

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ
Учебно-методическое объединение по естественнонаучному образованию

УТВЕРЖДАЮ

Первый заместитель Министра образования
Республики Беларусь



В.А. Богущ

2016г.

Регистрационный № ТД-Г.597 /тип.

МЕТОДЫ ЧИСЛЕННОГО АНАЛИЗА

**Типовая учебная программа по учебной дисциплине
для специальности**

1-31 03 03 Прикладная математика (по направлениям)

СОГЛАСОВАНО

Председатель
Учебно-методического объединения
по естественнонаучному
образованию

А.Л. Толстик
«02» _____ 2015 г.



СОГЛАСОВАНО

Начальник Управления высшего
образования Министерства
образования Республики Беларусь

С.И. Романюк
«04» _____ 2016 г.

СОГЛАСОВАНО

Проректор по научно-методической
работе Государственного
учреждения образования
«Республиканский институт высшей
школы»

И.В. Титович
«10» _____ 2016 г.

Эксперт-нормоконтролер

В.Г. Швабко
«05» _____ 2016 г.

Минск
2016

СОСТАВИТЕЛИ:

В.В. Бобков, профессор кафедры вычислительной математики Белорусского государственного университета, доктор физико-математических наук, профессор;

В.И. Репников, доцент кафедры вычислительной математики Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент

РЕЦЕНЗЕНТЫ:

Кафедра «Высшая математика № 1» Белорусского национального технического университета;

Л.А. Янович, главный научный сотрудник отдела нелинейного и стохастического анализа Государственного научного учреждения «Институт математики Национальной академии наук Беларуси», член-корреспондент Национальной академии наук Беларуси, доктор физико-математических наук, профессор

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ В КАЧЕСТВЕ ТИПОВОЙ

Кафедрой вычислительной математики Белорусского государственного университета (протокол № 12 от 16.04.2015 г.);

Научно-методическим советом Белорусского государственного университета (протокол № 6 от 29.06.2015г.);

Научно-методическим советом по прикладной математике и информатике учебно-методического объединения по естественнонаучному образованию (протокол № 10 от 02.06.2015г.)

Ответственный за редакцию: В.И. Репников

Ответственный за выпуск: В.И.Репников

Пояснительная записка

Типовая учебная программа по учебной дисциплине «Методы численного анализа» разработана в соответствии с типовым учебным планом и образовательным стандартом высшего образования первой ступени по специальности 1 – 31 03 03 «Прикладная математика (по направлениям)».

Учебная дисциплина «Методы численного анализа» знакомит студентов с основными подходами к приближенному описанию зависимостей между переменными величинами и применению этих зависимостей к вычислению интегралов и производных, нахождению решений численных и функциональных уравнений и систем таких уравнений, а также с конкретными методами решения таких задач. Изучаемые методы базируются на основополагающих понятиях линейной алгебры, математического и функционального анализа, таких как базис линейного пространства, сходимость последовательности приближений, операторы проектирования, финитные функции.

Основой для изучения методов численного анализа являются учебные дисциплины «Геометрия и алгебра», «Функциональный анализ и интегральные уравнения» государственного компонента и «Математический анализ» компонента учреждения высшего образования.

Методы и алгоритмы, излагаемые в учебной дисциплине «Методы численного анализа», связаны с учебными дисциплинами «Математический анализ» компонента учреждения высшего образования, «Дифференциальные уравнения», «Функциональный анализ и интегральные уравнения», «Вычислительные методы алгебры» государственного компонента.

Целью изучения дисциплины «Методы численного анализа» является формирование у студентов следующих навыков:

- анализа вычислительной задачи и выбора подходящего метода для ее решения;
- компьютерной реализации конкретных алгоритмов;
- анализа численных результатов, получаемых в ходе проведения вычислительного эксперимента.

При изложении материала учебной дисциплины важно не только знакомить студентов с теоретическими характеристиками алгоритмов, но и указывать возможные пути улучшения последних при адаптации алгоритмов к решению конкретных задач математического моделирования.

Основные задачи, решаемые при изучении учебной дисциплины «Методы численного анализа»: формирование у студентов твердых навыков по выбору алгоритмов для решения конкретной задачи (ориентируясь на вид поставленной задачи и теоретические характеристики соответствующего алгоритма) и приобретение практического опыта по решению типовых задач с применением современной вычислительной техники.

В результате изучения дисциплины выпускник должен **знать:**

- основные подходы к исследованию существующих и созданию новых алгоритмов решения указанных классов задач;
- методы решения численных уравнений и систем таких уравнений;
- основные понятия и методы решения задач теории приближения;
- методы теории квадратур;
- методы решения интегральных уравнений (в том числе в некорректной постановке);
- классические методы решения основных задач для обыкновенных дифференциальных уравнений;

уметь:

- решать нелинейные уравнения и системы численными методами;
- использовать различные методы решения задачи приближения функций;
- решать методами численного анализа основные задачи для функциональных уравнений;
- адаптировать известные алгоритмы к решению конкретных естественнонаучных задач на компьютере;

владеть:

- навыками использования конкретных алгоритмов для решения нелинейных уравнений и систем, задач приближения функций, решения функциональных уравнений;
- методами решения основных задач численного анализа с использованием компьютеров.

Требования к академическим компетенциям специалиста

Специалист должен:

АК-1. Уметь применять базовые научно-теоретические знания для решения теоретических и практических задач.

АК-2. Владеть системным и сравнительным анализом.

АК-4. Уметь работать самостоятельно.

Требования к социально-личностным компетенциям специалиста

Специалист должен:

СЛК-3. Обладать способностью к межличностным коммуникациям.

Требования к профессиональным компетенциям специалиста

Специалист должен быть способен:

Проектно-конструкторская деятельность

ПК-10. Обрабатывать полученные результаты, анализировать их с учетом имеющихся научно-технологических достижений.

ПК-11. Владеть алгоритмическим мышлением и современными языками программирования для программной реализации алгоритмов решения задач.

Типовая учебная программа предусматривает для изучения дисциплины 208 учебных часов, в том числе 136 аудиторных часов, примерное распределение которых по видам занятий включает 68 часов лекций и 68 часов лабораторных занятий.

Рекомендуемая форма текущей аттестации – зачеты, экзамен.

Примерный тематический план

№	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов		
		Всего	В том числе	
			Лекции	Лабораторные занятия
1.	Введение	2	2	
	Раздел I. Решение нелинейных уравнений и систем	22	8	14
2.	Итерационные методы решения нелинейных уравнений и систем	16	6	10
3.	Вариационный подход к решению нелинейных систем	6	2	4
	Раздел II. Приближение функций	36	16	20
4.	Наилучшие приближения	10	4	6
5.	Интерполирование	14	6	8
6.	Сплайн-приближения	12	6	6
	Раздел III. Численное интегрирование	22	12	10
7.	Интерполяционные квадратурные формулы	8	4	4
8.	Квадратурные формулы типа Гаусса	8	4	4
9.	Приближенное вычисление кратных интегралов	6	4	2
	Раздел IV. Численное решение интегральных уравнений	10	6	4
10.	Методы решения интегральных уравнений Фредгольма и Вольтерра второго рода	10	6	4
	Раздел V. Методы численного решения задачи Коши	16	10	6
11.	Методы решения нежестких задач	12	8	4
12.	Методы решения жестких систем	4	2	2
	Раздел VI. Решение граничных задач для обыкновенных дифференциальных уравнений	28	14	14
14.	Методы, основанные на сведениях к задаче Коши	6	2	4
15.	Вариационные методы решения граничных задач	8	4	4
16.	Сеточные методы решения граничных задач	14	8	6
	Всего	136	68	68

Содержание учебного материала

1. Введение

Цель учебной дисциплины «Методы численного анализа» и ее основные задачи.

Раздел I. Решение нелинейных уравнений и систем

2. Итерационные методы решения нелинейных уравнений и систем

Решение нелинейных уравнений. Метод простых итераций. Теорема о сходимости. Ускорение сходимости метода итерации. Метод Стеффенсена. Методы типа Чебышева. Метод Ньютона для одного уравнения. Видоизменения метода Ньютона. Поиск всех корней алгебраических уравнений. Метод Лобачевского. Решение систем нелинейных уравнений. Метод простых итераций. Методы Зейделя и Гаусса-Зейделя. Метод Ньютона и его видоизменения.

3. Вариационный подход к решению нелинейных систем

Сведение решения системы нелинейных уравнений к решению вариационной задачи. Метод покоординатного спуска. Метод градиентного спуска. Проблема выбора начального приближения. Метод продолжения по параметру.

Раздел II. Приближение функций

4. Наилучшие приближения

Задача о наилучшем приближении в линейных нормированных пространствах. Наилучшее приближение в гильбертовом пространстве. Среднеквадратичное приближение функций алгебраическими многочленами. Метод наименьших квадратов. Задача построения ортонормированного базиса. Наилучшее равномерное приближение. Теорема о чебышевском альтернансе. Примеры построения многочленов наилучшего равномерного приближения.

5. Интерполирование

Интерполирование в линейных нормированных пространствах. Алгебраическое интерполирование. Интерполяционный многочлен в форме Лагранжа. Интерполяционный многочлен в форме Ньютона для неравномерной сетки. Интерполяционные формулы Ньютона для равномерной сетки. Многочлены Чебышева. Минимизация остатка интерполирования. Интерполирование с кратными узлами. Многочлен Эрмита. Применение интерполирования к вычислению производных. Формулы численного дифференцирования и их погрешности. Интерполяционные методы решения нелинейных уравнений. Многомерная алгебраическая интерполяция.

6. Сплайн-приближения

Сплайн-интерполирование. Интерполяционный кубический сплайн. Экстремальное свойство интерполяционного кубического сплайна. Сплайн-сглаживание. Бикубический сплайн. Приближение кривых и поверхностей. Интерполяционный параметрический сплайн.

Раздел III. Численное интегрирование

7. Интерполяционные квадратурные формулы

Квадратурные формулы и связанные с ними задачи. Интерполяционные квадратурные формулы. Квадратурные формулы Ньютона-Котеса. Простейшие квадратурные формулы (прямоугольников, трапеций, Симпсона). Правило Рунге оценки точности квадратурных формул и автоматический выбор шага интегрирования.

8. Квадратурные формулы типа Гаусса

Квадратурные формулы наивысшей алгебраической степени точности (НАСТ). Теоремы существования и единственности, о свойствах узлов квадратурных формул НАСТ. Частные случаи квадратурных формул НАСТ. Квадратурные формулы с заранее предписанными узлами и равными коэффициентами. Ослабление особенностей интегрируемой функции.

9. Приближенное вычисление кратных интегралов

Понятие о кубатурных формулах. Сведение кратного интеграла к повторному и простейшие кубатурные формулы. Кубатурные формулы на треугольнике.

Раздел IV. Численное решение интегральных уравнений

10. Методы решения интегральных уравнений Фредгольма и Вольтерра второго рода

Метод механических квадратур, метод замены ядра на вырожденное и метод последовательных приближений решения интегрального уравнения Фредгольма второго рода. Метод квадратур и метод последовательных приближений решения интегрального уравнения Вольтерра второго рода. Проекционные методы решения интегральных уравнений Фредгольма и Вольтерра второго рода.

Раздел V. Методы численного решения задачи Коши

12. Методы решения нежестких задач

Классификация методов. Построение одношаговых методов способом разложения решения в ряд Тейлора. Методы типа Рунге-Кутты. Построение вычислительных правил на основе принципа последовательного повышения порядка точности. Правило Рунге оценки погрешности приближенного решения. Вложенные методы типа Рунге-Кутты. Сходимость одношаговых методов. Многошаговые методы: методы Адамса, общие линейные многошаговые методы.

13. Методы решения жестких систем

Устойчивость численных методов решения задачи Коши. Жесткие задачи и методы их решения. Неявные методы Рунге-Кутты. Формулы дифференцирования назад. Реализация неявных формул.

Раздел VI. Решение граничных задач для обыкновенных дифференциальных уравнений

14. Методы, основанные на сведении к задаче Коши

Метод редукции. Метод стрельбы для линейных и нелинейных задач. Метод дифференциальной прогонки.

15. Вариационные методы решения граничных задач

Вариационно-проекционные методы решения граничных задач: методы моментов, Галеркина, Ритца, наименьших квадратов.

16. Сеточные методы решения граничных задач

Сеточные методы решения граничных задач. Разностная аппроксимация простейших дифференциальных операторов. Постановка разностной задачи. Погрешность аппроксимации разностных схем. Повышение порядка аппроксимации. Корректность и устойчивость разностных схем. Теорема о сходимости. Математический аппарат теории разностных схем: формулы разностного дифференцирования произведения, суммирования по частям, разностные аналоги теорем вложения. Требования, предъявляемые к разностным схемам. Свойства консервативности и однородности разностных схем. Основные способы построения разностных схем: интегро-интерполяционный, метод Ритца, метод Галеркина, методы аппроксимации квадратичного функционала и сумматорного тождества. Принцип максимума. Монотонные разностные схемы.

Информационно-методическая часть

1. Литература

Основная

1. *Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М.* Численные методы: Учебное пособие. – Бином. Лаборатория знаний, 2011. – 640 с.
2. *Калиткин Н.Н.* Численные методы: Учебное пособие. – БХВ-Петербург, 2011. – 592 с.
3. *Крылов В.И., Бобков В.В., Монастырный П.И.* Вычислительные методы: Учебное пособие. – М.: Наука, т. 1– 1976, 304 с., т. 2– 1977, 400 с.
4. *Марчук Г.И.* Методы вычислительной математики: Учебное пособие. – М.: Наука, 1989. – 608 с.
5. *Самарский А.А.* Введение в численные методы: Учебное пособие. – Лань, 2009. – 288 с.
6. *Самарский А.А., Гулин А.В.* Численные методы: Учебное пособие. – М.: Наука, 1989. – 432 с.

Дополнительная

8. *Дэннис Дж., Шнабель Р.* Численные методы безусловной оптимизации и решения нелинейных уравнений. М.: Мир, 1988. – 440 с.
9. *Мак-Кракен Д., Дорн У.* Численные методы и программирование на ФОРТРАНЕ. М.: Мир, 1977. – 400 с.
10. *Крылов В.И.* Приближенное вычисление интегралов. М.: Наука, 1967. – 500 с.
11. *Крылов В.И., Бобков В.В., Монастырный П.И.* Вычислительные методы высшей математики. Мн.: Вышэйшая школа, т. 1 – 1972, 584 с., т. 2 – 1975, 672 с.
12. *Ортега Дж., Рейнболдт В.* Итерационные методы решения нелинейных систем со многими неизвестными. М.: Мир, 1975. – 560 с.
13. *Хайрер Э., Нерсетт С., Ваннер Г.* Решение обыкновенных дифференциальных уравнений. Нежесткие задачи. М.: Мир, 1990. – 512 с.
14. *Мысовских И.П.* Лекции по методам вычислений. С.-Петербург. Изд-во Петербургского университета, 1998. – 472 с.
15. *Хайрер Э., Ваннер Г.* Решение обыкновенных дифференциальных уравнений. Жесткие и дифференциально-алгебраические задачи. М.: Мир, 1999. – 512 с.

2. Перечень рекомендуемых средств диагностики

Текущий контроль усвоения знаний рекомендуется осуществлять в течение всех семестров в виде проверки домашних заданий, лабораторных и контрольных работ, проведения коллоквиумов, а также в форме зачета в конце каждого семестра.

Итоговый контроль усвоения знаний рекомендуется проводить в конце курса в форме экзамена. При этом рекомендуется использовать промежуточные оценки текущей успеваемости на основе модульно-рейтинговой системы.

3. Методические рекомендации по организации и выполнению самостоятельной работы

Условия для самостоятельной работы студентов, в частности, для развития навыков самоконтроля, способствующих интенсификации учебного процесса, обеспечиваются наличием и полной доступностью электронных (и бумажных) учебно-методических пособий по основным разделам дисциплины.

Рекомендуемые формы самостоятельной работы:

- тесты для самоконтроля;
- индивидуальные компьютерные задания для каждой лабораторной работы.