

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ**  
Учебно-методическое объединение по естественнонаучному образованию

**УТВЕРЖДАЮ**

Первый заместитель Министра образования  
Республики Беларусь

  
В.А.Богуш

« 04 » 07 2016г.

Регистрационный № ТД- Г.6081/тип.

**МЕТОДЫ ВЫЧИСЛЕНИЙ**

Типовая учебная программа по учебной дисциплине  
для направления специальности  
1-31 03 07 – 01 Прикладная информатика  
(программное обеспечение компьютерных систем)

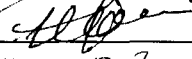
**СОГЛАСОВАНО**

Председатель  
Учебно-методического объединения  
по естественнонаучному  
образованию

  
А. Болстик  
« 02 » 07 2016 г.


**СОГЛАСОВАНО**

Начальник Управления высшего  
образования Министерства  
образования Республики Беларусь

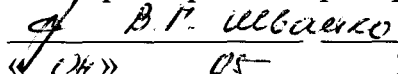
  
С.И. Романюк  
« 04 » 07 2016 г.

**СОГЛАСОВАНО**

Проректор по научно-методической  
работе Государственного  
учреждения образования  
«Республиканский институт высшей  
школы»

  
И.В. Титович  
« 10 » 07 2016 г.

Эксперт-нормоконтролер

  
В.П. Швачко  
« 04 » 05 2016 г.

**СОСТАВИТЕЛЬ:**

Б.В. Фалейчик, доцент кафедры вычислительной математики Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент

**РЕЦЕНЗЕНТЫ:**

Кафедра «Высшая математика № 1» Белорусского национального технического университета;

Л.А. Янович, главный научный сотрудник отдела нелинейного и стохастического анализа Государственного научного учреждения «Институт математики Национальной академии наук Беларуси», член-корреспондент Национальной академии наук Беларуси, доктор физико-математических наук, профессор

**РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ В КАЧЕСТВЕ ТИПОВОЙ**

Кафедрой вычислительной математики Белорусского государственного университета (протокол № 12 от 16.04.2015 г.);

Научно-методическим советом Белорусского государственного университета (протокол № 6 от 29.06.2015 г.);

Научно-методическим советом по прикладной математике и информатике учебно-методического объединения по естественнонаучному образованию (протокол № 10 от 02.06.2015 г.)

Ответственный за редакцию: Б.В. Фалейчик

Ответственный за выпуск: Б.В. Фалейчик

### Пояснительная записка

Типовая учебная программа по учебной дисциплине «Методы вычислений» разработана в соответствии с типовым учебным планом и образовательным стандартом высшего образования первой ступени для направления специальности 1 – 31 03 07 – 01 Прикладная информатика (программное обеспечение компьютерных систем).

Учебная дисциплина «Методы вычислений» знакомит студентов с основными методами и вычислительными алгоритмами решения задач линейной алгебры и численного анализа, а также с аспектами практического использования этих алгоритмов. Изучаемые методы базируются на основополагающих понятиях линейной алгебры и математического анализа.

Основой для изучения излагаемых методов являются учебные дисциплины государственного компонента «Алгебра и теория чисел», а также «Математический анализ», «Дифференциальные уравнения» компонента учреждения высшего образования.

Целью дисциплины «Методы вычислений» является формирование у студентов следующих навыков:

- компьютерной реализации конкретных алгоритмов и анализа получаемых численных результатов;
- анализа вычислительной задачи и выбора подходящего метода для ее решения.

Основные задачи, решаемые при изучении учебной дисциплины «Методы вычислений»: формирование у студентов навыков построения численных методов, изучение основных алгоритмов решения конкретных задач линейной алгебры и анализа.

В результате изучения дисциплины обучающийся должен

**знать:**

- основные численные методы решения математических задач;

**уметь:**

- применять численные методы для решения прикладных задач;
- оценивать области применения и эффективность численного метода;
- оценивать погрешность численного решения;

**владеть:**

- навыками использования программного обеспечения для численного решения задач;
- навыками применения численных методов для решения прикладных проблем.

### Требования к академическим компетенциям специалиста

Специалист должен:

АК-1. Уметь применять базовые научно-теоретические знания для решения теоретических и практических задач.

АК-2. Владеть системным и сравнительным анализом.

АК-3. Владеть исследовательскими навыками.

АК-4. Уметь работать самостоятельно.

АК-6. Владеть междисциплинарным подходом при решении проблем.

**Требования к профессиональным компетенциям специалиста**

Специалист должен быть способен:

**Научно-исследовательская деятельность**

ПК-7. Применять профессиональные знания и навыки для проведения научных исследований в области прикладной информатики.

ПК-8. Разрабатывать и совершенствовать методы исследований в области информационных и телекоммуникационных систем.

ПК-10. Формулировать выводы и рекомендации по применению результатов научно-исследовательской работы.

**Организационно-управленческая деятельность**

ПК-29. Взаимодействовать со специалистами смежных профилей.

В соответствии с образовательным стандартом и типовым учебным планом для направления специальности 1 – 31 03 07 – 01 Прикладная информатика (программное обеспечение компьютерных систем) учебная программа предусматривает для изучения дисциплины 208 учебных часов, в том числе 136 аудиторных часов. Примерное распределение аудиторных занятий: лекции – 68 часов, лабораторные занятия – 68 часов.

Рекомендуемая форма текущей аттестации – зачеты, экзамен.

### Примерный тематический план

№	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов		
		Всего	В том числе	
			Лекции	Лабораторные занятия
1.	<b>Введение.</b>	4	2	2
	<b>Раздел I. Методы решения систем линейных алгебраических уравнений</b>	32	16	16
2.	Обусловленность	4	2	2
3.	Прямые методы решения СЛАУ	16	8	8
4.	Итерационные методы решения СЛАУ	12	6	6
	<b>Раздел II. Методы решения задач на собственные значения</b>	16	8	8
5.	Полная проблема собственных значений	8	4	4
6.	Частичная проблема собственных значений	8	4	4
	<b>Раздел III. Методы решения нелинейных уравнений и систем</b>	16	8	8
7.	Итерационные методы решения нелинейных уравнений	8	4	4
8.	Итерационные методы решения систем нелинейных уравнений	8	4	4
	<b>Раздел IV. Приближение функций</b>	32	16	16
9.	Интерполирование	12	6	6
10.	Среднеквадратичные приближения	4	2	2
11.	Сплайны и кривые Безье	8	4	4
12.	Приближение функций нескольких переменных	8	4	4
	<b>Раздел V. Численное интегрирование</b>	16	8	8
13.	Интерполяционные квадратурные формулы	8	4	4
14.	Квадратурные формулы типа Гаусса	8	4	4
	<b>Раздел VI. Методы численного решения обыкновенных дифференциальных уравнений</b>	20	10	10
15.	Методы решения задачи Коши	12	6	6
16.	Методы решения краевых задач	8	4	4
	<b>Всего</b>	<b>136</b>	<b>68</b>	<b>68</b>

## Содержание учебного материала

### **1. Введение.**

Предмет «Методы вычислений», краткое содержание курса. Машинная арифметика с плавающей точкой: нормализованные и денормализованные числа с плавающей точкой, правила округления, погрешности машинных вычислений, машинный эпсилон.

## **Раздел I. Методы решения систем линейных алгебраических уравнений**

### **2. Обусловленность**

Общая характеристика проблем решения систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ), решения задач на собственные значения, понятия корректности и устойчивости задачи. Понятие числа обусловленности задачи. Число обусловленности матрицы и его свойства.

### **3. Прямые методы решения СЛАУ**

Общая характеристика прямых методов решения СЛАУ. Методы Гаусса с выбором главного элемента. Вычисление определителей и обращение матриц с помощью метода Гаусса. Теорема об LU-разложении. Связь метода Гаусса с теоремой об LU-разложении. Метод прогонки решения СЛАУ с трехдиагональной матрицей. Метод LU-разложения с выбором главного элемента. Разложение Холецкого, метод квадратного корня. Реализация прямых методов решения СЛАУ для параллельных вычислительных систем.

### **4. Итерационные методы решения СЛАУ**

Общая характеристика итерационных методов решения СЛАУ. Общий вид простейших итерационных процессов решения СЛАУ. Сходимость матричной геометрической прогрессии. Основная теорема сходимости простейших итерационных процессов. Методы простой итерации, Якоби, Гаусса-Зейделя и релаксации. Оптимизация сходимости итерационных процессов. Градиент функционала. Итерационные методы спуска. Форматы хранения разреженных матриц.

## **Раздел II. Методы решения задач на собственные значения**

### **5. Полная проблема собственных значений**

Общая постановка задачи на собственные значения. Устойчивость задачи на собственные значения. Метод Данилевского. Ортогональные преобразования вращений и отражений. Итерационный метод вращений Якоби. QR-алгоритм.

### **6. Частичная проблема собственных значений**

Степенной метод вычисления наибольшего по модулю собственного значения и его модификации. Метод обратной итерации.

## Раздел III. Методы решения нелинейных уравнений и систем

### *7. Итерационные методы решения нелинейных уравнений*

Метод бисекции. Понятие порядка сходимости итерационного метода. Метод Ньютона и его модификации. Методы секущих и хорд. Сходимость методов типа простой итерации: принцип сжимающих отображений.

### *8. Итерационные методы решения систем нелинейных уравнений*

Метод Ньютона для решения систем нелинейных уравнений. Аналоги метода секущих для систем нелинейных уравнений, метод Бroyдена. Аналоги методов Якоби и Гаусса-Зейделя. Сведение решения системы нелинейных уравнений к решению вариационных задач. Метод покоординатного спуска. Метод градиентного спуска.

## Раздел IV. Приближение функций

### *9. Интерполирование*

Постановка задачи интерполирования и ее разрешимость. Алгебраическое интерполирование. Интерполяционный многочлен в форме Лагранжа. Остаток интерполирования в форме Лагранжа. Разделенные разности и их свойства. Интерполяционный многочлен в форме Ньютона. Многочлены Чебышева. Минимизация остатка интерполирования. Основные сведения о сходимости алгебраической интерполяции.

### *10. Среднеквадратичные приближения*

Понятие проекции. Среднеквадратичные приближения функций. Метод наименьших квадратов.

### *11. Сплаины и кривые Безье*

Понятие сплайн-функции. Сплайн-интерполирование. Построение интерполяционного кубического сплайна. Построение кубического эрмитова сплайна. Сплайн-кривые. Многочлены Бернштейна и их свойства. Кривые Безье и алгоритмы их построения.

### *12. Приближение функций нескольких переменных*

Общая постановка задачи многомерной интерполяции. Понятие тензорного произведения функций. Общая схема интерполяции тензорными произведениями на прямоугольной сетке. Интерполяционная формула Лагранжа для функций двух переменных на прямоугольной сетке. Построение интерполяционного бикубического сплайна. Поверхности Безье.

## Раздел V. Численное интегрирование

### *13. Интерполяционные квадратурные формулы*

Квадратурные формулы и связанные с ними задачи. Интерполяционные квадратурные формулы. Простейшие квадратурные формулы Ньютона-Котеса. Квадратур-

ные формулы прямоугольников, трапеций, Симпсона. Оценки точности квадратурных формул. Правило Рунге и автоматический выбор шага интегрирования.

#### ***14. Квадратурные формулы типа Гаусса***

Квадратурные формулы наивысшей алгебраической степени точности (НАСТ). Критерий и свойства квадратурных формул НАСТ. Теоремы существования, единственности и о свойствах узлов квадратурных формул НАСТ. Частные случаи квадратурных формул НАСТ.

### **Раздел VI. Методы численного решения обыкновенных дифференциальных уравнений**

#### ***15. Методы решения задачи Коши***

Классификация методов решения задачи Коши. Одношаговые методы. Методы Рунге–Кутты. Автоматическое управление длиной шага: правило Рунге, вложенные методы. Многошаговые методы. Методы Адамса.

#### ***16. Методы решения краевых задач***

Многоточечные и граничные задачи. Решение линейных граничных задач. Метод стрельбы. Метод сеток решения граничных задач.



## Информационно-методическая часть

### 1. Литература

#### *Основная*

1. Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы: Учебное пособие. – Бином. Лаборатория знаний, 2011. – 640 с.
2. Воеводин В.В. Вычислительные основы линейной алгебры. М.: Наука, 1977. – 304 с.
3. Калиткин Н.Н. Численные методы: Учебное пособие. – БХВ-Петербург, 2011. – 592 с.
4. Каханер Д., Моулер К., Нэш С. Численные методы и математическое обеспечение. М.: Мир, 1998. – 575 с.
5. Крылов В.И., Бобков В.В., Монастырный П.И. Вычислительные методы высшей математики. Т. 1. Минск: Вышэйшая школа, 1972. – 584 с.
6. Крылов В.И., Бобков В.В., Монастырный П.И. Вычислительные методы. Т. 1. М.: Наука, 1976. – 304 с.
7. Самарский А.А., Гулин А.В. Численные методы: Учебное пособие. – М.: Наука, 1989. – 432 с.
8. Фаддеев Д.К., Фаддеева В.Н. Вычислительные методы линейной алгебры. С.-Пб.: Лань, 2009. – 736 с.
9. Фалейчик Б.В. Методы вычислений. Мн.: БГУ, 2014. – 224 с.

#### *Дополнительная*

10. Бахвалов Н.С., Лапин А.В., Чижонков Е.В. Численные методы в задачах и упражнениях. – М.: Высш. шк., 2000. – 190 с.
11. Воеводин В.В., Кузнецов Ю.А. Матрицы и вычисления. – М.: Наука, 1984. – 320 с.
12. Голуб Дж., Ван Лоун Ч. Матричные вычисления. – М.: Мир, 1999. – 548 с.

### 2. Перечень рекомендуемых средств диагностики

Текущий контроль усвоения знаний рекомендуется осуществлять в течение всех семестров в виде проверки домашних заданий, лабораторных и контрольных работ, проведения коллоквиумов, а также в форме зачета.

Итоговый контроль усвоения знаний рекомендуется проводить в форме экзамена. При этом рекомендуется использовать промежуточные оценки текущей успеваемости на основе модульно-рейтинговой системы.

### 3. Методические рекомендации по организации и выполнению самостоятельной работы

Условия для самостоятельной работы студентов, в частности, для развития навыков самоконтроля, способствующих интенсификации учебного процесса, обеспечиваются наличием и полной доступностью электронных (и бумажных) учебно-методических пособий по основным разделам дисциплины.

Рекомендуемые формы самостоятельной работы:

- тесты для самоконтроля;
- индивидуальные компьютерные задания для каждой лабораторной работы.