БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
МЕХАНИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ
Кафедра дифференциальных уравнений и системного анализа

Аннотация к дипломной работе
«О свойствах решений уравнений обобщенной иерархии
модифицированного уравнения Кортевега-де Фриза (mKdV)»

Головина Екатерина Сергеевна

Научный руководитель:
Доктор физ.- мат. наук,
профессор Громак В. И.

Аннотация

В дипломной работе 52 страницы, 2 рисунка, 8 таблиц, 11 источников, одно приложение.

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ, ГРУППОВОЙ АНАЛИЗ, МОДИФИЦИРОВАННОЕ УРАВНЕНИЕ КОРТЕВЕГА - ДЕ ФРИЗА, ВТОРОЕ УРАВНЕНИЕ ПЕНЛЕВЕ, РАЦИОНАЛЬНОЕ РЕШЕНИЕ, ПРЕОБРАЗОВАНИЕ БЕКЛУНДА

Объектом исследования является $mKdV$ и его высшие аналоги.

Цель работы: исследование свойств решений уравнений обобщенной иерархии модифицированного уравнения Кортевега-де Фриза ($mKdV$).

Для вычислений использовался пакет «Mathematica». Основные источники информации: литература по групповой классификации уравнений в частных производных и литература по иерархиям уравнений.

В дипломной работе получены следующие результаты:

1. Построены первые уравнения и проведен групповой анализ обобщенной иерархии уравнения $mKdV$. Рассмотрены только случаи уравнения ($mKdV$) 3 порядка и 5 порядка. Выяснено как допустимая алгебра Ли зависит от входящих в уравнения параметров. По допустимым операторам алгебры Ли построены инвариантные уравнения и исследованы их решения. Записано преобразование Беклунда для уравнений иерархии. Приведены примеры построения решений с помощью преобразований Беклунда и операторов, построенной алгебры Ли.
2. Рассмотрены случаи инвариантных уравнений 4 и 6 порядков, т.е. второе уравнение Пенлеве 4 и 6 порядков. С помощью преобразований Беклунда построены рациональные решения. Исследованы полюса и вычеты этих рациональных решений. Сформулирована гипотеза о количестве полюсов рациональных решений инвариантных уравнений $mKdV$.
3. Построена визуализация для динамики полюсов при изменении входящих в уравнения параметров.

Работа носит исследовательский характер и ее результаты могут быть использованы в аналитической теории дифференциальных уравнений.

Новизна работы состоит в исследовании свойств решений уравнений обобщенной иерархии модифицированного уравнения Кортевега-де Фриза. Обоснованность и достоверность полученных результатов обусловлена использованием методов группового анализа, доказательством утверждений и вычислениями в пакете «Mathematica».

Thesis work consists of 52 pages, 2 patterns, 8 tables, 11 sources, and one application.

DIFFERENTIAL EQUATIONS, GROUP ANALYSIS, MODIFIED KORTEWEG - DE VRIES, THE SECOND PAINLEVE EQUATION, RATIONAL DECISIONS, BACKLUND TRANSFORMATIONS

The object of the research is mKdV and its higher analogues.

The work goal is learning the equations solutions properties of the modified Korteweg-de Vries equation (mKdV) generalized hierarchy.

To calculation have been used application tool «Mathematica». The main information sources: literature on group classification of partial differential equations and literature on the hierarchy of equations.

In the thesis work the following results were received:

1. First equations were constructed and group analysis of generalized hierarchy mKdV equation was done. Cases of the equation mKdV for 3 and 5 order were considered. The dependence of admissible Li algebra on the parameters included in equations was found out. According to valid operators of the Lie algebra invariant equations were constructed and their solutions are investigated. Backlund transformation for the equations of the hierarchy was recorded. Examples of constructing solutions were given using Backlund transformations and operators, constructed by Lie algebra.
2. The cases of invariant equations with 4 and 6 order were considered, ie, the second Painleve equation of 4 and 6 orders. For these equations rational solutions were constructed using Backlund transformations. Poles and residues of this rational solutions were investigated. The hypothesis on the number of poles of rational solutions of invariant equations mKdV was formulated.
3. Visualization of the dynamics of the poles was built for mutable parameters included in equations.

The work is exploratory in nature and its results can be used in the analytic theory of differential equations. The originality of the work is in researching of the properties of the generalized solutions of the equations of the hierarchy of the modified Korteweg-de Vries equation. Validity and reliability of the results is stipulated by the using of methods of group analysis, by proof of allegations and calculations in the application tool «Mathematica».