e^2 g^4}{6 \left(s_1 - M_{\rm W}^2\right)^2} \Bigg[s_1 \left(u^2 + u_1^2\right) \Bigg(\frac{\mathcal{Q}(\overline{d})^2}{v_1 w} + \frac{\mathcal{Q}(u)^2}{z_1 w} - \frac{\mathcal{Q}(W)^2}{w^2} \Bigg) - 2 \Bigg(\mathcal{Q}(u)^2 \, m_u^2 \frac{u_1^2}{z_1^2} + \mathcal{Q}(\overline{d})^2 \, m_{\overline{d}}^2 \frac{u^2}{v_1^2} \Bigg) \Bigg]; \\ A_{\rm FSR} &= \frac{e^2 g^4}{6 \left(s - M_{\rm W}^2\right)^2} \Bigg[s \left(u^2 + u_1^2\right) \Bigg(\frac{\mathcal{Q}(\mu)^2}{v w} - \frac{\mathcal{Q}(W)^2}{w^2} \Bigg) - 2 \mathcal{Q}(\mu)^2 \, m_{\mu}^2 \frac{u_1^2}{v^2} \Bigg]; \\ A_{\rm INT} &= \frac{e^2 g^4}{6 \left(s - M_{\rm W}^2\right) \left(s_1 - M_{\rm W}^2\right)} \underbrace{ \left[\mathcal{Q}(u) v_1 - \mathcal{Q}(\overline{d}) z_1 \right] \mathcal{Q}(\mu) z}{w^2} \Bigg(\frac{t}{zz_1} + \frac{t_1}{vv_1} - \frac{u}{z_1 v} - \frac{u_1}{zv_1} \Bigg) \Bigg] \end{split}$$

отвечают вкладам излучения из начального и конечного состояний и их интерференции соответственно.

Следующий шаг к измеряемому адронному сечению (2) – интегрирование в (3) по трехчастичному фазовому объему. Обычно это интегрирование выполняется численно. Но нами оно частично выполнялось аналитически. Для этого была проведена замена переменных

$$z_{1} = \frac{-2\cos(\varphi_{z_{1}})\sqrt{ss_{1}t_{1}uvz} - st_{1}v - s_{1}uz}{(s-z)^{2}},$$

существенно упрощающая вид элемента фазового объема, так что

$$R_{3}(s) = \frac{\pi}{8s} \int \frac{dz \, ds_{1} dt_{1}}{s-z} \int_{0}^{2\pi} d\varphi_{z_{1}}.$$

Численные результаты

На основании аналитических выражений получены численные результаты для поправки

$$\delta = (\sigma - \sigma_0) / \sigma_0,$$

где σ – сечение процесса (1) с учетом РП; σ_0 – борновское сечение.

Для получения адронных сечений использовались партонные функции распределения MSTW2008nlo90cl [8]. Расчет выполнен для энергии коллайдера 14 ТэВ при следующих значениях констант: $\alpha = 1/137,035$ 991 1; $M_{\rm W} = 80,385$ ГэВ; $\Gamma_{\rm W} = 2,085$ ГэВ; $M_{\rm H} = 125,7$ ГэВ [9].

В диапазоне *M* от 20 до 80 ГэВ радиационная поправка велика (рис. 6) и почти полностью определяется вкладом тормозного излучения фотона с конечного лептона. Для процесса рождения одиночного W-бозона с последующим распадом на электрон и нейтрино поправка достигает 150 %.



Рис. 6. Электрослабая поправка δ к процессу Дрелла – Яна с заряженным током в зависимости от инвариантной массы лептонной пары M в области 20–160 ГэВ, %: $\delta \mu + \nu_{u}$; $\delta e + \nu_{e}$; $\delta \tau + \nu \tau$

При *М* около 2 ТэВ (максимальная инвариантная масса лептонной пары, ожидаемая на БАК) поправка отрицательна и составляет приблизительно 20 % (рис. 7). В этом регионе доминирует вклад



Рис. 7. Электрослабая поправка δ к процессу Дрелла – Яна с заряженным током в зависимости от инвариантной массы лептонной пары M в области 160–5000 ГэВ, %: $\delta \mu + v_{\mu}; \ \delta e + v_e; \ \delta \tau + v \tau$

В связи с большой относительной величиной поправки первого порядка необходимо исследовать возможность учета вкладов следующих порядков. Полученные аналитические результаты легко применимы для написания Монте-Карло-генератора.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. CMS physics: technical design report / G. L. Bayatian [et al.]. Geneva, 2006. P. 329–330.

2. CMS technical design report. Vol. II : Physics performance / G. L. Bayatian [et al.] // J. Phys. G. : Nuclear and Particle Physics. 2007. Vol. 34. P. 995–1579.

3. Precise measurement of the W-boson mass with the CDF II detector / T. Aaltonen [et al.] // Phys. Rev. Letters. 2012. Vol. 108. P. 151803.

4. Denner A. Techniques for the calculation of electroweak radiative corrections at the one-loop level and results for W-physics at LEP200 // Fortschritte der Physik. 1993. Vol. 41, № 4. P. 307–420.

5. Bardin D., Shumeiko N. On an exact calculation of the lowest-order electromagnetic correction to the point particle elastic scattering // Nuclear Physics B. 1977. Vol. 127. P. 242–258.

6. Бюклинг Е., Каянти К. Кинематика элементарных частиц. М., 1975. С. 151.

7. Berends F. A., Causmaecker P. de, Gastmans R., Kleiss R., Troost W., Wu Tai Tsu. Multiple bremsstrahlung in gauge theories at high energies // Nuclear Physics B. 1982. Vol. 206. P. 61–89.

Martin A. D., Stirling W. J., Thorne R. S., Watt G. Parton distributions for the LHC // Europ. Phys. J. C. 2009. Vol. 63. P. 189–285.
 Review of particle physics / K. A. Olive [et al.] // Chin. Physics C. 2014. Vol. 38. P. 090001.

Поступила в редакцию 01.10.2014.

Виталий Леонидович Ермольчик – младший научный сотрудник научно-исследовательского учреждения БГУ «Национальный научно-учебный центр физики частиц и высоких энергий».

Гансалес Хуан Гильермо Суарес – кандидат физико-математических наук, заведующий лабораторией фундаментальных взаимодействий научно-исследовательского учреждения БГУ «Национальный научно-учебный центр физики частиц и высоких энергий».

Николай Максимович Шумейко – доктор физико-математических наук, профессор, директор научно-исследовательского учреждения БГУ «Национальный научно-учебный центр физики частиц и высоких энергий».

УДК 539.1

В. В. ТИХОМИРОВ

НЕКОГЕРЕНТНОЕ РАССЕЯНИЕ КАНАЛИРОВАННЫХ ЧАСТИЦ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ

Рассматривается процесс некогерентного рассеяния заряженных частиц высоких энергий, движущихся под малым углом к кристаллической плоскости. Отмечено, что даже при энергиях, достаточно высоких для обеспечения классичности движения частиц в усредненном потенциале атомных плоскостей, сопутствующее ему некогерентное рассеяние носит квантовый характер. Для описания последнего использована функция Вигнера и получено выражение, позволяющее моделировать угловое распределение некогерентно рассеянных частиц, пролетающих на заданном расстоянии от узла кристаллической решетки. Эта формула впервые позволяет последовательно учесть влияние пространственного распределения атомов вследствие тепловых колебаний на процесс некогерентного рассеяния частицы, движущейся по классической траектории. Достигнутое в результате уточнение теории некогерентного рассеяния позволит повысить достоверность моделирования таких приложений эффекта каналирования, как отклонение частиц изогнутыми кристаллами и излучение электронов и позитронов в кристаллических ондуляторах.

Ключевые слова: каналирование; когерентное рассеяние; некогерентное рассеяние; квантовая механика.

The process of incoherent scattering of high energy particles moving at a small angle with respect to crystal planes is considered. It is pointed out that even when the particle energy is sufficiently high to insure the classical nature of particle motion in the averaged potential of atomic planes, the accompanying incoherent scattering remains quantum. The latter is described using Wigner function and an expression allowing one to simulate the angular distribution of incoherent scattering of particles passing at a certain distance from a crystal lattice node is obtained. This expression for the first time describes the influence of the inhomogeneity of the atomic distribution induced by thermal vibrations on the process of incoherent scattering of a particle moving along a classical trajectory. The achieved refinement of the incoherent scattering theory will make it possible to improve the accuracy of simulations of such applications of channeling effect as particle deflection by bent crystals and electron or positron radiation in crystal undulators.

Key words: channeling; coherent scattering; incoherent scattering; quantum mechanics.

При движении заряженных частиц под малыми углами к кристаллическим плоскостям (осям) их столкновения с атомами, образующими плоскости (цепочки), оказываются коррелированными и приводят к специфическим эффектам в рассеянии частиц кристаллами [1–3]. К числу последних относятся подробно изученные каналирование, объемное отражение, некоррелированное рассеяние частиц атомными цепочками, многократное объемное отражение плоскостями одного кристалла. Наиболее перспективными применениями этих эффектов являются управление пучками ускорителей высоких энергий (коллимация, вывод, поглощение, детектирование, калориметрия и т. д.) и получение жесткого электромагнитного излучения различных диапазонов.

Процесс порождаемого корреляциями столкновений когерентного рассеяния частиц кристаллами описывается введенным Й. Линхардом усредненным потенциалом плоскостей и цепочек атомов [1–3]. При энергиях частиц порядка 100 МэВ и выше их движение в усредненном потенциале хорошо подчиняется классической релятивистской механике, что позволяет моделировать его наиболее эффективным и наглядным методом траекторий. Однако усредненный потенциал не учитывает процесс некогерентного рассеяния, носящий при высоких энергиях квантовый характер и сопровождающий тесные столкновения частиц с ядрами и электронами атомов кристалла. Некогерентное рассеяние нарушает регулярное движение частиц в усредненном потенциале и принципиально ограничивает такие применения эффекта каналирования, как отклонение отрицательно заряженных частиц изогнутыми кристаллами и генерация излучения в кристаллических ондуляторах.

Вследствие квантовых и тепловых колебаний я́дра атомов кристалла, являющиеся основным источником некогерентного рассеяния, разбросаны относительно узлов решетки со среднеквадратичной амплитудой $u_1 \sim 0.01$ нм [1–3]. В связи с этим при движении частицы под малым углом к плоскости