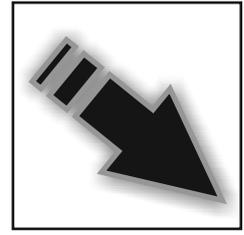


Краткие сообщения



УДК 537.8

Е. А. ВШАКОВ

РЕЛЯТИВИСТСКАЯ ФОРМУЛИРОВКА ЗАКОНА ОМА

Предлагается простой способ релятивистской формулировки закона Ома на основе применения проекционного тензора. Четырехмерная плотность тока естественно разделяется на четырехмерную плотность тока проводимости и четырехмерную плотность тока конвекции. Тензорная форма записи закона Ома автоматически удовлетворяет принципу относительности.

Ключевые слова: закон Ома; четырехмерный тензор; проекционный тензор.

The relativistic formulation of Ohm's law based on the projection operation is suggested. The 4-vector current density is naturally divided into 4-vector current density of conduction and 4-vector current density of convection. Ohm's law, if valid in the proper system, is a tensor equation and hence is valid in all inertial frames.

Key words: Ohm's law; 4-tensor; projection operation.

Обычно под током проводимости понимается движение зарядов относительно среды, а конвекционный ток возникает из-за наличия зарядов в среде благодаря движению самой среды.

В сопутствующей среде системе отсчета ($u^0 = c, u^i = 0$) трехмерная плотность тока

$$\vec{j} = \sigma \vec{E} \quad (1)$$

может быть записана

$$j^i = \sigma E^{i0} u_0, \quad (2)$$

где σ – проводимость однородной и изотропной среды; u_μ – четырехмерная скорость среды; $E^{\mu\nu}$ – тензор электромагнитного поля. Пространственно-временные компоненты этого тензора следующие:

$$E^{i0} = \left(\frac{E_x}{c}, \frac{E_y}{c}, \frac{E_z}{c} \right). \quad (3)$$

Греческие индексы принимают значения 0, 1, 2, 3, латинские – 1, 2, 3. Используется сигнатура –2.

Уравнение (2) предполагает, что пространственные компоненты четырехмерного вектора

$$j^\mu - \sigma E^{\mu\nu} u_\nu$$

равны нулю.

Применяя проекционный тензор к этому четырехмерному вектору, получим

$$\left(\delta_\mu^\alpha - \frac{u^\alpha u_\mu}{c^2} \right) (j^\mu - \sigma E^{\mu\nu} u_\nu) = j^\alpha - \sigma E^{\alpha\nu} u_\nu - \frac{u^\alpha u_\mu}{c^2} j^\mu = 0. \quad (4)$$

Тогда

$$j^\alpha = \sigma E^{\alpha\nu} u_\nu + \frac{u^\alpha u_\mu}{c^2} j^\mu, \quad (5)$$

где первое слагаемое – четырехмерная плотность тока проводимости; второе – четырехмерная плотность тока конвекции.

Трехмерная форма уравнения (5) следующая [1]:

$$\vec{j} = \rho\vec{v} + \sigma\gamma\left(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B} - \frac{\vec{v}}{c^2}\vec{v} \times \vec{E}\right), \quad (6)$$

где

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}, \quad \beta = \frac{v}{c}.$$

Плотностью тока проводимости естественно назвать величину $\vec{j} - \rho\vec{v} = \vec{j}_{\text{пр}}$ [2]:

$$\vec{j}_{\text{пр}} = \sigma\gamma\left(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B} - \frac{\vec{v}}{c^2}\vec{v} \times \vec{E}\right). \quad (7)$$

В системе отсчета, сопутствующей среде, уравнение (7) переходит в уравнение (1).

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Угаров В. А. Специальная теория относительности. М., 1977.
2. Ушаков Е. А. Электродинамика : курс лекций. Минск, 2011.

Поступила в редакцию 13.03.2015.

Евгений Алексеевич Ушаков – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры теоретической физики и астрофизики физического факультета БГУ.